

2.2.9. Vratné děje v ideálním plynu



1. Umět popsat izochorický, izobarický, izotermický a adiabatický děj s ideálním plynem z hlediska změn stavových veličin při těchto dějích.
2. Umět popsat izochorický, izobarický, izotermický a adiabatický děj s ideálním plynem z hlediska prvního termodynamického zákona.
3. Umět graficky znázornit izochorický, izobarický, izotermický a adiabatický děj s ideálním plynem ve stavových diagramech p - V , V - T , p - T .
4. Naučit se počítat při dějích s ideálním plynem práci konanou plynem, vyměněné teplo a změnu vnitřní energie plynu.
5. Vědět co je polytropický děj a pochopit souvislost polytropického děje se speciálními ději s ideálním plynem.
6. Umět popsat kruhový děj s ideálním plynem pomocí prvního termodynamického zákona a znát definici účinnosti kruhového děje.
7. Umět popsat Carnotův kruhový děj a znát vztah pro jeho účinnost.
8. Pochopit fyzikální obsah druhého termodynamického zákona na základě jeho některých ekvivalentních formulací.



Už víme, že termodynamický stav soustavy je určen souborem hodnot stavových veličin. **Termodynamický děj** (nebo také **stavová změna**) je fyzikální děj, při kterém soustava přejde z daného počátečního stavu (určeného jistým souborem hodnot stavových veličin) časovou posloupností stavů do stavu výsledného (určeného obecně jiným souborem hodnot stavových veličin).

Děj, který může probíhat v obou směrech mezi dvěma různými stavy soustavy, přičemž soustava přejde při obráceném ději postupně všemi stavy jako při přímém ději, ale v obráceném pořadí, a okolí soustavy se přitom vrátí do původního stavu, se nazývá **vratný (termodynamický) děj**. Vratné děje jsou rovnovážné děje.

Děj, který není vratný, se nazývá **nevratný děj**. Vratné resp. rovnovážné děje jsou idealizované děje. Skutečné děje, probíhající v přírodě, jsou nevratné.

V dalším textu se budeme věnovat vratným dějům s ideálním plynem. Pro skutečné plyny budou výsledky pro děje s ideálním plynem platit přibližně za podmínek blízkých normálním podmínkám (připomeneme si : $t_n = 0$ °C, $p_n = 1,01325 \cdot 10^5$ Pa). Značné odchylky pro skutečné plyny vznikají při teplotách blízkých termodynamické teplotě 0 K a při vysokých tlacích.

a) Izochorický děj s ideálním plynem

Děj, který probíhá při stálém objemu plynu ($V = \text{konst.}$), se nazývá izochorický děj. Lze jej realizovat například tak, že plyn uzavřeme do nádoby s pevnými stěnami.

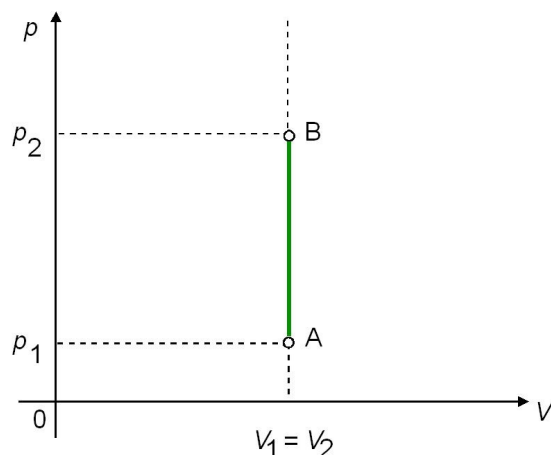
Zahříváme-li plyn dané hmotnosti tak, že jeho objem zůstává stálý, zvětšuje se jeho tlak. Závislost tlaku p ideálního plynu na jeho termodynamické teplotě T odvodíme ze stavové

rovnice $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$. Pro $V_1 = V_2$ dostaneme

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}, \quad \text{resp.} \quad \frac{p}{T} = \text{konst.} \quad 2.2.-38$$

Při izochorickém ději s ideálním plynem stálé hmotnosti je tlak plynu přímo úměrný jeho termodynamické teplotě (Charlesův zákon).

Graf znázorňující v p - V diagramu izochorický děj se nazývá **izochora**. Její rovnice je $V = \text{konst.}$ Izochora je úsečka rovnoběžná a osou p . V obrázku je znázorněn izochorický děj proběhlý v ideálním plynu od stavu plynu A (určeného hodnotami p_1, V_1, T_1) do stavu B (určeného hodnotami $p_2, V_2 = V_1, T_2$).



Při zvýšení teploty plynu stálé hmotnosti m o dT přijme plyn při konstantním objemu V teplo $dQ_V = m \cdot c_V \cdot dT = n \cdot C_{mV} \cdot dT$. Po integraci v teplotním intervalu $\Delta T = T_2 - T_1$ za předpokladu, že tepelné kapacity se v tomto intervalu nemění, dostaneme $Q_V = m \cdot c_V \cdot \Delta T = n \cdot C_{mV} \cdot \Delta T$.

Protože $V = \text{konst.}$, je $dV = 0$. Pak elementární práce $dA = 0$, a tedy práce $A = 0$ J. Z prvního termodynamického zákona pak plyne

$$Q_V = \Delta U = m \cdot c_V \cdot \Delta T = n \cdot C_{mV} \cdot \Delta T. \quad 2.2.-39$$

Teplo přijaté ideálním plynem při izochorickém ději se rovná přírůstku jeho vnitřní energie.

b) Izobarický děj s ideálním plynem

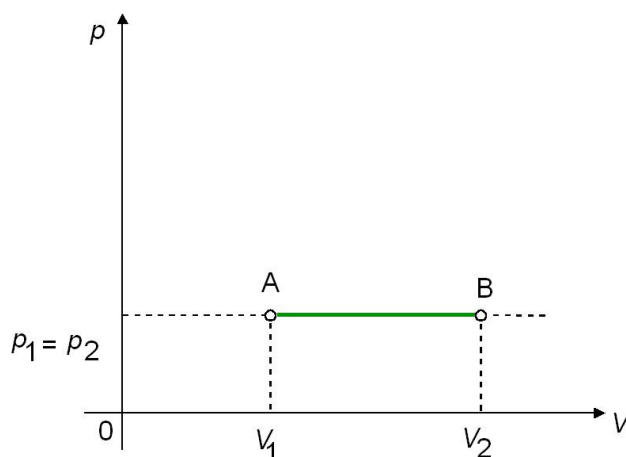
Děj v plynu, při kterém je tlak plynu stálý ($p = \text{konst.}$), se nazývá **izobarický děj.** Lze jej realizovat například tak, že plyn uzavřeme v nádobě s pístem, který je volně pohyblivý ve svislém směru, ale přitom dobře těsní. Hodnotu požadovaného tlaku můžeme regulovat zatížením pístu.

Ze stavové rovnice $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ dostaneme pro $p_1 = p_2$

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}, \quad \text{resp.} \quad \frac{V}{T} = \text{konst.} \quad 2.2.-40$$

Při izobarickém ději s ideálním plynem stálé hmotnosti je objem plynu přímo úměrný jeho termodynamické teplotě (Gay-Lussacův zákon).

Graf znázorňující v p - V diagramu izobarický děj se nazývá **izobara**. Její rovnice je $p = \text{konst.}$ Izobara je úsečka rovnoběžná s osou V . V obrázku je znázorněn izobarický děj proběhlý v ideálním plynu od stavu A (určeného hodnotami p_1, V_1, T_1) do stavu B (určeného hodnotami $p_2 = p_1, V_2, T_2$).



Při zvětšení objemu o $\Delta V = V_2 - V_1$ vykoná při izobarickém ději plyn práci $A = p \cdot \Delta V$ (odvození viz Řešený příklad v kapitole 2.2.8.). Tento vztah pro práci lze použitím stavové rovnice 2.2.-26 pro $p = \text{konst.}$ upravit na tvar $A = n \cdot R \cdot \Delta T$.

Protože vnitřní energie ideálního plynu je stavovou funkcí pouze termodynamické teploty T , je její změna i při $p = \text{konst.}$ daná vztahem $\Delta U = n \cdot C_{mV} \cdot \Delta T = m \cdot c_V \cdot \Delta T$ (viz vztah 2.2.-35).

Při zvýšení teploty plynu stálé hmotnosti m o dT přijme plyn při konstantním tlaku teplo $dQ_p = m \cdot c_p \cdot dT = n \cdot C_{mp} \cdot dT$. Po integraci v teplotním intervalu $\Delta T = T_2 - T_1$ za předpokladu, že tepelné kapacity se v tomto intervalu nemění, dostaneme

$$Q_p = m \cdot c_p \cdot \Delta T = n \cdot C_{mp} \cdot \Delta T . \quad 2.2.-41$$

Protože pro dané plynné těleso je $C_{mp} > C_{mV}$, resp. $c_p > c_V$, je teplo přijaté plynem při izobarickém ději větší než teplo přijaté při izochorickém ději při zvýšení jeho teploty ze stejné počáteční teploty o stejnou hodnotu ΔT .

