

MA0001 Základy matematiky

Podklady k cvičení 3

Břetislav Fajmon, Lukáš Másilko a další

10. října 2023

Cvičení 3.1. Důkaz sporem následující tvrzení:

- 1a) Je-li p prvočíslo větší než 2, pak je p liché.
- 1b) $\sqrt{3}$ není racionální číslo.

Cvičení 3.2. Důkaz indukcí:

- 2a) Dokažte ([2], str.124, př.4), že všechny celočíselné peněžní obnosy, které jsou větší nebo rovny 4 Kč, je možné vyplatit na hromadu pouze z dvojkorun a pětikorun.
- 2b) Dokažte ([17],str.42, př. B11a) pro $\forall n \in \mathbb{N}$:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \cdot (n + 1)}{2}.$$

- 2c) Dokažte ([17],str.42, př. B11b) pro $\forall n \in \mathbb{N}$:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2.$$

- 2d) Dokažte pro $\forall n \in \mathbb{N}$ platnost vztahu $3 \mid (n^3 + 2n)$.

Cvičení 3.3. Pomocí důkazu typu 7 (existence nebo protipříklad) vyřešte následující úlohy:

- 3a) Dokažte nebo vyvráťte: Čtyři rovnostranné trojúhelníky nelze sestavit pomocí 12 zápalek stejné délky.
- 3b) Dokažte nebo vyvráťte: Čtyři rovnostranné trojúhelníky nelze sestavit pomocí 9 zápalek stejné délky.

- 3c) Dokažte nebo vyvraťte: Čtyři rovnostranné trojúhelníky nelze sestavit pomocí 6 zápalek stejné délky.

Cvičení 3.4. Zapište následující výroky symbolickým matematickým zápisem, ve kterém nepoužijete ani jedno slovo z běžné češtiny:

- 4a) Existuje přirozené číslo, které když zvětšíme o 5, výsledek bude větší než 10.
- 4b) Přirozené číslo je dělitelné šesti právě tehdy, když je současně dělitelné dvěma i třemi.
- 4c) Číslo p je prvočíslo.

Cvičení 3.5. Negujte výroky ze cvičení 3.4 (symbolicky zapsané) pouze pomocí symbolického zápisu (bez českých slov).

Cvičení 3.6. Dokažte Thaletovu větu, která říká: Pokud strana AB trojúhelníka je průměrem kružnice k (tj. prochází jejím středem) a vrchol C trojúhelníka leží na kružnici k libovolně mimo body A a B , tak úhel v trojúhelníku ABC ležící u vrcholu C je pravý.