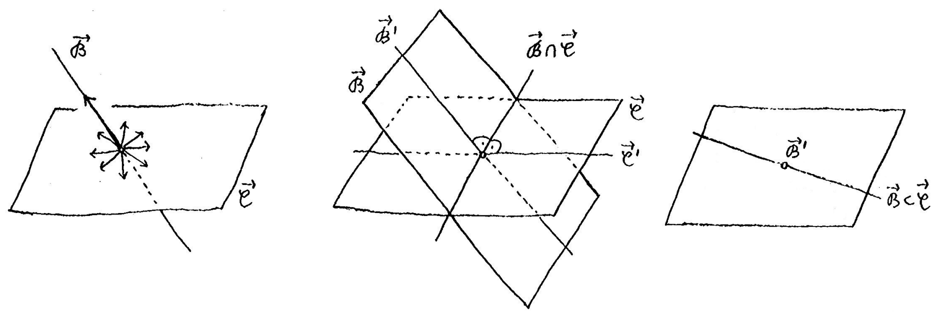
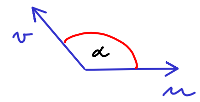
ODCHYLKY

- obecná definice
- geom. charakterizace
- poznámky a souvislosti s kolmostí

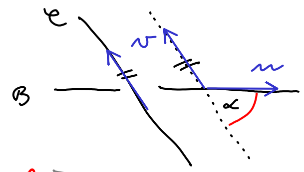


ODCHYLKY

• Rozumíme ∡ vektorů ... $\cos\alpha = \dfrac{u\cdot v}{\|u\|\cdot\|v\|}$ → $\alpha \in [0°, 180°]$



⇝ ∡ přímek ... $\cos\alpha = \dfrac{|u\cdot v|}{\|u\|\cdot\|v\|}$ → $\alpha \in [0°, 90°]$



Obecně

• $\measuredangle(\mathcal{B}, \mathcal{E}) = \measuredangle(\vec{\mathcal{B}}, \vec{\mathcal{E}})$,

• $\measuredangle(\vec{\mathcal{B}}, \vec{\mathcal{E}})$ ... musíme ROZLIŠOVAT:

– $\vec{\mathcal{B}} \cap \vec{\mathcal{E}} = \{o\}$ ... $\measuredangle(\vec{\mathcal{B}}, \vec{\mathcal{E}}) = \min\{\measuredangle(u, v)$, kde $u \in \vec{\mathcal{B}}$ a $v \in \vec{\mathcal{E}}\}$

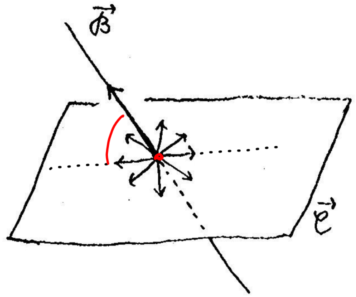
– $\vec{\mathcal{B}} \cap \vec{\mathcal{E}} \neq \{o\}$
  - → $\vec{\mathcal{B}} \cap \vec{\mathcal{E}} = \max$ ... $\measuredangle(\vec{\mathcal{B}}, \vec{\mathcal{E}}) = 0$
  - → $\vec{\mathcal{B}} \cap \vec{\mathcal{E}} \neq \max$ ... $\measuredangle(\vec{\mathcal{B}}, \vec{\mathcal{E}}) = \measuredangle(\vec{\mathcal{B}}', \vec{\mathcal{E}}')$,

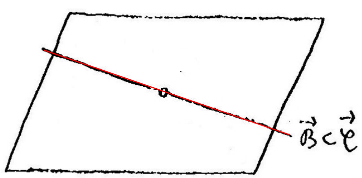
kde $\vec{\mathcal{B}}' \subset \vec{\mathcal{B}}$ a $\vec{\mathcal{B}}' \perp (\vec{\mathcal{B}} \cap \vec{\mathcal{E}})$