Pro izobarický děj platí první termodynamický zákon v plném rozsahu (viz vztah 2.2.-19):

$$Q_p = A + \Delta U , \quad 2.2.-42$$

tj. teplo přijaté ideálním plynem při izobarickém ději se rovná součtu přírůstku jeho vnitřní energie a práce, kterou plyn vykoná.

c) Izotermický děj s ideálním plynem

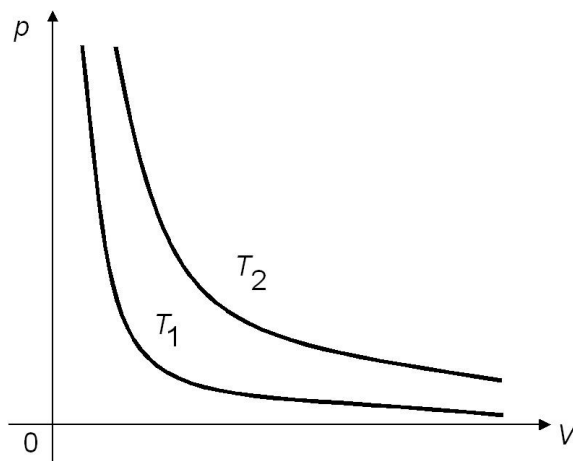
Děj při kterém je teplota plynu stálá ($T = \text{konst.}$), se nazývá izotermický děj. Lze jej realizovat tak, že nádoba s plynem je v tepelném kontaktu s termostatem a děj probíhá dostatečně pomalu na to, aby se teplota plynu stačila neustále vyrovnávat s teplotou termostatu.

Při izotermickém ději s plynem stálé hmotnosti m se mění jeho objem V i tlak p . Ze stavové rovnice $\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$ dostaneme pro $T_1 = T_2$

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2, \quad \text{resp.} \quad p \cdot V = \text{konst.} \quad 2.2.-43$$

Při izotermickém ději s ideálním plynem stálé hmotnosti je součin tlaku a objemu plynu stálý (Boylův-Mariottův zákon).

Graf znázorňující v p - V diagramu izotermický děj se nazývá **izoterma**. Její rovnice je $p = \frac{\text{konst.}}{V}$. Izoterma v p - V diagramu je větev hyperboly s asymptotami o rovnicích $p=0$ a $V=0$. Na obrázku jsou dvě izotermy ideálního plynu pro různé teploty T_1 a T_2 , přičemž $T_1 < T_2$.



Při izotermickém ději ($T = \text{konst.}$) je vnitřní energie ideálního plynu konstantní, tj.

$$U = n \cdot \frac{i}{2} \cdot R \cdot T = \text{konst.} \quad \text{Proto } dU = 0, \quad \text{resp.} \quad \Delta U = 0. \quad \text{Z prvního termodynamického zákona}$$

pak vyplývá $Q_T = A$. **Teplu přijaté ideálním plynem při izotermickém ději se rovná práci, kterou plyn při tomto ději vykoná.**

Práci, kterou plyn vykoná při zvětšení objemu o $\Delta V = V_2 - V_1$, jsme pro izotermický děj vypočítali v Řešeném příkladě v předchozí kapitole 2.2.8. Dostali jsme $A = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$.

Tato práce je rovna dodanému teplu při tomto ději

$$Q_T = A = n \cdot R \cdot T \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad 2.2.-44$$

Vztah 2.2.-44 se dá podle potřeby konkrétního zadání úlohy upravit. Výraz nRT lze nahradit ze stavové rovnice pro počáteční stav 1, pak $A = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}$. Podíl $\frac{V_2}{V_1}$ lze vyjádřit z Boylova-

Mariottova zákona jako podíl tlaků $\frac{p_1}{p_2}$, tedy $A = p_1 \cdot V_1 \cdot \ln \frac{p_1}{p_2}$ apod.

d) Adiabatický děj s ideálním plynem

Děj, při kterém neprobíhá tepelná výměna mezi plynným tělesem a jeho okolím, se nazývá **adiabatický děj**. Je to děj probíhající v izolované soustavě – soustava je dokonale tepelně izolovaná. Protože $dQ = 0$ J, resp. $Q = 0$ J, dostaneme z prvního termodynamického zákona $A = -\Delta U$ a pro ideální plyn

$$A = -\Delta U = -m \cdot c_v \cdot \Delta T = -n \cdot C_{mV} \cdot \Delta T. \quad 2.2.-45$$

Při adiabatickém stlačení plynu v nádobě konají práci vnější síly, plyn práci spotřebovává a jeho vnitřní energie a teplota se zvětšuje. Při adiabatickém rozpínání koná práci plyn a jeho vnitřní energie a teplota se zmenšuje.

Při adiabatickém ději s ideálním plynem se mění veličiny p , V i T , přičemž kromě stavové rovnice (2.2.-26) platí vztah mezi tlakem a objemem, který se nazývá **Poissonův zákon** :

$$p_1 \cdot V_1^\kappa = p_2 \cdot V_2^\kappa, \quad \text{resp.} \quad p \cdot V^\kappa = \text{konst.}, \quad 2.2.-46$$

kde κ je **Poissonova konstanta**. Poissonova konstanta je definována vztahem

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}, \quad \text{resp.} \quad \kappa = \frac{C_{mp}}{C_{mV}}. \quad 2.2.-47$$

Protože $c_p > c_v$, resp. $C_{mp} > C_{mV}$, je $\kappa > 1$. Poissonova konstanta závisí na druhu plynu.

Dosadíme-li podle teorie v kapitole 2.2.8. **pro ideální plyn** za molární tepelné kapacity

$$C_{mV} = \frac{i}{2} \cdot R \quad \text{a} \quad C_{mp} = \frac{i+2}{2} \cdot R, \quad \text{dostaneme}$$

$$\kappa = \frac{i+2}{i}, \quad 2.2.-48$$

kde i je počet stupňů volnosti molekuly ideálního plynu.

Při odvození Poissonova zákona se vychází z prvního termodynamického zákona v diferenciálním tvaru (2.2.-20). K úpravě se použije úplný diferenciál stavové rovnice (2.2.-36) a Mayerova rovnice (2.2.-37).

Odvození Poissonova zákona :

Do prvního termodynamického zákona v diferenciálním tvaru $dQ = dA + dU$ dosadíme $dQ = 0$, $dA = p \cdot dV$ a $dU = n \cdot C_{mV} \cdot dT$ a dostaneme :

$$p \cdot dV + n \cdot C_{mV} \cdot dT = 0.$$

Za dT dosadíme výraz, který získáme z úplného diferenciálu stavové rovnice (2.2.-36)

$$dT = \frac{p \cdot dV + V \cdot dp}{n \cdot R}. \text{ Dosadíme jej a rovnici postupně upravíme}$$

$$p \cdot dV + n \cdot C_{mV} \cdot \frac{p \cdot dV + V \cdot dp}{n \cdot R} = 0,$$

$$R \cdot p \cdot dV + C_{mV} \cdot p \cdot dV + C_{mV} \cdot V \cdot dp = 0,$$

$$(C_{mV} + R) \cdot p \cdot dV + C_{mV} \cdot V \cdot dp = 0.$$

Rovnici vydělíme součinem $p \cdot V$ a použijeme Mayerovy rovnice

$$C_{mP} \cdot \frac{dV}{V} + C_{mV} \cdot \frac{dp}{p} = 0.$$

Zavedeme Poissonovu konstantu a rovnici integrujeme

$$\kappa \cdot \frac{dV}{V} + \frac{dp}{p} = 0,$$

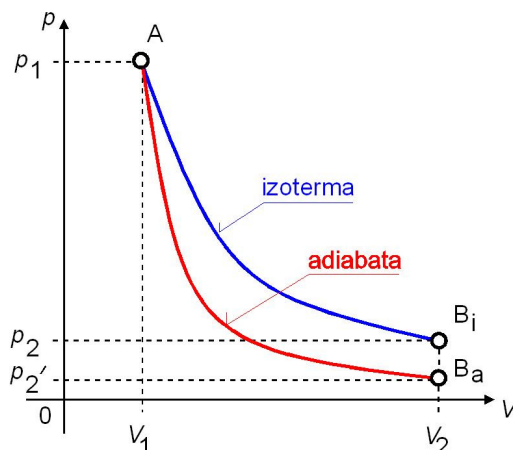
$$\kappa \cdot \ln V + \ln p = \ln K,$$

kde K je konstanta. Odtud po odlogaritmování dostaneme $p \cdot V^\kappa = K$.

Graf znázorňující v p - V diagramu adiabatický děj se nazývá **adiabata**. Její rovnice je

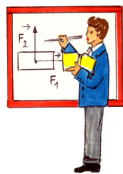
$$p = \frac{\text{konst.}}{V^\kappa}. \text{ Adiabata klesá vždy strměji než izoterma téhož plynu stejné hmotnosti. Na}$$

Obr.2.2.-20 jsou současně znázorněny izoterma a adiabata, které vychází ze stejného počátečního stavu A plynu. **Obr.2.2.-20** Izoterma končí ve stavu B_i , adiabata ve stavu B_a . Oba stavy jsou určeny stejným objemem V_2 , ale tlak plynu ve stavu B_a je menší než ve stavu B_i .



Poissonův zákon 2.2.-46 se dá pomocí stavové rovnice upravit na tvar, ve kterém vystupuje jiná dvojice proměnných p , V , T , než p a V . Kromě vztahu 2.2.-46 také platí

$$T \cdot V^{\kappa-1} = \text{konst.} \quad \text{nebo} \quad p^{1-\kappa} \cdot T^\kappa = \text{konst.} \quad 2.2.-49$$



Vypočítejte práci, kterou vykoná ideální plyn při změně objemu z hodnoty V_1 na V_2 při adiabatickém ději.

