

Dělitelnost v oboru přirozených čísel

Irena Budínová

Pdf MU

Pojmy z 1. stupně

- Dělitel a násobek
- Je potřeba se ujistit, že žáci mají pro pojmy správnou představu
- Pojem násobek se tvoří při učení se násobení a násobilce. Násobení by mělo vzniknout na základě opakovaného sčítání, důležitá je i grafická představa.
- Znalost násobilky je užitečná, nikoli nezbytná. Nepostradatelná je však znalost násobkových řad.
- Někteří žáci počítají v násobkových řadách s využitím prstů (Budínová, Panáčová, 2022). Tím klesá jejich efektivita v učivu dělitelnosti.

Násobek přirozeného čísla

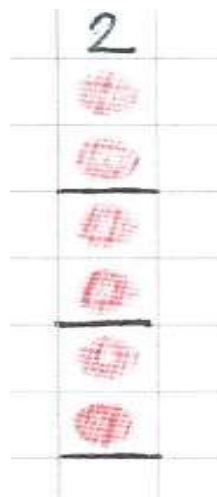
- Žáci si zapisují výsledky do pracovního listu:

$0 \cdot 2 =$	$0 \cdot 3 =$	$0 \cdot 4 =$...
$1 \cdot 2 =$	$1 \cdot 3 =$	$1 \cdot 4 =$	
$2 \cdot 2 =$	$2 \cdot 3 =$	$2 \cdot 4 =$	
$3 \cdot 2 =$	$3 \cdot 3 =$	$3 \cdot 4 =$	
$4 \cdot 2 =$	$4 \cdot 3 =$	$4 \cdot 4 =$	
$5 \cdot 2 =$	$5 \cdot 3 =$	$5 \cdot 4 =$	
$6 \cdot 2 =$	$6 \cdot 3 =$	$6 \cdot 4 =$	
$7 \cdot 2 =$	$7 \cdot 3 =$	$7 \cdot 4 =$	
$8 \cdot 2 =$	$8 \cdot 3 =$	$8 \cdot 4 =$	
$9 \cdot 2 =$	$9 \cdot 3 =$	$9 \cdot 4 =$	
$10 \cdot 2 =$	$10 \cdot 3 =$	$10 \cdot 4 =$	

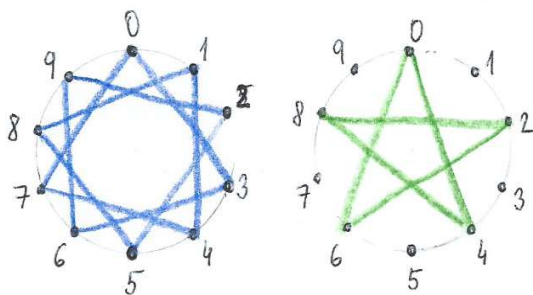
Násobek přirozeného čísla

- Znázornění pomocí:

a) Čtverečkovaného papíru

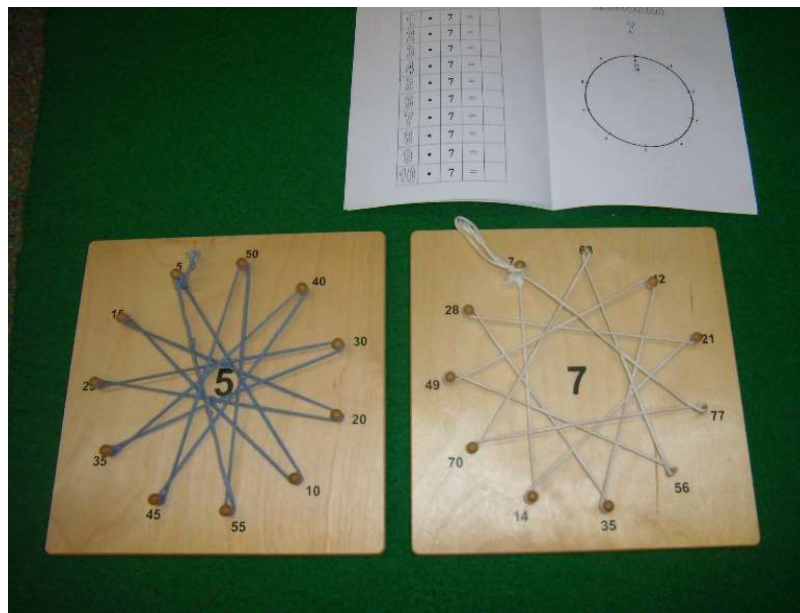


b) Kruhového schématu



Násobek přirozeného čísla

c) Násobkové mandaly (Montessori pomůcka)