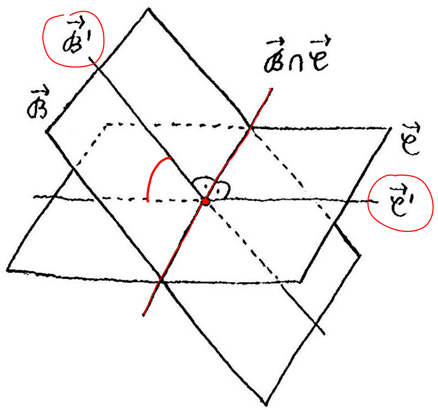
a $\vec{\mathcal{E}}' \subset \vec{\mathcal{E}}$ a $\vec{\mathcal{E}}' \perp (\vec{\mathcal{B}} \cap \vec{\mathcal{E}})$

↑

vskutku $\vec{\mathcal{B}}' \cap \vec{\mathcal{E}}' = \{o\}$



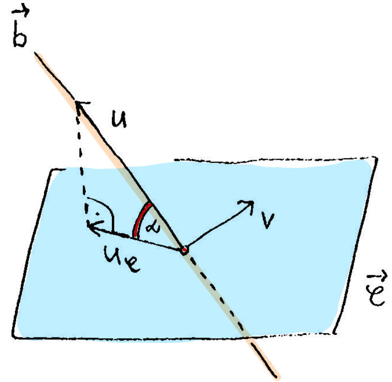




PRVNÍ CHARAKTERIZACE

- b = přímka, $\mathcal{E}$ = ob. netriv. podpr.:

$$\boxed{\begin{array}{l} \measuredangle(b, \mathcal{E}) = \measuredangle(u, u_{\mathcal{E}}), \\ \quad \text{kde } u \in \vec{b} \text{ lib.} \\ \quad\quad \text{a } u_{\mathcal{E}} = \text{kolmý průmět } u \text{ do } \mathcal{E}. \end{array}}$$



- **Důkaz:**

Pro lib. $v \in \vec{\mathcal{E}}$ ukážeme, že $\beta = \measuredangle(u, v) \geqq \measuredangle(u, u_{\mathcal{E}}) = \alpha$,

tj. $\cos\beta \leqq \cos\alpha$:

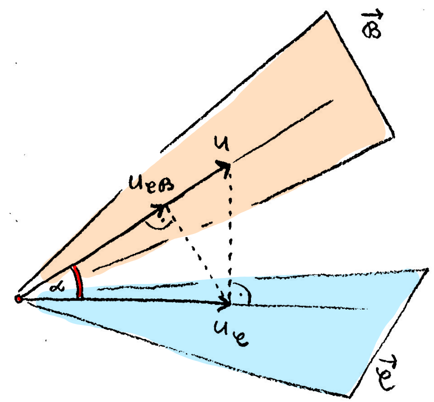
$$\cos\beta = \frac{u \cdot v}{\|u\| \cdot \|v\|} = \frac{u_{\mathcal{E}} \cdot v}{\|u\| \cdot \|v\|} \leqq \frac{\|u_{\mathcal{E}}\| \cdot \|v\|}{\|u\| \cdot \|v\|} = \frac{\|u_{\mathcal{E}}\|}{\|u\|} = \cos\alpha .$$

$u - u_{\mathcal{E}} \perp \mathcal{E}$

tj. $(u - u_{\mathcal{E}}) \cdot v = 0$

Cauchy-Schwarz!

OBECNÁ CHARAKTERIZACE



- $\mathcal{B}, \mathcal{E}$ ... ob. netriv. podpr., $\vec{\mathcal{B}} \cap \vec{\mathcal{E}} = \{o\}$
- ozn. $\sphericalangle(\mathcal{B}, \mathcal{E}) = \sphericalangle(u, v) = \alpha$ pro $u \in \vec{\mathcal{B}}$ a $v \in \vec{\mathcal{E}}$