K výpočtu použijeme vztah 2.2.-33 pro práci konanou plynem. Závislost $p = p(V)$ dostaneme z Poissonova zákona, když konstantu na pravé straně rovnice vyjádříme pomocí hodnot p_1, V_1 odpovídajících počátečnímu stavu plynu,

tj. $p \cdot V^\kappa = p_1 \cdot V_1^\kappa$ a odtud $p = \frac{p_1 \cdot V_1^\kappa}{V^\kappa}$. Tento výraz dosadíme za p do integrálu 2.2.-33 a

řešíme určitý integrál :

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p_1 \cdot V_1^\kappa}{V^\kappa} dV = p_1 \cdot V_1^\kappa \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V^\kappa} dV = p_1 \cdot V_1^\kappa \left[\frac{1}{-\kappa + 1} V^{-\kappa+1} \right]_{V_1}^{V_2} =$$

$$= \frac{1}{1 - \kappa} \cdot p_1 \cdot V_1^\kappa \left(\frac{1}{V_2^{\kappa-1}} - \frac{1}{V_1^{\kappa-1}} \right).$$

Závorku roznásobíme výrazem $p_1 \cdot V_1^\kappa = p_2 \cdot V_2^\kappa$ a dostaneme

$$A = \frac{1}{1 - \kappa} (p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1) = \frac{1}{\kappa - 1} (p_1 \cdot V_1 - p_2 \cdot V_2).$$



V technické praxi se dosáhne adiabatické komprese nebo expanze zmenšením nebo zvětšením objemu plynu ve velmi krátké době tak, že plyn během této doby nepřijme ani neodevzdá svému okolí teplo. Ochlazení plynu, které provází adiabatickou expanzi, se využívá k získání nízkých teplot. U vznětových motorů se při adiabatické kompresi vzduchu zvýší jeho teplota na zápalnou teplotu nafty, která po vstříknutí do horkého vzduchu se vznítí.

e) Polytropický děj s ideálním plynem

Děj probíhající v ideálním plynu, při kterém se nemění tepelná kapacita plynu, se nazývá **polytropický děj**. Tedy $dQ = C_v \cdot dT$, kde C_v je tepelná kapacita, která je pro danou hmotnost plynu konstantní. Můžeme také psát $dQ = n \cdot C_{mv} \cdot dT = m \cdot c_v \cdot dT$, kde C_{mv} a c_v jsou konstanty. Pomocí tepelných kapacit daného plynu je definován **polytropický koeficient (exponent) ν** vztahem

$$\nu = \frac{C_{mp} - C_{mv}}{C_{mv} - C_{mv}} = \frac{c_p - c_v}{c_v - c_v}, \quad 2.2.-50$$

kde C_{mv} , resp. c_v , je molární, resp. měrná, polytropická tepelná kapacita plynu.

Při dějích probíhajících v ideálním plynu lze pro dostatečně vysoké teploty považovat tepelné kapacity plynu za konstantní (nezávislé na stavových veličinách). Pak polytropický koeficient je také konstantní a lze z teorie tepelných kapacit odvodit vztah

$$p_1 \cdot V_1^\nu = p_2 \cdot V_2^\nu, \quad \text{resp.} \quad p \cdot V^\nu = \text{konst.} \quad 2.2.-51$$

Použijeme-li stavovou rovnici 2.2.-26 , dostaneme po úpravách také

$$T \cdot V^{\nu-1} = \text{konst.} \quad \text{nebo} \quad p^{1-\nu} \cdot T^{\nu} = \text{konst.}$$

Proveďme diskusi vztahu 2.2.-50 :

1. Kdyby $C_{mv} = 0$, je $dQ = 0$. To odpovídá adiabatickému ději. Polytropický koeficient pak je $\nu = \frac{C_{mp}}{C_{mv}} = \kappa$.
2. Kdyby $C_{mv} = C_{mV}$, bude $\nu \rightarrow \infty$, a z rovnice 2.2.-51 dostaneme $V = \text{konst.}$, což odpovídá izochorickému ději.
3. Kdyby $C_{mv} = C_{mP}$, bude $\nu = 0$, a z rovnice 2.2.-51 dostaneme $p = \text{konst.}$, což odpovídá izobarickému ději.
4. Kdyby $C_{mv} \rightarrow \infty$, dostaneme v limitě $\nu = 1$, a z rovnice 2.2.-51 $p \cdot V = \text{konst.}$, což odpovídá izotermickému ději.

Protože vnitřní energie ideálního plynu je stavovou funkcí termodynamické teploty, je její změna i při polytropickém ději rovna $\Delta U = n \cdot C_{mV} \cdot \Delta T = m \cdot c_V \cdot \Delta T$.

Práci plynu při polytropickém ději lze vypočítat opět ze vztahu 2.2.-33, kde do integrálu

dosadíme za proměnný tlak $p = \frac{p_1 \cdot V_1^{\nu}}{V^{\nu}}$. Řešení integrálu je analogické jako případě

adiabatického děje. Pro práci dostaneme $A = \frac{1}{\nu - 1} (p_1 \cdot V_1 - p_2 \cdot V_2)$ a použitím stavové

rovnice 2.2.-26 pak $A = \frac{n \cdot R}{\nu - 1} (T_1 - T_2)$.

Z prvního termodynamického zákona $Q = A + \Delta U = \frac{n \cdot R}{\nu - 1} (T_1 - T_2) + n \cdot C_{mV} \cdot (T_2 - T_1)$. Po

úpravě dostaneme $Q = n \cdot C_{mv} (T_2 - T_1)$, kde molární polytropická tepelná kapacita

$C_{mv} = \frac{\nu - \kappa}{\nu - 1} C_{mV}$ (stejný vztah pro molární polytropickou kapacitu bychom dostali také ze vztahu 2.2.-50).



U 2.2.-14 Dvouatomový plyn je uzavřen v nádrži o objemu $0,015 \text{ m}^3$ při tlaku $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ a teplotě 30°C . Plynu dodáme teplo $16,8 \cdot 10^3 \text{ J}$. *Vypočítejte jeho výslednou teplotu, výsledný tlak a změnu vnitřní energie.*

97,9 °C, $2,4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $16,8 \cdot 10^3 \text{ J}$

J. U 2.2.-15 Určitému množství dvouatomového plynu bylo dodáno teplo 2100 J . *Vypočítejte práci vykonanou plynem a změnu vnitřní energie za předpokladu, že plyn se rozpínal izobaricky.*

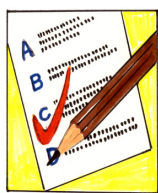
600 J, 1500 J

U 2.2.-16 Vzduch o objemu 1 m^3 a počátečního tlaku $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ izotermicky expandoval na dvojnásobný objem. *Vypočítejte výsledný tlak plynu, práci kterou plyn vykonal a dodané teplo.*

1.10⁵ Pa, 140 kJ, 140 kJ

U 2.2.-17 Plyn teploty $20 \text{ }^\circ\text{C}$, objemu $3,0 \text{ m}^3$ a tlaku $1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ adiabaticky expandoval na dvojnásobný objem. *Vypočítejte práci, kterou plyn vykonal a teplotu plynu po expanzi. Poissonova konstanta plynu je 1,4.*

2,7.10⁵ J, - 51 °C



TO 2.2.-5 Ideální plyn dané hmotnosti má v počátečním stavu tlak p_1 a objem V_1 . Plyn zvětší svůj objem o hodnotu ΔV jednou izobaricky, podruhé izotermicky. *Při kterém ději vykoná plyn větší práci ?*

- a) Při ději izotermickém.
- b) Při ději izobarickém.
- c) Při obou dějích vykoná stejnou práci.
- d) Nelze rozhodnout bez znalosti číselných hodnot p_1 , V_1 a ΔV .

Správná odpověď je b).

TO 2.2.-6 Čemu je rovno teplo dodané ideálnímu plynu při izotermickém ději ?

- a) Přírůstku vnitřní energie
- b) Práci, kterou plyn vykoná
- c) Úbytku vnitřní energie plynu
- d) Teplu, které plyn odevzdá svému okolí

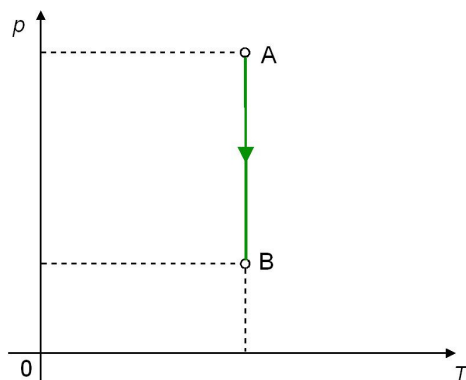
Správná odpověď je b).

TO 2.2.-7 Při kterém z uvedených dějů se nemění vnitřní energie plynu ?

- a) izotermickém
- b) izobarickém
- c) izochorickém
- d) adiabatickém
- e) polytropickém

Správná odpověď je a).

TO 2.2.-8 Na Obr.2.2.-21 je v p - T diagramu znázorněn děj, při kterém ideální plyn stálé hmotnosti přešel ze stavu označeného bodem A do stavu označeného bodem B.

