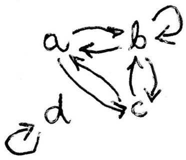
**Základy matematiky – prověrka (b) – 25.11.2021 – verze 01**

*potřebujete získat 10 bodů z 20*

1. **a)** (2 body) Relace $r$ na množině $M$ není symetrická, jestliže ... (dokončete definici bez českých slov, a to elementárně, nestačí umístit znak negace před definici symetrie).

**b)** (2 body) Zjistěte vlastnosti relace $s$:




2. **a)** (2 body) Je dána množina $M = \{a, b, c, d\}$ a relace ekvivalence $E = \{[a, a], [b, b], [c, c], [d, d], [b, c], [c, b], [c, d], [d, c], [b, d], [d, b]\}$. Vyznačte či zapište rozklad množiny $M$ určený ekvivalencí $E$.

**b)** (2 body) Jaké vlastnosti má relace dělitelnosti na množině $Z$?

3. **a)** (2 body) $P$ je uspořádaná množina, $\leq$ relace uspořádání na $P$, $M \subseteq P$. Prvek $a \in P$ se nazývá supremum množiny $M$, jestliže ... (dokončete definici bez českých slov).

**b)** (2 body) Pro $P = \{1, 2, 3, \ldots, 13, 14, 15\}$ nakreslete Hasseho diagram relace dělitelnosti na $P$ a vypište všechny maximální prvky v $P$.

4. **a)** (2 body) Dokončete následující dvě definice bez českých slov:
– $f$ je prosté zobrazení $X$ do $Y$, když ...
– Definiční obor zobrazení $f$ z $X$ do $Y$ $Df := \ldots$

**b)** (2 body) Pomocí obrázku uveďte příklad zobrazení $X$ do $Y$, které je prosté, ale není surjekcí.

5. **a)** (2 body) Určete vlastnosti relace $t = \{[x; y] \in N \times N : x + y = 12\}$.

**b)** (2 body) Vyšrafujte v kartézském grafu průnik $\rho \cap r$ relací $\rho$ a $r$, kde

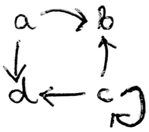
$$\rho = \{[x; y] : y \leq -(x-3)^2 + 4\}, \qquad r = \{[x; y] \in R \times R : y \leq 1 - \frac{x}{2}\}.$$

**Základy matematiky – prověrka (b) – 25.11.2021 – verze 02**

*potřebujete získat 10 bodů z 20*

1. **a)** (2 body) Relace $r$ na množině $M$ není antisymetrická, jestliže ... (dokončete definici bez českých slov, a to elementárně, nestačí umístit znak negace před definici antisymetrie).

   **b)** (2 body) Zjistěte vlastnosti relace $s$:




2. **a)** (2 body) Je dána množina $M = \{1, 2, 3, \ldots, 16, 17, 18\}$ a relace ekvivalence $E = \{[x, y] \in M \times M : x$ dává při dělení číslem 7 stejný zbytek jako dává $y\}$. Vyznačte či zapište rozklad množiny $M$ určený ekvivalencí $E$.

   **b)** (2 body) Jaké vlastnosti má relace kolmosti na množině všech přímek v rovině?

3. **a)** (2 body) $P$ je uspořádaná množina, $\leq$ relace uspořádání na $P$, $M \subseteq P$. Prvek $a \in P$ se nazývá infimum množiny $M$, jestliže ... (dokončete definici bez českých slov).

   **b)** (2 body) Pro $A = \{a, b, c, d\}$ nakreslete Hasseho diagram relace $\subseteq$ na $2^A$ a najděte supremum množiny $M = \{\{a\}, \{a, b, c\}, \{a, c\}\}$.

4. **a)** (2 body) Dokončete následující dvě definice bez českých slov:
   – relace $f$ mezi množinami $X$ a $Y$ je zobrazením z $X$ do $Y$, když ...
   – Obor hodnot zobrazení $f$ z $X$ do $Y$ $Hf := \ldots$

   **b)** (2 body) Zjistěte, zda relace $\rho = \{[o, p], [p, q], [r, q]\}$ na množině $M = \{o, p, q, r\}$ je 1) zobrazením, 2) prostým zobrazením.

5. **a)** (2 body) Určete vlastnosti relace $t = \{[x; y] \in R \times R : y = 3x + 1\}$.

