4.5 Okolí bodu

Definice 4.20 Nechť M je bodová množina (rovina, prostor, popř. jiná bodová množina), A je bod, $A \in M$, $\delta \in \mathbb{R}^+$. Množina bodů $O_M(A, \delta) = \{X \in M : |AX| < \delta\}$ se nazývá ***sférické okolí bodu*** A ***v množině*** M.

Příklad 4.1 Množina M, ve které definujeme okolí daného bodu je podstatná, neboť v různých množinách potom může okolí stejného bodu vypadat naprosto odlišně. Na obrázku 4.14 je znázorněno sférické okolí bodu A v množině:

a) $M_1 = \rho$, kde ρ je rovina, $O_\rho(A, \delta) = \{X \in \rho : |AX| < \delta\}$,

b) $M_2 = Z$, kde Z je prostor, $O_Z(A, \delta) = \{X \in Z : |AX| < \delta\}$.

Zatímco v případě a) je sférickým okolím bodu A vnitřní oblast kružnice o poloměru δ, tak v případě b) se jedná o vnitřní oblast kulové plochy o poloměru δ.

Obr. 4.14

Definice 4.21 Útvar U se nazývá ***omezený v množině*** M právě tehdy, když existuje takový bod A, $A \in M$ a takové okolí $O_M(A, \delta)$, že útvar U je podmnožinou tohoto okolí.
Útvar, který není omezený se nazývá ***neomezený***.

Definice 4.22
Bod A se nazývá ***vnitřní bod*** útvaru U v množině M právě tehdy, když existuje alespoň jedno jeho okolí v množině M, jehož každý bod je bodem útvaru U.
Bod B se nazývá ***vnější bod*** útvaru U v množině M právě tehdy, když existuje alespoň jedno jeho okolí v množině M, jehož žádný bod nepatří útvaru U.
Bod C se nazývá ***hraniční bod*** útvaru U v množině M právě tehdy, když každé jeho okolí v množině M obsahuje jak body, které patří útvaru U, tak body, které nepatří útvaru U.

Obr. 4.15

Definice 4.23 Množina všech hraničních bodů útvaru U se nazývá ***hranice*** útvaru U. Množina všech vnitřních bodů útvaru U se nazývá ***vnitřek*** útvaru U. Množina všech vnějších bodů útvaru U se nazývá ***vnějšek*** útvaru U.

Příklad 4.2 Nechť množinou M je roviina ρ a útvarem U je úsečka AB (obr. 4.16). Pak každý bod úsečky AB je hraničním bodem této úsečky vzhledem k rovině ρ. V rovině ρ je tedy hranicí útvaru, kterým je úsečka AB, právě tato úsečka. Bod C je vnější bod úsečky AB vzhledem k rovině ρ. Vnějšek uvažovaného útvaru, úsečky AB, je tedy množina $M = \rho - AB$.

Obr. 4.16

Poznámka 4.6 Často se setkáváme s nesprávným užitím termínu „vnitřek kruřnice". Chápeme-li kružnici jako podmnožinu roviny. Každý bod kružnice vzhledem k rovině, v níž kružnice leží, je totiž hraničním bodem kružnice a vnitřek kružnice je prázdná množina. Terminologicky správné je užívat pojmy *vnitřní oblast kružnice* a *vnější oblast kružnice.*

Definice 4.24 Útvar U se nazývá ***uzavřený*** v množině M právě tehdy, když obsahuje všechny své hraniční body (vzhledem k množině M).
Útvar U se nazývá ***otevřený*** v množině M právě tehdy, když neobsahuje žádný svůj hraniční bod.

Definice 4.25 Říkáme, že útvary U_1, U_2 se nepřekrývají v množině M právě tehdy, když průnik útvarů U_1, U_2 je podmnožinou průniku jejich hranic.
Jinak: Útvary U_1, U_2 se nepřekrývají v množině M právě tehdy, když jejich průnik neobsahuje žádný bod, který je vnitřním bodem alespoň jednoho z útvarů U_1, U_2 (vzhledem k množině M).

Příklad 4.3 Jsou dány trojúhelníky ABC a KLM, které leží v rovině ρ. Trojúhelníky ABC a KLM na obrázku 4.17 a), b), c) se nepřekrývají v rovině ρ, trojúhelníky ABC a KLM na obrázku 4.17 d), e) se v rovině ρ překrývají.

Obr. 4.17