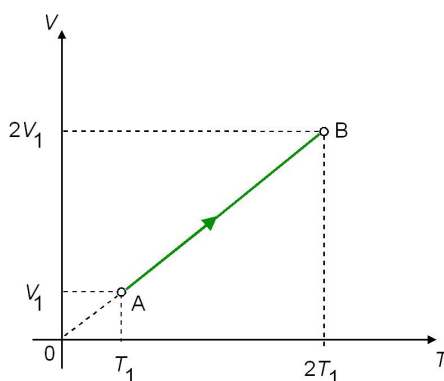


Kterému z uvedených dějů graf přísluší ?

- a) izochorickému ději
- b) izobarickému ději
- c) izotermickému ději
- d) adiabatickému ději

Správná odpověď je c).

TO 2.2.-9 Na Obr.2.2-22 je ve V - T diagramu znázorněn děj, při kterém ideální plyn stálé hmotnosti přešel ze stavu označeného bodem A do stavu označeného bodem B.



Kterému z uvedených dějů graf přísluší ?

- a) izochorickému ději
- b) izobarickému ději
- c) izotermickému ději
- d) adiabatickému ději

Správná odpověď je b).



Práce, kterou může vykonat plyn uzavřený ve válci s pohyblivým pístem při zvětšování objemu, má omezenou velikost, protože objem plynu se nemůže jen neustále zvětšovat. Chceme-li, aby plyn v tepelných strojích trvale pracoval, musíme jej po ukončení expanze vrátit do původního stavu.

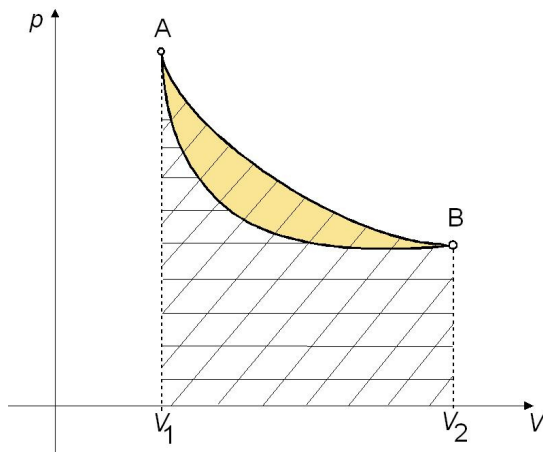
Termodynamický děj, při kterém je konečný stav soustavy totožný s počátečním stavem, se nazývá **kruhový děj**. Periodicky se opakující kruhové

děje využívají tepelné stroje. Pracovní látkou je plyn nebo pára.

Grafickým znázorněním kruhového děje ve stavovém diagramu (p - V , V - T , p - T) je vždy uzavřená křivka. Zpravidla používáme p - V diagram, protože je v něm možno znázornit práci (pracovní diagram).

Jsou-li všechny stavy, kterými plyn nebo pára při kruhovém ději procházejí, rovnovážné, nazývá se tento děj rovnovážný kruhový děj. Rovnovážný kruhový děj je vždy vratný.

Na obrázku je znázorněn takový teoretický kruhový děj.



Plyn expanduje z počátečního stavu A s objemem V_1 do stavu B s objemem V_2 , dodáme-li mu teplo Q_1 , přičemž obecně platí $Q_1 = A_1 + \Delta U_1$, kde A_1 je práce vykonaná plynem (v diagramu na Obr.2.2.-23 je znázorněna šikmo šrafovanou plochou). Objem plynu nelze neomezeně zvětšovat. Je to dáno reálnými možnostmi zařízení, ve kterém plyn koná práci (objem V_2 ve stavu B). Chceme-li, aby konal plyn ještě další práci, musíme jej vrátit do původního stavu (s objemem V_1). Abychom nějakou práci po vykonání kruhového děje získali, musíme jej vrátit takovým dějem, aby práce A_2 spotřebovaná plynem byla menší než vykonaná práce A_1 (práce A_2 je v diagramu na Obr.2.2.-23 znázorněna obsahem plochy šrafované rovnoběžně s osou V). Plyn tedy stlačíme a odebereme mu teplo $Q_2 = A_2 + \Delta U_2$.

Kruhovým dějem tak získáme práci $A = A_1 + A_2$, kde $A_1 > 0$ a $A_2 < 0$. Práce A je dána obsahem plochy uvnitř uzavřené křivky znázorňující kruhový děj (v diagramu na Obr.2.2.-23 je znázorněna obsahem plochy vybarvené žlutě).

Protože se plyn kruhovým dějem vrátil do původního stavu A, je celková změna vnitřní energie po vykonání kruhového děje $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$. Získaná práce pak je

$$A = A_1 + A_2 = Q_1 + Q_2 - (\Delta U_1 + \Delta U_2) = Q_1 + Q_2, \quad 2.2.-52$$

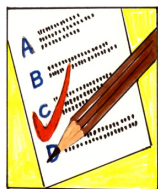
kde dodané teplo plynu $Q_1 > 0$ a odebrané teplo $Q_2 < 0$.

Těleso, od kterého plyn (pracovní látka) přijme během jednoho cyklu kruhového děje teplo Q_1 , nazýváme **ohřívač** a těleso, kterému předá teplo Q_2 , nazýváme **chladič**.

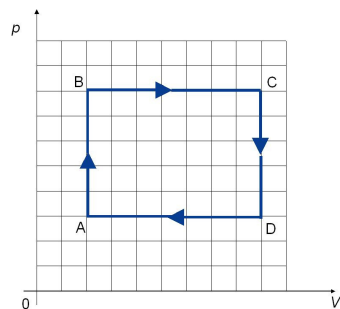
Z tepla Q_1 odebraného ohřívači se jen část tepla využije ke konání práce A . Zbývající část (teplo Q_2) odevzdá plyn chladiči. **Účinnost η libovolného kruhového děje** je určena vztahem

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} = 1 + \frac{Q_2}{Q_1}. \quad 2.2.-53$$

Účinnost η je vždy menší než 1 (uvědomte si, že $Q_1 > 0$, $Q_2 < 0$ a $|Q_2| < |Q_1|$).



TO 2.2.-10 Na obrázku je znázorněn v p - V diagramu kruhový děj s ideálním plynem, který se skládá ze čtyř dějů.

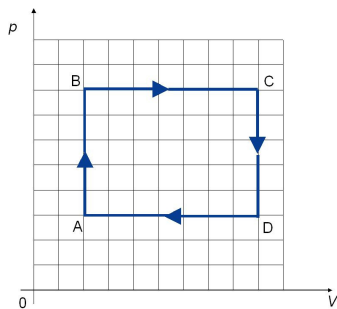


Při kterých dějích vykoná plyn práci ?

- při ději AB
- při ději BC
- při ději CD
- při ději DA

Správná odpověď je b).

TO 2.2.-11 Na obrázku je znázorněn v p - V diagramu kruhový děj s ideálním plynem, který se skládá ze čtyř dějů.



Při kterých dějích plyn odevzdává teplo svému okolí ?

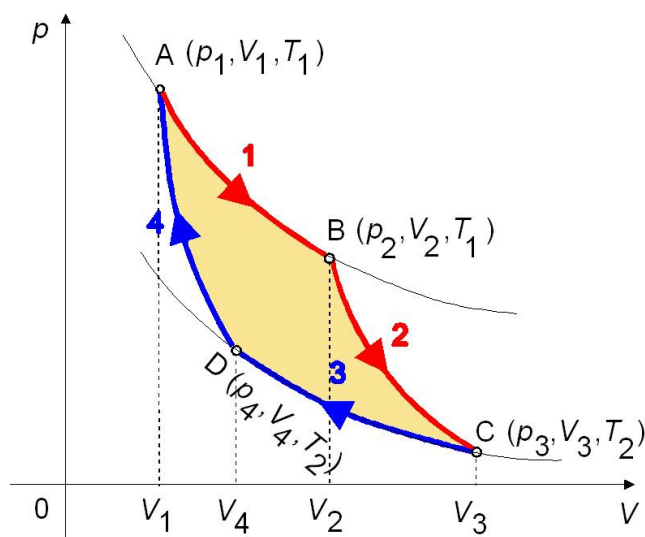
- a) při ději AB
- b) při ději BC
- c) při ději CD
- d) při ději DA

Správné odpovědi jsou c) a d).



Pro pochopení podmínek, za kterých pracují tepelné stroje, a pro stanovení horní meze jejich účinnosti je důležitý kruhový děj, který se nazývá **Carnotův kruhový děj** (podle francouzského inženýra S.Carnota, který je zakladatelem teorie tepelných strojů).

Carnotův kruhový děj se skládá ze dvou izotermických a dvou adiabatických dějů, které jdou za sebou v pořadí, jak je znázorněno na obrázku, tj. 1. izotermická expanze (křivka AB), 2. adiabatická expanze (křivka BC), 3. izotermická komprese (křivka CD), 4. adiabatická komprese (křivka DA).



Carnotův kruhový děj je teoretickým dějem (skutečné tepelné stroje podle něj nepracují). Znázorníme si jej myšlenkovým pokusem :

Ideální plyn, který koná práci, je uzavřen ve válci s pístem, který se pohybuje bez tření. Boční stěny válce a píst jsou zhotoveny z dokonale izolujícího materiálu, takže tepelná výměna může nastat jen dnem válce. Dno válce se může postupně dotýkat dvou těles, a to ohřívače o stálé teplotě T_1 a chladiče o stálé teplotě $T_2 < T_1$.