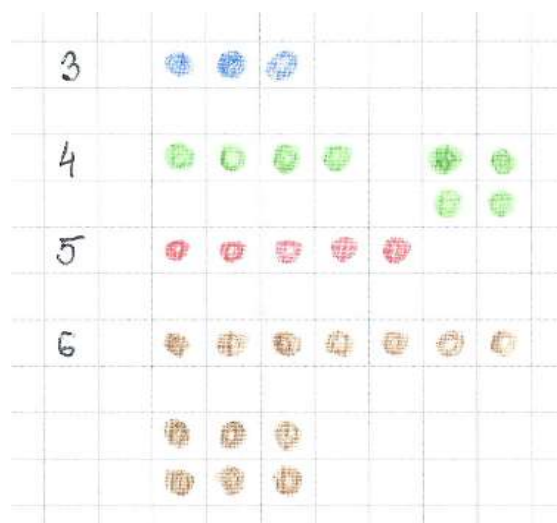


Dělitel přirozeného čísla

- Pojem vychází z dělení beze zbytku.
- V 6. ročníku se zavádí pojem dělitele přirozeného čísla.
- Úspěšnost v učivu dělitelnosti bude opět závislá na znalosti násobkových řad a násobilky.
- **Úkol:** Určete rozklad na prvočinitele čísla 1001.
- Pokud jste se u činnosti cítili bezradně či frustrovaně, cítili jste se jako žák, který bez dobré znalosti násobilky hledá rozklad jednoduššího čísla.

Dělitel přirozeného čísla

- Znázornění pomocí čtverečkováného papíru: snažíme se daný počet uspořádat do všech možných obdélníků



Dělitel přirozeného čísla

- Žáci zjištěné výsledky zapisují do pracovního listu:

$$2 \quad 1 \cdot 2$$

$$3 \quad 1 \cdot 3$$

$$4 \quad 1 \cdot 4 \quad 2 \cdot 2$$

$$5 \quad 1 \cdot 5$$

$$6 \quad 1 \cdot 6 \quad 2 \cdot 3$$

⋮

$$12 \quad 1 \cdot 12 \quad 2 \cdot 6 \quad 3 \cdot 4$$

Dělitel přirozeného čísla

- Rozklad přirozeného čísla na součin prvočinitelů pomocí různých grafických schémat.
- Hledání **všech** dělitelů přirozeného čísla (nutné kombinační schopnosti).
- Zadávání zajímavých úloh, jako: Doplň chybějící cifru tak, aby číslo 26_8 bylo dělitelné dvanácti.

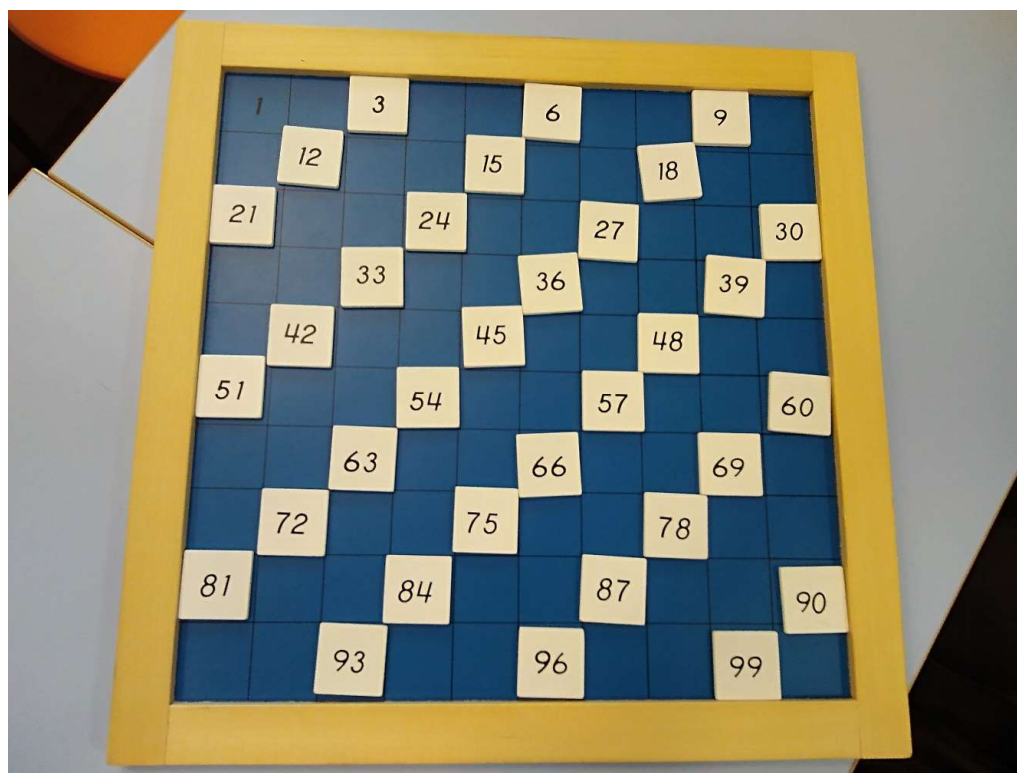
Stovkový koberec

Podpora pro výuku násobků i dělitelů



Stovková tabulka

- Žáci mohou vyskládat násobky některého čísla a dívají se na obrazce, které vznikají – podporuje představu pojmu



Úkol

- Definujte pojem **násobek** přirozeného čísla.
- Definujte pojem **dělitel** přirozeného čísla.