   **b)** (2 body) Vyšrafujte v kartézském grafu průnik $\rho \cap r$ relací $\rho$ a $r$, kde

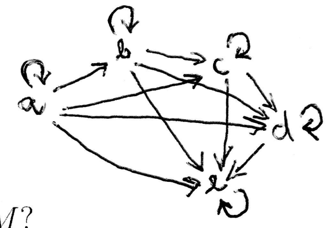
$$\rho = \{[x; y] : y \geq (x + 2)^2 - 2\}, \qquad r = \{[x; y] \in R \times R : y \leq \frac{x}{2} + 1\}.$$

**Základy matematiky – prověrka (b) – 2.12.2021 – verze 03**

*potřebujete získat 10 bodů z 20*

1. **a)** (2 body) Relace $r$ na množině $M$ není tranzitivní, jestliže ... (dokončete definici bez českých slov, a to elementárně, nestačí umístit znak negace před definici tranzitivity).

   **b)** (2 body) Zjistěte vlastnosti relace $s$:



2. **a)** (2 body) Co je to ekvivalence na množině $M$?

   **b)** (2 body) Zapište výčtem prvků (= jako množinu) ekvivalenci, která určuje rozklad $\{\{p,q\},\{r,s\}\}$.

3. **a)** (2 body) $P$ je uspořádaná množina, $\leq$ relace uspořádání na $P$, $M \subseteq P$. Prvek $h \in P$ se nazývá horní závora množiny $M$, jestliže ... (dokončete definici bez českých slov).

   **b)** (2 body) Pro Uveďte příklad relace uspořádání na množině $P$ a takovou její podmnožinu $M$, že v $M$ existují nesrovnatelné prvky a současně $M$ má tři horní závory, z toho jedna z nich leží v $M$.

4. **a)** (2 body) – $f$ je funkce, jestliže ... (při dokončení definice LZE použít česká slova)
   – Graf funce $Gr(f) :=$ ... (při dokončení definice NELZE použít česká slova)

   **b)** (2 body) Uveďte příklad zobrazení z $X$ na $Y$, kde $Df \neq X$ a $f$ není prosté.

5. **a)** (2 body) Určete vlastnosti relace $t = \{[x;y] \in Z \times Z : |x| = |y|\}$.

   **b)** (2 body) Vyšrafujte v kartézském grafu průnik relací $r \cap s \cap t$, kde
   $r = \{[x;y] \in R \times R : y \leq 2x\}$, $s = \{[x;y] \in R \times R : y \geq \frac{x}{2}\}$, $t = \{[x;y] \in R \times R : x \leq 3\}$.

**Základy matematiky – prověrka (b) – 2.12.2021 – verze 04**

*potřebujete získat 10 bodů z 20*

1. **a)** (2 body) Relace $r$ na množině $M$ je symetrická, jestliže ... (dokončete definici bez českých slov).

   **b)** (2 body) Může na dvouprvkové množině $T = \{a, b\}$ existovat relace, která není tranzitivní? Pokuste se takovou najít.

2. **a)** (2 body) Co je to rozklad množiny $M$?

   **b)** (2 body) Zapište výčtem prvků (= jako množinu) ekvivalenci, která určuje rozklad $\{\{1,2,3\},\{4\},\{5,6\}\}$.

3. **a)** (2 body) $P$ je uspořádaná množina, $\leq$ relace uspořádání na $P$, $M \subseteq P$. Prvek $a \in M$ se nazývá minimální prvek množiny $M$, jestliže ... (dokončete definici bez českých slov, pokud možno bez symbolu $\nexists$).

   **b)** (2 body) $P = \{\{1,2\},\{1,2,3\},\{2,3,4\},\{1,2,4\},\{1,3,4\},\{1,2,3,4\},\{1,3\},\{2,3\}\}$. Nakreslete Hasseho diagram množiny $P$ vzhledem k relaci $\subseteq$ a určete všechny minimální prvky množiny $P$.

4. **a)** (2 body) – $f$ je posloupnost, jestliže ... (při dokončení definice LZE použít česká slova)
   – Uveďte příklad posloupnosti.

   **b)** (2 body) Je relace $r = \{[o,p],[p,q],[q,r]\}$ na množině $\{o,p,q,r\}$ 1) zobrazením? 2) prostým zobrazením? Zdůvodněte.

5. **a)** (2 body) Uveďte příklad relace $t$ na množině $\{1,2,3,4,5\}$, která je reflexivní, antisymetrická, tranzitivní a úplná.

   **b)** (2 body) Vyšrafujte v kartézském grafu průnik relací $r \cap s \cap t$, kde
   $r = \{[x;y] \in R \times R : y \leq x+1\}$, $s = \{[x;y] \in R \times R : y \leq 1-x\}$, $t = \{[x;y] \in R \times R : y \geq -1\}$.