Jednotlivé děje, ze kterých se skládá vratný Carnotův kruhový děj s ideálním plynem, můžete sledovat na animaci A 2.2.-2. V animaci je také proveden rozbor jednotlivých dějů z hlediska prvního termodynamického zákona. Provedme nyní celkovou energetickou bilanci Carnotova kruhového děje. Celkové teplo je $Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$, kde $Q_1 = A_1 = n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} > 0$,

$Q_2 = 0$, $Q_3 = A_3 = n \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} < 0$, $Q_4 = 0$. Součet tepel je rovno práci A získané při

kruhovém ději (tato práce je v Obr.2.2.-25 znázorněna obsahem plochy vymezené křivkou ABCDA). Dodaným teplem je teplo Q_1 . Dosazením do vztahu 2.3.-53 pro účinnost η kruhového děje dostaneme

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4}{Q_1} = \frac{n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} + n \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}}{n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}} = 1 + \frac{T_2 \cdot \ln \frac{V_4}{V_3}}{T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}} =$$

$$= 1 - \frac{T_2 \cdot \ln \frac{V_3}{V_4}}{T_1 \cdot \ln \frac{V_2}{V_1}}.$$

K úpravě vztahu pro účinnost použijeme Poissonova zákona zapsaného pomocí příslušných objemů a termodynamických teplot (vztah 2.2.-49) pro děj 2. adiabatická expanze a děj 4. adiabatická komprese. Pro tyto děje můžeme napsat $T_1 \cdot V_2^{\kappa-1} = T_2 \cdot V_3^{\kappa-1}$ a

$$T_2 \cdot V_4^{\kappa-1} = T_1 \cdot V_1^{\kappa-1} \text{ a po úpravě } \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\kappa-1} \text{ a } \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\kappa-1}.$$

Porovnáme-li pravé strany

posledních dvou rovnic, dostaneme pro objemy vztah $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$. Dosazením za $\frac{V_3}{V_4}$ do vztahu pro účinnost η pak po vykrácení logaritmu podílu objemů dostaneme

$$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \quad 2.2.-54$$

Vztah 2.2.-54 ukazuje, že **účinnost vratného Carnotova kruhového děje závisí jen na podílu teplot ohříváče a chladiče a nezávisí na pracovní látce.**

Z teorie tepelných strojů lze dokázat, že pro **účinnost η libovolného tepelného stroje**, který pracuje s ohříváčem o teplotě T_1 , a s chladičem o teplotě T_2 , platí

$$\eta \leq \eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \quad 2.2.-55$$

kde η_{\max} je účinnost vratného Carnotova kruhového děje. Účinnost η_{\max} je horní hranicí účinnosti tepelných strojů pracujících při teplotě ohříváče T_1 a teplotě chladiče T_2 .



U 2.2.-18 Jakou maximální práci může vykonat ideální tepelný stroj, přijme-li během každého kruhového děje od ohříváče o teplotě 727°C teplo 1 kJ ? Teplota chladiče je 20°C . Jaká by byla jeho maximální účinnost?

707 J, 0,707

U 2.2.-19 Teplota páry vstupující z parního kotle do parního stroje je 600 K, teplota chladiče 390 K. Jakou maximální práci může tento stroj vykonat, jestliže se v parním kotli o účinnosti 80 % spálilo uhlí o hmotnosti 200 kg a výhřevnosti $3,1 \cdot 10^7 \text{ J.kg}^{-1}$?

1,7 GJ

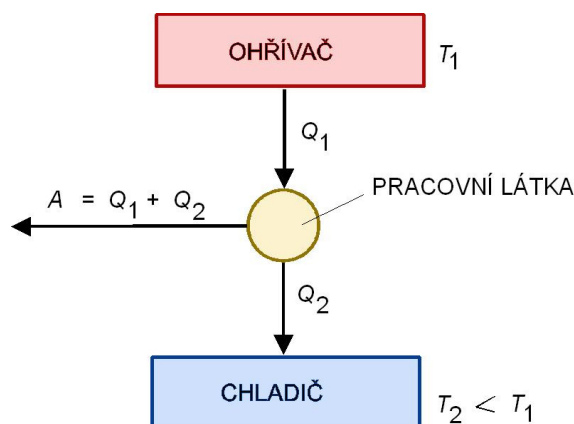


Při rozboru činnosti tepelného stroje pracujícího podle Carnotova kruhového děje jsme poznali, že z tepla přijatého od ohříváče lze jen část využít ke konání práce. Zbytek odevzdává pracovní látka chladiči. Experimentálně bylo zjištěno, že tento poznatek neplatí jen pro Carnotův kruhový děj, ale pro libovolný cyklicky pracující tepelný stroj.

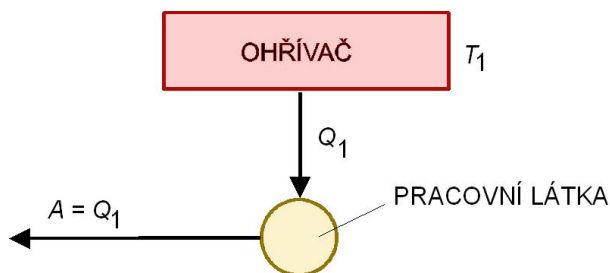
Uvedenou zkušenost vyjadřuje **druhý termodynamický zákon** (je to tedy empirický zákon). Lze jej vyjádřit v několika ekvivalentních formulacích., pocházejících od významných fyziků, kteří se touto problematikou zabývali. Nejznámější je Planckova formulace (1930) :

Není možné sestavit periodicky pracující tepelný stroj, který by jen přijímal teplo od určitého tělesa (ohříváče) a vykonával trvale stejně velkou práci.

Na základě rozboru Carnotova kruhového děje víme, že každý cyklicky pracující tepelný stroj pracuje podle schématu, který je znázorněn na obrázku.



Přijímá od ohříváče teplo Q_1 , odevzdává chladiči teplo Q_2 , $|Q_2| < |Q_1|$, a vykonává práci $A = Q_1 + Q_2$. Naproti tomu podle druhého termodynamického zákona není možné sestavit cyklicky pracující tepelný stroj, který by pracoval podle schématu na následujícím obrázku, tj. stroj, který by od ohříváče přijímal teplo Q_1 a vykonával práci $A = Q_1$.



Stroj pracující podle schématu na obrázku výše se nazývá **perpetuum mobile druhého druhu**. Kdyby takový stroj šel sestavit, měl by obrovský praktický význam, protože by mohl trvale

vykonávat práci pouhým ochlazením jediného tělesa (např. moře). Podle druhého termodynamického zákona však nelze sestrojít.

Další známou formulací druhého termodynamického zákona je Clausiova formulace (1854) :

Je nemožné přenášet cyklickým procesem teplo z chladnějšího tělesa na teplejší, aniž se přitom jistá část práce změní na teplo. Tato formulace vyjadřuje zkušenost, že **při tepelné výměně teplejší těleso nemůže přijímat teplo od tělesa studenějšího.**

Poznámka. Z prvního termodynamického zákona ve tvaru $dA = dQ - dU$ plyne, že makroskopická soustava může konat práci jen v důsledku dodaného tepla nebo úbytku své vnitřní energie, tj. každé práci dA tedy odpovídá buď příslušná změna energie soustavy nebo energie okolních těles. Stroj, který by tento fakt nerespektoval, se nazývá **perpetuum mobile prvního druhu**. První termodynamický zákon lze tedy formulovat také takto : Není možné sestrojít stroj, který by trvale anebo po jistou dobu vykonával práci, aniž by se měnila jeho energie nebo energie jeho okolí. První termodynamický zákon však neklade žádné omezení na směr přenosu tepla (neurčuje žádné podmínky, za kterých může teplo přecházet z jednoho tělesa na jiné), ani na velikost práce, kterou může soustava vykonat v důsledku dodaného tepla. Tedy jen na základě prvního termodynamického zákona by bylo možné perpetuum mobile druhého druhu sestrojít. To ale vylučuje druhý termodynamický zákon.



KO 2.2.-35 Při kterém ději s ideálním plynem nekoná plyn práci ?

KO 2.2.-36 O kolik je větší teplo přijaté daným ideálním plynem při izobarickém ději než při izochorickém ději, zvýší-li se teplota plynu v obou případech ze stejné počáteční teploty o stejnou hodnotu ΔT ?

KO 2.2.-37 Který děj s ideálním plynem probíhá jen v izolované soustavě ?

KO 2.2.-38 Jakou rovnici má izobara ve V - T diagramu ?

$V = \text{konst.} \cdot T$

KO 2.2.-39 Jakou hodnotu má Poissonova konstanta ideálního jednoatomového plynu ?

KO 2.2.-40 Proč jsou skutečné děje probíhající v plynu vždy nerovnovážné ?

KO 2.2.-41 V čem spočívá praktický význam Carnotova kruhového děje ?

KO 2.2.-42 Vysvětlete, jaký je rozdíl mezi perpetuem mobile prvního druhu a druhého druhu.