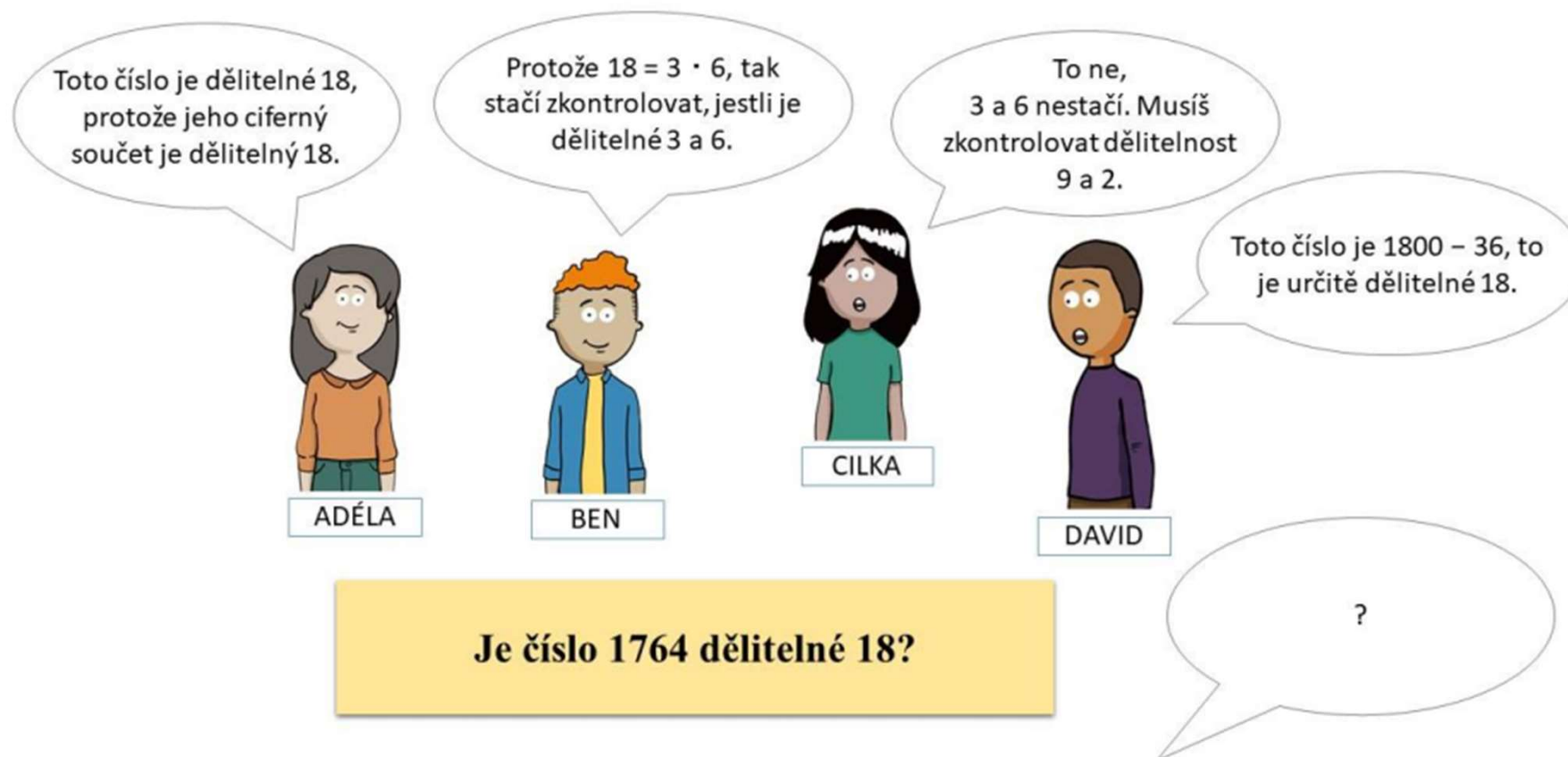
Znaky dělitelnosti

- Znaky dělitelnosti se udávají v podobě vět, nejčastěji ve tvaru implikace, např.: *Jestliže číslo má na místě jednotek jedno z čísel 0, 2, 4, 6, 8, pak je dělitelné dvěma.* Věta je platná i ve tvaru ekvivalence: *Číslo je dělitelné dvěma právě tehdy, když má na místě jednotek jednu z číslic 0, 2, 4, 6, 8.* Na základě dělitelnosti dvěma definujeme sudé číslo: *Jestliže je číslo dělitelné dvěma, pak se nazývá sudé.*
- Tyto věty se na základní škole nedokazují, ale ověřují se na konkrétních číslech a v některých případech lze provést i důkaz pomocí konkrétního čísla (dělitelnost 3, 4, 5, 8, 9).

