

MA0002 Diskrétní matematika — písemka Y

Každý příklad je hodnocen nejvýše tolika body, kolik je uvedeno v závorce.

Pro připuštění k ústní zkoušce je třeba získat nejméně 12 bodů.

**Své myšlenkové postupy přiměřeně komentujte pomocí slov (českého, slovenského nebo jiného) přirozeného jazyka.**

1. [2 b.] (a) Kolika způsoby lze přeskládat písmena slova TIKTOK?

(b) V kolika případech z úlohy (a) nestojí “T” ani “K” vedle sebe?

2. [2 b.] Dokažte, že následující výraz je dělitelný 8 pro všechna  $n \in \mathbb{N}$ :

$$4n^2 + 20n + 16$$

3. [2 b.] Určete a zdůvodněte, pro která  $n \in \mathbb{N}$  je výraz  $8n^2$  dělitelný 16.

4. [3 b.] Vypočtete:

$$S = 25 + 5 + 1 + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{5^{n+1}} + \frac{1}{5^{n+2}}$$

5. [2 b.] Vyřešte v oboru  $\mathbb{N}$  rovnici:

$$\frac{(x+2)!}{x!} + \frac{(x+3)!}{(x+1)!} = -8$$

6. [2 b.] Najděte celčíselné kořeny polynomu

$$x^4 - 7x^3 - 7x^2 + 55x - 42$$

7. [3 b.] Ve sáčku je 12 kostiček, z nichž každá má jiný tvar, ale pouze jednu ze dvou barev, červenou nebo modrou. Červených kostiček je 7, modrých 5. Určete,

- (a) Kolik různých pětic kuliček můžeme ze sáčku vytáhnout?
- (b) Kolik pětic je takových, že v nich jsou nejméně dvě kostičky červené?
- (c) Kolik pětic je takových, že v nich jsou nejméně tři kostičky červené a nejméně jedna modrá?

8. [3 b.] Najděte největšího společného dělitele

(a) dvou čísel: 496 a 651;

(b) polynomů  $x^5 + 4x^4 + 4x^3 - x^2 - 4x - 4$  a  $x^4 + 7x^3 + 16x^2 + 15x + 9$

9. [2 b.] Vymyslete slovní úlohu takovou, aby její výsledek byl

$$\binom{12}{5} - 7 \cdot \binom{5}{4}.$$