2.2.10. Přenos tepla



1. Umět popsat děj přenosu vnitřní energie (přenosu tepla) a znát možnosti jak lze tento přenos uskutečnit.

2. Znat Fourierův zákon pro ustálené vedení tepla, umět definovat součinitel tepelné vodivosti.

3. Umět vypočítat teplo, které projde rovinnou stěnou a rovinnou stěnou složenou z vrstev při ustáleném vedení tepla.

4. Umět popsat jev tepelné výměny zářením, znát Stefanův-Boltzmannův zákon pro černé a šedé těleso.
5. Umět popsat jev přenosu vnitřní energie volným prouděním tekutiny.
6. Umět popsat jev přestupu tepla.
7. Umět vypočítat hustotu tepelného toku při prostupu tepla rovinnou stěnou.



Zahříváme-li jeden konec kovové tyče například plamenem, zjistíme, že se postupně zvyšuje teplota i těch částí tyče, které nejsou přímo v plameni. Zahříváný konec má větší vnitřní energii než nezahříváný konec. Postupně se i nezahříváný konec ohřívá. Došlo k přenosu vnitřní energie.

Přenos vnitřní energie je fyzikální děj, při kterém se část vnitřní energie tělesa (soustavy, části soustavy) přenáší na jiné těleso (soustavu, část soustavy). Přenos vnitřní energie soustavy se uskutečňuje : a) tepelnou výměnou vedením, b) tepelnou výměnou zářením, c) prouděním.

Teplo je energie, kterou si dvě tělesa (resp. části téhož tělesa) předají při tepelné výměně. Při tepelné výměně vlastně dochází k přenosu vnitřní energie. Proto přenos vnitřní energie bývá také označován jako **přenos tepla** (ve starší literatuře také sdílení tepla).

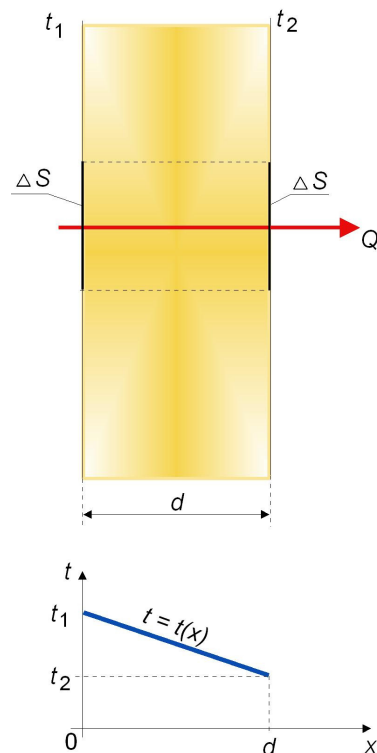
Tepelná výměna vedením (vedení tepla) je děj, při kterém se přenos vnitřní energie v tělese (nebo mezi více tělesy, které jsou ve vzájemném styku) z míst s vyšší teplotou do míst s nižší teplotou uskutečňuje vzájemnými srážkami částic látky. Částice, které mají větší kinetickou energii, předávají část této energie částicím s menší kinetickou energií. Těleso (resp. soustava těles), ve kterém probíhá tepelná výměna, zůstává přitom v klidu.

Jsou-li teploty míst s vyšší a nižší teplotou udržovány neustále na stejných hodnotách, hovoříme o **ustáleném (stacionárním) vedení tepla**.

V opačném případě jde o **neustálené (nestacionární) vedení tepla**. Při ustáleném vedení tepla jsou teploty v jednotlivých bodech tělesa o souřadnicích x, y, z konstantní v čase, tj. teplota je funkcí $T = T(x, y, z)$. Při neustáleném vedení tepla je teplota v jednotlivých bodech tělesa funkcí $T = T(x, y, z, \tau)$, kde τ je čas.

Vlastnost látky umožňující tepelnou výměnu vedením nazýváme **tepelná vodivost** a veličinu, která charakterizuje tepelnou vodivost látky nazýváme **součinitel tepelné vodivosti** λ .

Udržíme-li povrchy rovinné homogenní desky na obrázku na stálých teplotách t_1 a t_2 , přičemž $t_1 > t_2$, ustálí se teplota v desce tak, že rovnoměrně klesá od teploty t_1 k teplotě t_2 . Přitom předpokládáme, že vedení tepla se uskutečňuje jen ve směru kolmém k hraničním plochám desky, takže nedochází k tepelné výměně mezi jejími bočními stěnami a okolím. Při tomto ustáleném vedení tepla projde plochou ΔS desky



tloušťky d za dobu $\Delta\tau$ teplo Q , které je přímo úměrné teplotnímu spádu $\frac{t_1 - t_2}{d}$, ploše ΔS a době $\Delta\tau$. Tedy

$$Q = \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{d} \cdot \Delta S \cdot \Delta\tau, \quad 2.2.-56$$

kde konstanta úměrnosti λ je součinitel tepelné vodivosti. Vztah 2.2.-56 se nazývá **Fourierův zákon**. Jednotkou tepelné vodivosti v soustavě SI je $1 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$. Součinitel tepelné vodivosti je poněkud závislý na teplotě, proto se v tabulkách uvádí pro určitou teplotu.

Veličina $\Phi = \frac{Q}{\Delta\tau}$ se nazývá **tepelný tok**. Jednotkou tepelného toku je 1 W (watt). Tepelný tok plochou jednotkového obsahu kolmou ke směru průchodu tepla se nazývá **hustota tepelného toku** φ . Jednotkou hustoty tepelného toku je $1 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$. Pro hustotu tepelného toku platí

$$\varphi = \frac{\Phi}{\Delta S} = \frac{Q}{\Delta S \cdot \Delta\tau}. \quad 2.2.-57$$

Po dosazení za Q ze vztahu 2.2.-56 do 2.2.-57 dostaneme

$$\varphi = \lambda \cdot \frac{t_1 - t_2}{d} = -\lambda \cdot \frac{t_2 - t_1}{d} = -\lambda \cdot \frac{\Delta T}{d}. \quad 2.2.-58$$

Při neustáleném vedení tepla je třeba uvažovat diferenciálně malé změny veličin ve vztahu 2.2.-57. Hustota tepelného toku je pak obecně definována vztahem $\varphi = \frac{d\Phi}{dS} = \frac{dQ}{dS \cdot d\tau}$ a využijeme-li vztah 2.2.-58, má **Fourierův zákon pro neustálené vedení tepla** ve směru osy x tvar

$$\varphi = -\lambda \cdot \frac{dT}{dx}. \quad 2.2.-59$$

(Výraz $d = x_2 - x_1 = \Delta x$ jsme nahradili dx .)

Ze všech látek mají největší součinitel tepelné vodivosti kovy. Přitom kov, který je lepším elektrickým vodičem, je současně také lepším vodičem tepla (porovnejte např. měď, která má $\lambda = 400 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, a hliník pro který je $\lambda = 240 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$). Je to způsobeno tím, že elektrická i tepelná vodivost je zprostředkována volnými elektrony a jejich počet závisí na druhu kovu.

Experimentálně bylo zjištěno, že podíl součinitele tepelné vodivosti λ a měrné elektrické vodivosti γ kovů je pro danou termodynamickou teplotu T pro všechny kovy při nepříliš nízkých teplotách přibližně stejný a úměrný této teplotě,

$$\frac{\lambda}{\gamma} = \text{konst.} \cdot T. \quad 2.2.-60$$

Tento poznatek se nazývá **Wiedemannův-Franzův zákon**.

Elektricky nevodivé pevné látky (izolanty) vedou teplo špatně (např. PVC má $\lambda = 0,12$ až $0,16 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$, porcelán $\lambda = 0,86$ až $1,86 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$). Rovněž špatnými vodiči tepla jsou kapaliny (např. voda má $\lambda = 0,2$ až $0,6 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$). Nejmenší součinitele tepelné vodivosti mají plyny (např. vzduch při $20 \text{ }^\circ\text{C}$ má $\lambda = 0,023 \text{ W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$). Proto také pórovité a sypké látky, uvnitř kterých je vzduch (textilie, peří, cihly, skelná vlna) jsou špatnými vodiči tepla a používají se k tepelné izolaci. Nejlepším tepelným izolátorem z hlediska vedení tepla je vakuum.

Pro potřeby technické praxe se zavádí **tepelný odpor** R tělesa. Tepelný odpor R je pro ustálené vedení tepla definován podílem rozdílu teplot ΔT mezi dvěma plochami konstantní teploty a hustoty tepelného toku φ procházejícího od jedné z nich ke druhé, tedy

$$R = \frac{\Delta T}{\varphi}. \quad 2.2.-61$$

Jeho jednotkou je $1 \text{ W}^{-1}\cdot\text{m}^2\cdot\text{K}$.

Pro rovinnou homogenní desku (resp. vrstvu) tloušťky d , kterou při ustáleném vedení tepla prochází konstantní tepelný tok mezi jejími povrchy, dostaneme ze vztahu 2.2.-58 a 2.2.-61 pro tepelný odpor desky

$$R = \frac{d}{\lambda}, \quad 2.2.-62$$

kde λ je součinitel tepelné vodivosti materiálu desky.

