

Čtyřúhelníky

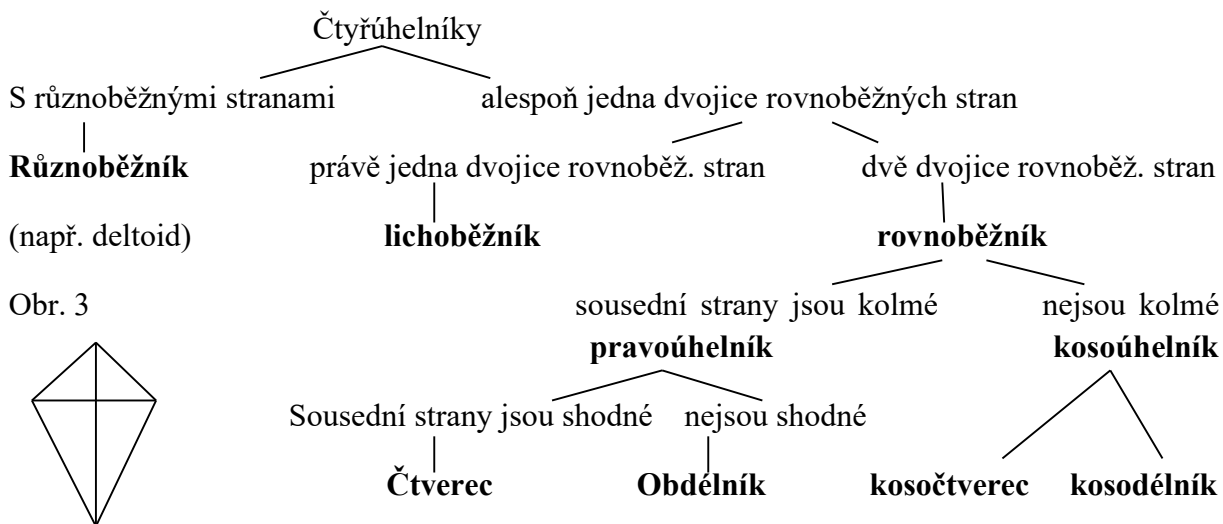
Irena Budínová

Definice: Jsou dány v rovině čtyři různé body A, B, C, D, z nichž žádné tři neleží v jedné přímce. Čtyřúhelník ABCD je sjednocení trojúhelníků ABD a BDC, právě když jejich průnikem je úsečka BD.

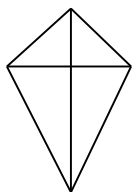
Klasifikace čtyřúhelníků probíhá vždy podle určitého znaku. Například podle vnitřních úhlů dělíme čtyřúhelníky na konvexní a nekonvexní (konkávni).

Rozlišujeme klasifikace **hierarchické** a **ne-hierarchické**. Ne-hierarchické klasifikace jsou vhodné pro mladší žáky, kteří potřebují mít jednoznačně vymezeny pojmy, jako například obdélník nebo čtverec. Pro žáky 1. stupně je jednodušší o těchto pojmech uvažovat odděleně, a nikoli tak, že čtverec je speciálním případem obdélníku. Žáci 2. stupně už jsou ovšem schopni uvažovat hierarchicky. V zahraničí (např. anglicky mluvící země) se vůbec nesetkáváme s ne-hierarchickými klasifikacemi, žáci se od počátku učí uvažovat hierarchicky.

Ne-hierarchická klasifikace čtyřúhelníků:

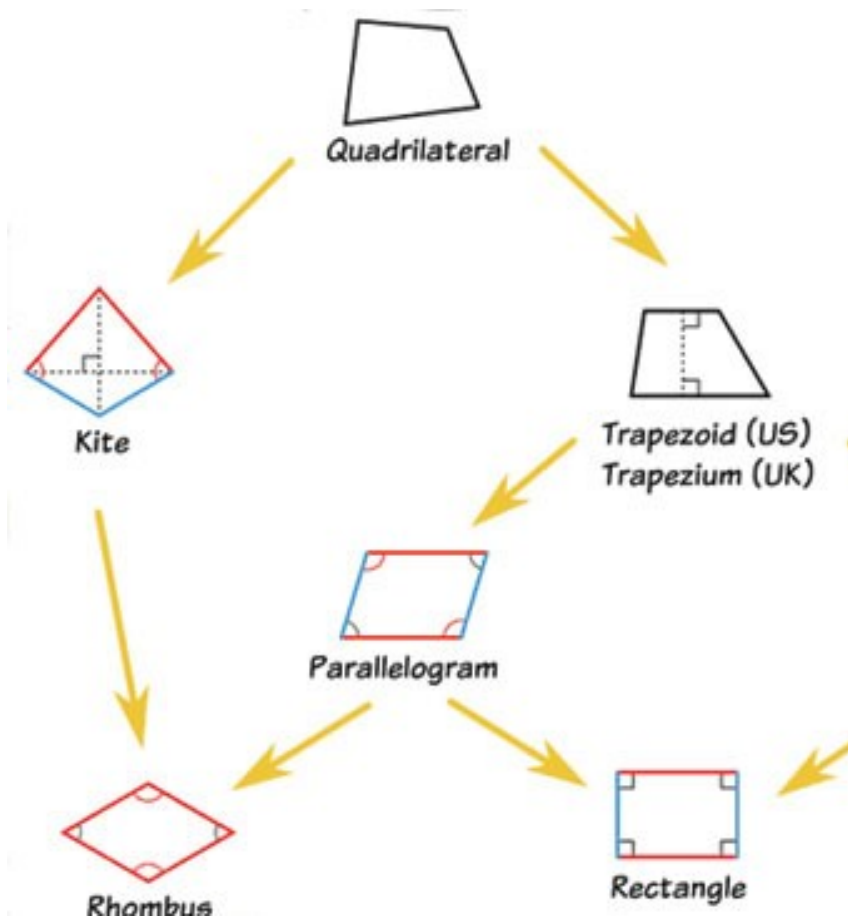


Obr. 3



Hierarchická klasifikace čtyřúhelníků podle symetrie:

(převzato z https://teachers.yale.edu/curriculum/viewer/initiative_10.04.01_u)



V dalším textu budeme pojmy definovat v duchu ne-hierarchické klasifikace. U útvarů s dvojicemi rovnoběžných stran budeme vycházet z pojmu *rovnoběžník*.

Rovnoběžníky

Definice: Rovnoběžník je čtyřúhelník, který má dvě dvojice protějších stran rovnoběžných.

$$AB \parallel CD \quad BC \parallel AD.$$

Věta 1. Protější strany rovnoběžníku jsou shodné.

$$AB \parallel CD \wedge BC \parallel AD \Rightarrow AB \cong CD \wedge BC \cong AD$$

Důkaz: Sestrojíme úsečku BD a dokážeme shodnost trojúhelníků ABD a CDB (usu).

Věta 2. Protější úhly rovnoběžníku jsou shodné.

Důkaz: Viz V1.

Věta 3. Úhlopříčky rovnoběžníku se půlí.

Důkaz: Dokážeme shodnost trojúhelníků ABS a CDS (usu).

Věta 4. Součet vnitřních úhlů čtyřúhelníku je úhel plný (součet velikosti vnitřních úhlů čtyřúhelníku je roven 360°).

Důkaz: Součty vnitřních úhlů trojúhelníků ABD a CDB – každého z nich je 180° .

Všechny rovnoběžníky jsou středově souměrné.

Obdélník

Definice: Obdélník je rovnoběžník, jehož sousední strany jsou na sebe kolmé a nejsou shodné.

Platí V 1 – V4 a navíc:

Věta 5. Úhlopříčky obdélníku jsou shodné.

Důkaz: shodnost trojúhelníků ABD a ABC (sus)

Obdélníku lze opsat kružnici. Obdélník má dvě osy souměrnosti.

Čtverec

Definice: Čtverec je rovnoběžník, jehož sousední strany jsou shodné a na sebe kolmé.

Platí V 1 – V 5 a navíc

Věta 6. Úhlopříčky čtverce jsou na sebe kolmé.

Důkaz: shodnost trojúhelníků ABS a BCS (sss), vedlejší úhly shodné, tedy pravé.

Čtverci lze opsat i vepsat kružnici. Čtverec má 4 osy souměrnosti.

Lichoběžník

Definice: Lichoběžník je čtyřúhelník, který má jednu dvojici protějších stran rovnoběžné a jednu dvojici protějších stran různoběžné.

Základní pojmy pro lichoběžník:

AB|| CD – základny (a, c), BC, AD – ramena (b, d)

Vnitřní úhly – grafický součet vnitřních úhlů na témž rameni lichoběžníku je úhel přímý.

Výška – vzdálenost přímek, na kterých leží základy (kolmice k základnám)

Střední příčka – úsečka, jejímiž krajními body jsou středy ramen, platí: $s = \frac{a + c}{2}$

Druhy lichoběžníků: pravoúhlý, rovnoramenný

Čtyřúhelník tečnový: čtyřúhelník, kterému lze vepsat kružnici, strany jsou tečnami.

Věta 7: Čtyřúhelník je tečnový právě tehdy, jestliže součty délek jeho protilehlých stran sobě rovnají, $a + c = b + d$.

Čtyřúhelník tětiový: čtyřúhelník, jemuž lze opsat kružnici, strany jsou tětivami.

Věta 8: Čtyřúhelník je tětiový právě tehdy, jestliže součet velikostí dvou protějších úhlů je roven 180° .

Čtyřúhelník dvojstředový – čtyřúhelník, kterému lze kružnici opsat i vepsat.

Obvody a obsahy

Definice: Obvod rovinného obrazce je délka jeho hranice.

U čtyřúhelníků je tedy obvod roven součtu délek všech stran, $o = a+b+c+d$.

Definice: Obsah rovinného obrazce je počet čtverečních jednotek, kterými lze daný útvar vyplnit.

Při výuce obsahů rovinných útvarů postupujeme od jednotkového čtverce a postupně zavádíme obsah čtverce, obdélníku, rovnoběžníku, trojúhelníku, lichoběžníku.

Literatura:

Abdul-Asis, S. *Geometry and the Real World*. Dostupné z https://teachers.yale.edu/curriculum/viewer/initiative_10.04.01_u

Usiskin, Z., Griffin, J. (2008). *The Classification of Quadrilaterals*. Information Age Publishing Inc.

Žilková, K., Partová, E., Kopáčková, J., Tkačik, Š., Mokriš, M., Budínová, I., Gunčaga, J. (2018). *Young Children's Concepts of Geometric Shapes*. Pearson.