POZNÁMKY K VYJÁDŘENÍ AF. PODPR.

- rovnicově (implicitně)
- parametricky (explicitně)
- jinak (...)

- přechod od jednoho ke druhému
- přechod od druhého k prvnímu
- apod.

PŘÍKLAD

pro neznámé $x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$,
tj. $\mathcal{B} \subseteq \mathbb{R}^3$

$$\mathcal{B} = \left\{ \text{řešení soustavy rovnic } \boxed{\begin{aligned} x_1 - x_2 - x_3 &= 1 \\ 2x_1 - 5x_2 - 4x_3 &= 1 \\ -x_1 + 4x_2 + 3x_3 &= 0 \end{aligned}} \right\} =$$

$$= \left\{ \text{řešení soustavy rovnic } \boxed{\begin{aligned} 2x_1 + x_2 &= 3 \\ 3x_1 - x_3 &= 4 \end{aligned}} \right\} =$$

$$= \ldots$$

ekvivalentní SOUSTAVY ROVNIC

$$= \left\{ \begin{aligned} x_1 &= t \\ x_2 &= 3 - 2t \\ x_3 &= -4 + 3t \end{aligned} \;\middle|\; t \in \mathbb{R} \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ -4 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix} \;\middle|\; t \in \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \left\{ \begin{aligned} x_1 &= 3/2 - s \\ x_2 &= s \\ x_3 &= 1/2 - 3s \end{aligned} \;\middle|\; s \in \mathbb{R} \right\} = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3/2 \\ 0 \\ 1/2 \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{bmatrix} \;\middle|\; s \in \mathbb{R} \right\} =$$

$$= \ldots$$

ekvivalentní PARAMETRIZACE

2 lin. NEZÁVISLÉ rovnice
3 neznámé

$$\dim \mathcal{B} = 3 - 2 = 1$$

OBECNĚ

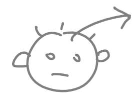
Pro lib. af. prostor $\mathcal{A}$:

- volba souř. soustavy ZTOTOŽŇUJE $\mathcal{A} \cong \mathbb{R}^n$, kde $n = \dim \mathcal{A}$

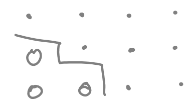
  $\rightsquigarrow$ všechny výpočty ve stand. prostoru $\mathbb{R}^n$ . . .

Pro lib. af. podprostor $\mathcal{B} \subseteq \mathcal{A} \cong \mathbb{R}^n$:

- od rovnicového vyjádření k parametrickému
  - stačí **vyřešit** soustavu,
  - pro MÁLO rovnic umíme z hlavy,
  - OBECNĚ umíme **eliminovat** neznámé . . .



- od parametrického vyjádření k rovnicovému
  - stačí **najít** soustavu,
  - pro MÁLO parametrů umíme z hlavy,
  - OBECNĚ umíme **eliminovat** parametry . . .



- všudypřítomné POČTY $\rightsquigarrow$

$$\underbrace{\begin{array}{l} r \text{ lin. NEZÁVISLÝCH rovnic} \\ n \text{ neznámých} \end{array}}$$

$$\dim \mathcal{B} = n - r$$

MŮŽE SE HODIT

- $\mathcal{B} = \{ P + t_1 v_1 + t_2 v_2 + \dots \mid t_1, t_2, \dots \in \mathbb{R} \}$ $\leftarrow$ $\dim \mathcal{B} = k$

- $X \in \mathcal{B} \iff X = P + t_1 v_1 + t_2 v_2 + \dots$

  $\iff X - P = t_1 v_1 + t_2 v_2 + \dots$

  $\iff$ hodnost matice $(\overrightarrow{PX}, v_1, v_2, \dots) = k$

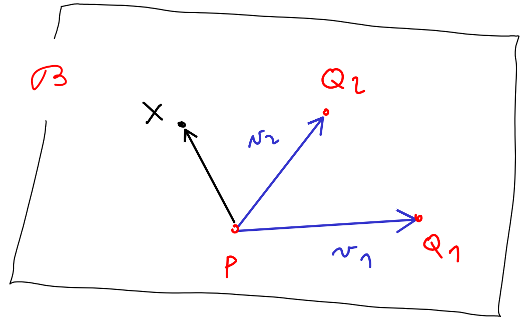
  $\iff$ všechny subdeterminanty řádu $> k$ z matice $(\overrightarrow{PX}, v_1, v_2, \dots)$ jsou 0

- Např. $\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} + t_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t_2 \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$ $\dots$ dim 2

  hodnost $\left(\begin{array}{c:c:c} x_1 & 1 & -1 \\ x_2 - 1 & 2 & 1 \\ x_3 - 2 & 0 & 3 \end{array} \right) = 2 \iff \det \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} = 0$

  $\iff \boxed{2x_1 - x_2 + x_3 - 1 = 0}$

JINÁ VYJÁDŘENÍ



- $X \in \mathcal{B} \iff X = P + t_1 v_1 + t_2 v_2 + \dots$

$$\iff X = P + t_1 (Q_1 - P) + t_2 (Q_2 - P) + \dots$$

$$\iff \text{"} X = (1 - t_1 - t_2 - \dots) P + t_1 Q_1 + t_2 Q_2 + \dots \text{"}$$

$$\iff \text{"} X = t_0 P + t_1 Q_1 + t_2 Q_2 + \dots \text{"},$$

kde $\boxed{t_0 + t_1 + t_2 + \dots = 1}$!

"AFINNÍ KOMBINACE BODŮ"

$t_0, t_1, t_2, \dots$ BARYCENTRICKÉ souřadnice …

(viz dále: těžiště, konvexní obaly, …)

- Ve spec. případech se užívají další výhodná vyjádření …

(např. nadroviny, přímky) (např. úsekové rovnice, Plückerovy souřadnice, …)