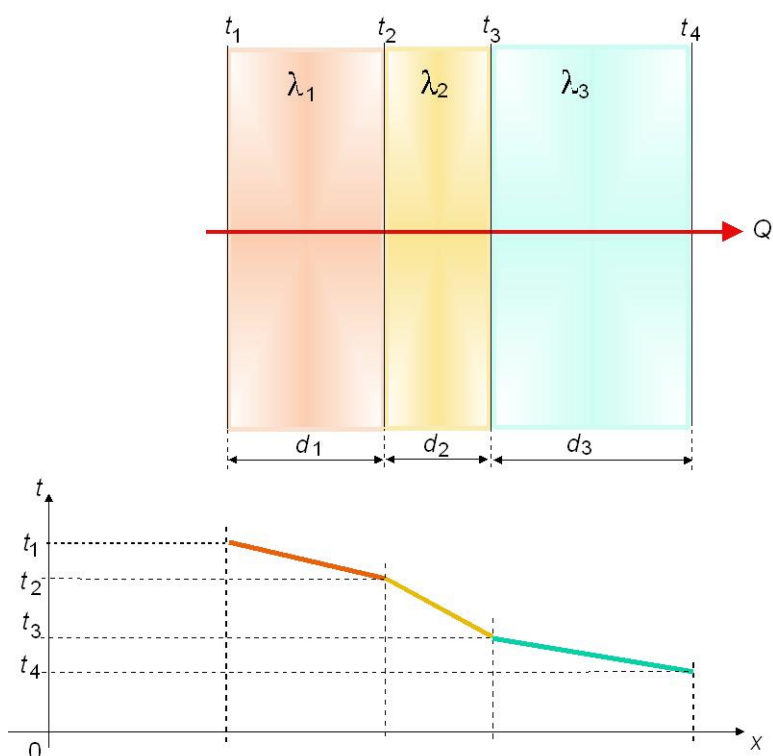


Vypočítejte teplo, které projde za 1 sekundu plochou o obsahu 1 m^2 rovinné stěny složené z vrstev při stacionárním vedení tepla.

Teplo, které projde za 1 s plochou o obsahu 1 m^2 , je hustotou tepelného toku.

Předpokládejme, že stěna na obrázku je složená ze tří různých vrstev, které na sebe těsně přiléhají. Tloušťky vrstev jsou d_1, d_2, d_3 z materiálů o součinitelích tepelné vodivosti $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$.

Takovou stěnou jsou např. obezdívky pecí s vrstvami ohnivzdorné látky, cihlového zdiva a tepelně izolující látky. Povrchové teploty stěny jsou t_1 a t_4 , přičemž $t_1 > t_4$. Jestliže



vrstvy na sebe těsně přiléhají, mají ve styčných plochách stejnou teplotu. Teploty t_2 a t_3 nejsou zadány. Průběh teploty při stacionárním vedení tepla ukazuje na Obr.2.2.-29 graf funkce $t = t(x)$.

Hustota tepelného toku je při stacionárním vedení tepla ve všech vrstvách stejná

$$\varphi = \frac{\lambda_1}{d_1} \cdot (t_1 - t_2) = \frac{\lambda_2}{d_2} \cdot (t_2 - t_3) = \frac{\lambda_3}{d_3} \cdot (t_3 - t_4).$$

Výraz představuje tři rovnice, které po úpravě jsou

$$\varphi \cdot \frac{d_1}{\lambda_1} = t_1 - t_2$$

$$\varphi \cdot \frac{d_2}{\lambda_2} = t_2 - t_3$$

$$\varphi \cdot \frac{d_3}{\lambda_3} = t_3 - t_4.$$

Jejich sečtením dostaneme $\varphi \cdot \left(\frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_3}{\lambda_3} \right) = t_1 - t_4$ a odtud hustota tepelného toku stěny složené z vrstev je

$$\varphi = \frac{t_1 - t_4}{\frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_3}{\lambda_3}}.$$

Ve jmenovateli zlomku je celkový tepelný odpor stěny složené z vrstev $R = \frac{d_1}{\lambda_1} + \frac{d_2}{\lambda_2} + \frac{d_3}{\lambda_3}$, který je roven součtu tepelných odporů jednotlivých vrstev.



U 2.2.-20 Vypočítejte teplo prošlé 1 m^2 za 1 sekundu stěnou kotle o tloušťce 20 mm a součiniteli tepelné vodivosti $60 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, je-li uvnitř stěna pokryta vrstvou kotelního kamene o tloušťce 2 mm a součiniteli tepelné vodivosti $1,2 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Povrchové teploty jsou $250 \text{ }^\circ\text{C}$ a $200 \text{ }^\circ\text{C}$.

25 $\text{kW} \cdot \text{m}^{-2}$



Dalším mechanismem přenosu vnitřní energie (přenosu tepla) mezi tělesy je tepelná výměna zářením. **Tepelná výměna zářením je fyzikální děj, při kterém se přenos vnitřní energie z míst s vyšší teplotou do míst s nižší teplotou uskutečňuje prostřednictvím elektromagnetického záření.** Jedno těleso energii vyzařuje (emise záření), druhé pohlcuje (absorpce záření).

Tepelným zářením nazýváme obvykle (ne zcela přesně) infračervené záření. Toto záření představuje část spektra elektromagnetického záření s vlnovými délkami od asi $0,78 \text{ } \mu\text{m}$ do

360 μ m. Tepelná výměna zářením se liší od tepelné výměny vedením zvláště tím, že se může uskutečnit i tehdy, jsou-li obě tělesa oddělena vakuovou vrstvou. Energie vyzářená tělesem značně roste s teplotou, takže při vyšších teplotách se podíl tepelné výměny zářením na celkovém přenosu tepla podstatně zvětšuje.

Při vyzařování tepelného záření tělesem se vnitřní energie tělesa zmenší o energii vyslaného tepelného záření. Dopadá-li tepelné záření na těleso, část záření se odráží, část tělesem prochází a zbývající část těleso pohlcuje. Vnitřní energie tělesa, na které dopadá tepelné záření, se přitom zvětší o energii pohlceného záření.

Výchozími veličinami pro popis tepelné výměny zářením jsou zářivý tok a intenzita vyzařování. **Zářivý tok** Φ_e (v termodynamice je to vlastně tepelný tok) definovaný vztahem

$$\Phi_e = \frac{dQ}{d\tau},$$

je výkonem tepelného záření procházejícího danou plochou (jednotkou je 1 W).

Výkon tepelného záření vyzářený jednotkovou plochou se nazývá **intenzita vyzařování** M_e (v termodynamice je to vlastně hustota tepelného toku). Intenzita vyzařování je definovaná

$$M_e = \frac{d\Phi_e}{dS}$$

a jednotkou je 1 W.m⁻². V případě, že se jedná o dopadající záření na těleso, je tato veličina nazývána **intenzita ozařování**.

Dopadá-li na povrch tělesa zářivý tok Φ_e , část zářivého toku $\Phi_{e\rho}$ se od povrchu tělesa odráží, část $\Phi_{e\tau}$ tělesem projde a část $\Phi_{e\alpha}$ se tělesem pohltí. Podle zákona zachování energie platí

$$\Phi_{e\rho} + \Phi_{e\tau} + \Phi_{e\alpha} = \Phi_e,$$

nebo, vydělíme-li vztah Φ_e , dostaneme

$$\frac{\Phi_{e\rho}}{\Phi_e} + \frac{\Phi_{e\tau}}{\Phi_e} + \frac{\Phi_{e\alpha}}{\Phi_e} = 1. \tag{2.2.-63}$$

Ve vztahu 2.2.-63 je $\rho = \frac{\Phi_{e\rho}}{\Phi_e}$ **odrazivost** tepelného záření, $\tau = \frac{\Phi_{e\tau}}{\Phi_e}$ **propustnost** tepelného

záření a $\alpha = \frac{\Phi_{e\alpha}}{\Phi_e}$ **pohltivost** tepelného záření.

Je-li $\alpha = 1$ a $\rho = \tau = 0$, nazýváme těleso **černé těleso**. Je-li $\rho = 1$ a $\alpha = \tau = 0$ nazýváme těleso **bílé těleso**. Je-li $\tau = 1$ a $\alpha = \rho = 0$ je těleso **dokonale propustné** – v technické termomechanice je nazýváno dokonale průteplivé.

Veličiny α , ρ , τ závisí na vlastnostech tělesa, jeho teplotě a vlnových délkách, které vyzařuje. Pro pohltivost a odrazivost je rovněž důležitý stav povrchu. Hladké a leštěné plochy lépe odráží než drsné.

Černé těleso ($\alpha = 1$) je idealizovaným modelem, který se používá při odvození zákonů pro tepelné záření těles. Důležitým zákonem pro vyzařování černého tělesa je **Stefanův-Boltzmannův zákon**. Podle něj je intenzita vyzařování v celé oblasti spektra vlnových délek elektromagnetického záření vyzářovaného černým tělesem úměrná čtvrté mocnině termodynamické teploty tělesa, tedy

$$M_{e0} = \sigma \cdot T^4,$$

2.2.-64

kde konstanta úměrnosti σ je **Stefanova-Boltzmannova konstanta**. Její přibližná hodnota je $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$.