Concept Cartoons

- Concept Cartoons jsou obrázky související s probíraným učivem a několika dětmi, které prostřednictvím bublinového rozhovoru o situaci diskutují.
- Situace nabízejí správná i chybná řešení.
- Žáci vybírají to řešení, které je podle nich správné.
- Pro učitele je metoda vhodným diagnostickým nástrojem chybných představ, které se u žáků vyskytují.
- U následující viněty promyslete, co o žákových znalostech prozradí volba určité bubliny.

Concept Cartoons – znaky dělitelnosti



Společný dělitel dvou nebo více čísel

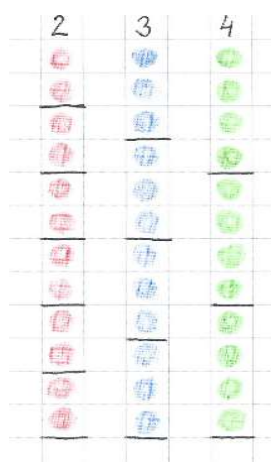
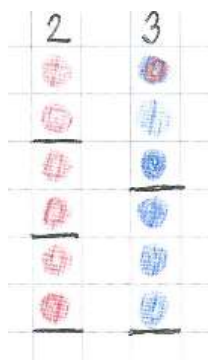
- **Společný dělitel** několika čísel je celé kladné číslo, které je dělitelem každého z nich.
- **Největší společný dělitel** několika čísel je největší ze společných dělitelů a je dělitelný všemi ostatními společnými děliteli.

Společný dělitel dvou a více čísel

- Způsoby hledání NSD:
 - **Pomocí rozkladu na součin prvočinitelů:** V 6. ročníku bez mocnin, později pomocí mocnin.
 - Pro některé děti může být značně kognitivně náročná orientace v grafických schématech.
 - **Pomocí Euklidova algoritmu postupného dělení** (vhodné obohacení učiva pro bystré a nadané žáky)

Společný násobek dvou nebo více čísel

- **Společný násobek** dvou nebo více čísel je celé kladné číslo, které je celistvým násobkem každého z nich. Společných násobků je nekonečně mnoho.
- Znárodnění pomocí čtverečkovaného papíru:



Společný násobek dvou a více čísel

- **Nejmenší společný násobek** několika čísel je nejmenší ze společných násobků těchto čísel a platí, že dělí všechny společné násobky.
- Způsoby určení nsn:
 - **Experimentem:** Vypisujeme postupně násobky většího z čísel a hledáme mezi nimi to, které je násobkem i druhého čísla, např: čísla 12 a 32:
$$32: 32, 64, \underline{96}, \text{nsn}(12,32)=96$$
 - **Pomocí rozkladu na součin prvočinitelů**
 - **Pomocí věty** $a \cdot b = D(a, b) \cdot n(a, b)$ (vhodné jako obohacující učivo pro žáky bystré a nadané)

Prvočísla, čísla složená

- Při činnosti se čtverečkovaným papírem u dělitelnosti si děti mohou přirozená čísla pořádat do tří skupin:
 - Číslo 1
 - Čísla, která mají právě dva různé dělitele ($2 = 1 \cdot 2, 3 = 1 \cdot 3, 5 = 1 \cdot 5, \dots$) – **prvočísla**
 - Ostatní čísla – **čísla složená**: Čísla, která mají více než dva různé přirozené dělitele.
- Určení prvočísla:
 - Z tabulek
 - Pomocí Erastotenova síta
 - Pomocí věty: Dané přirozené číslo a je prvočíslu, není-li dělitelné žádným prvočíslem p , pro které platí $p^2 \leq a$.

Možnosti dalšího studia

- Budínová, I. (2022). Obtíže žáka se sníženou kognitivní efektivitou a dysgrafickými problémy při násobení a jejich kompenzace. In Janík, T., Slavík, J., Češková, T. *Produktivní kultura vyučování a učení v didaktických kazuistikách*. Masarykova univerzita.
- https://www.coreflect.eu/download/io2_course-concepts_czech.pdf
- Hejný, M.: *Teória vyučovania matematiky 2*. Bratislava: SPN, 1990