$\leadsto$ $\alpha = \sphericalangle(u, u_{\mathcal{E}}) = \sphericalangle(v_{\mathcal{B}}, v)$,

kde $u_{\mathcal{E}}$ = kolmý průmět u do $\mathcal{E}$

a $v_{\mathcal{B}}$ = kolmý průmět v do $\mathcal{B}$

$\leadsto$ $u_{\mathcal{E}}$ = násobek v a $v_{\mathcal{B}}$ = násobek u

$\leadsto$ $u_{\mathcal{E}\mathcal{B}}$ = kolmý průmět $u_{\mathcal{E}}$ do $\mathcal{B}$

= násobek u

= CHAR. VEKTOR složeného zobr. $\vec{\mathcal{B}} \underset{p_{\mathcal{B}}}{\overset{p_{\mathcal{E}}}{\rightleftarrows}} \vec{\mathcal{E}}$

- Přitom $\cos\alpha = \dfrac{\|u_{\mathcal{E}}\|}{\|u\|} = \dfrac{\|u_{\mathcal{E}\mathcal{B}}\|}{\|u_{\mathcal{E}}\|}$, $u_{\mathcal{E}\mathcal{B}} = \lambda u$ $\leadsto$ $\boxed{\lambda = \cos^2\alpha}$.

$\sphericalangle(\mathcal{B}, \mathcal{E}) = \sphericalangle(u, u_{\mathcal{E}}) = \dots$,

kde u = char. vektor odp. NEJVĚTŠÍMU char. číslu transf. $p_{\mathcal{B}} \circ p_{\mathcal{E}}$

a $u_{\mathcal{E}} = p_{\mathcal{E}}(u)$, ...

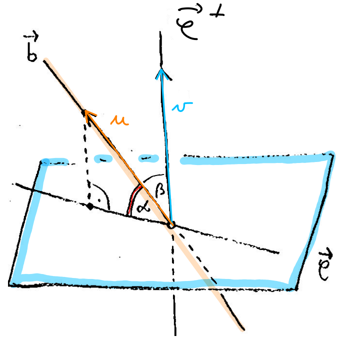
ZKRATKY A POZNÁMKY

- obecně platí $\boxed{\sphericalangle(\vec{\mathcal{B}}, \vec{\mathcal{E}}) = \sphericalangle(\vec{\mathcal{B}}^{\perp}, \vec{\mathcal{E}}^{\perp}) = 90° - \sphericalangle(\vec{\mathcal{B}}, \vec{\mathcal{E}}^{\perp})}$ . . .
- což se hodí zejména v NADROVINĚ . . .

$\sphericalangle(\vec{\mathcal{E}}, \vec{\mathcal{E}}^{\perp}) = 90°$

- Např. b = přímka, $\mathcal{E}$ = nadrovina

$\rightsquigarrow$ $\alpha = \sphericalangle(b, \mathcal{E}) = 90° - \sphericalangle(u, v)$,
kde $u \in \vec{b}$, $v \in \vec{\mathcal{E}}^{\perp}$ lib.



$\rightsquigarrow$ $\boxed{\sin\alpha = \cos(90° - \alpha) = \dfrac{|u \cdot v|}{\|u\| \cdot \|v\|}}$

- $\mathcal{B}, \mathcal{E}$ totálně kolmé, tj. $\vec{\mathcal{B}}^{\perp} = \vec{\mathcal{E}}$ $\Longrightarrow$ $\sphericalangle(\mathcal{B}, \mathcal{E}) = 90°$. ← triv.
- $\boxed{\mathcal{B}, \mathcal{E} \text{ "kolmé", tj. } \vec{\mathcal{B}}^{\perp} \subseteq \vec{\mathcal{E}} \text{ či } \vec{\mathcal{B}}^{\perp} \supseteq \vec{\mathcal{E}} \Longrightarrow \sphericalangle(\mathcal{B}, \mathcal{E}) = 90°.}$ ← obecně

$\cancel{\Longleftarrow}$

Důvod:

Levá strana ZÁVISÍ na okolním prostoru $\mathcal{E}$, pravá strana NIKOLI!

platí, pokud $\vec{\mathcal{B}} \cap \vec{\mathcal{E}} = \{o\}$!