Těleso, pro které je pohltivost $\alpha < 1$ a je stejná pro všechny vlnové délky záření (tj. nezávisí na vlnové délce), se nazývá **šedé těleso**. Stefanův-Boltzmannův zákon pro šedé těleso lze zapsat vztahem

$$M_e = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4,$$

2.2.-65

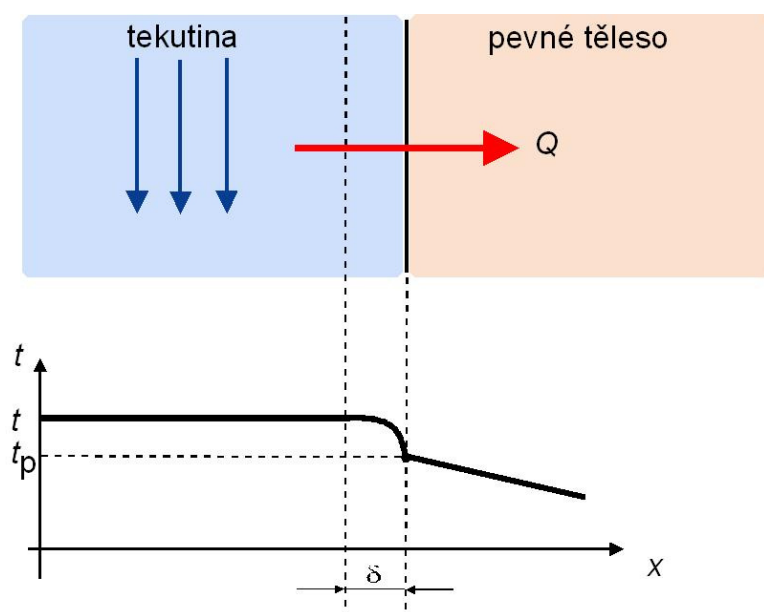
kde ε je **emisivita** tělesa. Platí pro ni $\varepsilon = \alpha$. Tento fakt obecně znamená, že tělesa pohlcují záření stejných vlnových délek, které samy vyzařují (je to důsledek Kirchhoffova zákona pro tepelné záření těles). O zákonech záření černého tělesa se více dovíte v úvodu do kvantové fyziky. Základním zákonem je Planckův vyzařovací zákon, při jehož odvození bylo poprvé využito myšlenky kvantování energie elektromagnetického záření.

Přenos vnitřní energie prouděním je fyzikální děj, při kterém se přenos vnitřní energie z míst s vyšší teplotou do míst s nižší teplotou uskutečňuje prouděním tekutiny.

Proudění například vzniká, zahříváme-li v tíhovém poli kapalinu nebo plyn zdola. Chladnější kapalina nebo plyn má větší hustotu, klesá v tíhovém poli dolů a vytlačuje teplejší kapalinu nebo plyn vzhůru. Proudící tekutina přitom přenáší vnitřní energii z teplejších míst do chladnějších. Tento příklad je příkladem **volného proudění** tekutiny. Volné proudění vzniká vždy, jsou-li v tekutině místa s rozdílnou hustotou. Pro rychlejší ohřátí nebo ochlazení látky se v technice často používá **nucené proudění**, které je vyvoláno působením vnějších sil na tekutinu (používají se čerpadla, ventilátory apod.).

Jevy související s přenosem vnitřní energie prouděním se řeší s použitím zákonů hydrodynamiky reálných tekutin a veličiny popisující tyto jevy jsou funkcemi velkého počtu proměnných parametrů. K řešení problémů proudění se využívá **teorie podobnosti**, která se probírá v rámci technické hydromechaniky a termomechaniky. Omezíme se na popis pouze dvou jevů.

Přestup tepla je jev tepelné výměny mezi proudící tekutinou a pevnou stěnou. Proudící tekutina ulpívá na povrchu stěny a vytváří na pevné stěně teplotní mezní vrstvu tloušťky δ . Teplo se přenáší v této vrstvě v podstatě jen vedením. Pro malou tepelnou vodivost tekutin tvoří mezní vrstva tepelný odpor pro přestup tepla a vzniká v ní velký teplotní spád. Průběh teploty při přestupu tepla z proudící tekutiny do pevné stěny je na obrázku.

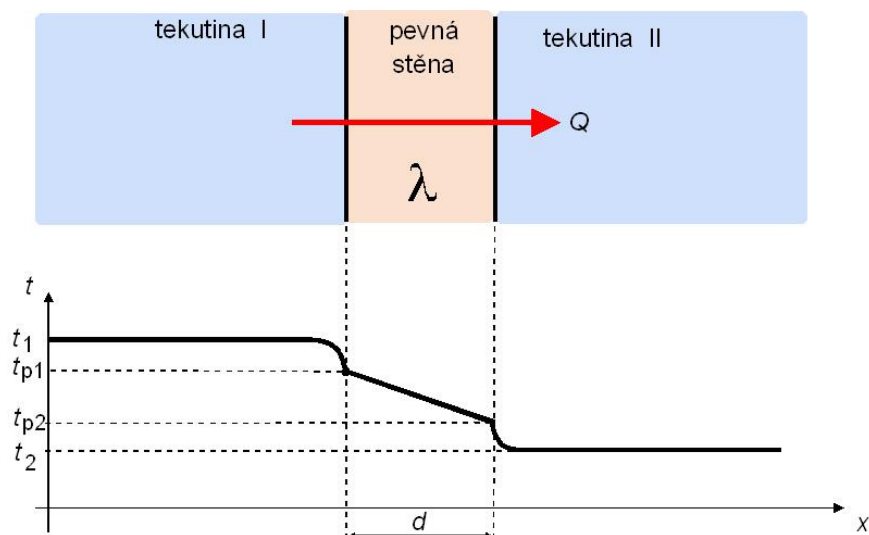


Pro hustotu tepelného toku povrchem pevné stěny lze psát pro případ $t > t_p$ podle Newtona

$$\varphi = h \cdot (t - t_p), \quad 2.2.-66$$

kde h je **součinitel přestupu tepla**, t je teplota tekutiny a t_p teplota povrchu stěny z pevné látky. Jednotkou součinitele přestupu tepla je $1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$. Výraz $\frac{1}{h}$ je tepelný odpor přestupu tepla rozhraním. Součinitel přestupu tepla závisí na vlastnostech tekutiny, jejím pohybovém stavu, na tvaru povrchu stěny a nezávisí na materiálu stěny. Dá se stanovit pro daný konkrétní případ jen experimentálně.

Jev tepelné výměny mezi dvěma tekutinami oddělenými stěnou z pevné látky se nazývá **prostup tepla**. Uvažujme dvě tekutiny různých teplot t_1 a t_2 ($t_1 > t_2$), které jsou odděleny pevnou stěnou tloušťky d a tepelné vodivosti λ (obrázek).



Stěna je pro chladnější tekutinu ohřívající plochou, pro teplejší naopak chladicí plochou. Dělicí stěnou se teplo přenáší jen vedením, v tekutinách prouděním a vedením. Teploty povrchů stěny t_{p1} a t_{p2} nejsou známy. Teplo z tekutiny I přestupuje do stěny a hustota tepelného toku je $\varphi = h_1 \cdot (t_1 - t_{p1})$. Stejná hustota tepelného toku prochází stěnou (vedení tepla), tedy

$\varphi = \frac{\lambda}{d} \cdot (t_{p1} - t_{p2})$ a přestupuje do tekutiny II, tj. $\varphi = h_2 \cdot (t_{p2} - t_2)$. Z rovnic pro hustotu tepelného toku vyjádříme teplotní rozdíly

$$t_1 - t_{p1} = \frac{\varphi}{h_1}, \quad t_{p1} - t_{p2} = \varphi \cdot \frac{d}{\lambda}, \quad t_{p2} - t_2 = \frac{\varphi}{h_2}.$$

Sečtením rovnic dostaneme $t_1 - t_2 = \varphi \cdot \left(\frac{1}{h_1} + \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{h_2} \right)$

a odtud pro hustotu tepelného toku

$$\varphi = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{h_2}} \cdot (t_1 - t_2) = k \cdot (t_1 - t_2), \quad 2.2.-67$$

kde $k = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{h_2}}$ je **součinitel prostupu tepla**. Jeho jednotkou je $1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.

Součinitel prostupu tepla je jednoznačně definován, je-li hustota tepelného toku v prostoru mezi oběma tekutinami konstantní. Převrácená hodnota součinitele prostupu tepla $\frac{1}{k}$ je celkový tepelný odpor při přestupu tepla.



KO 2.2.-43 *Jakými fyzikálními ději je možno uskutečnit přenos vnitřní energie ?*

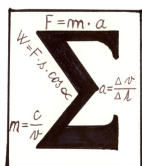
KO 2.2.-44 *Na kterých fyzikálních veličinách závisí teplo přenesené látkou při ustáleném vedení tepla ?*

KO 2.2.-45 *Lze přenášet teplo vakuem ?*

KO 2.2.-46 *Proč je elektrický vodič také dobrým vodičem tepla ?*

KO 2.2.-47 *Jaké fyzikální jevy mohou nastat, dopadne-li na látkové těleso tepelné záření ?*

KO 2.2.-48 *Proč je chladicí zařízení umístěno vždy v horní části chladničky ?*



Při zkoumání tepelných vlastností látkových těles lze použít dvě metody zkoumání. **Termodynamická metoda** vychází z makroskopického popisu jevů, z měření stavových veličin a vztahů mezi nimi. **Statistická metoda** vychází z kinetické teorie látek a používá poznatky z teorie pravděpodobnosti a matematické statistiky.

Kinetická teorie stavby látek je založena na tom, že látky se skládají z částic, které se neustále a neuspořádaně pohybují a vzájemně na sebe působí silami. O pohybu částic v látkách svědčí nepřímo řada jevů (difúze, existence tlaku plynu, Brownův pohyb). Z existence vzájemného silového působení mezi částicemi vyplývá, že soustava částic tvořící těleso má potenciální energii. Je-li absolutní hodnota celkové potenciální energie částic menší než celková kinetická energie částic, pak soustava částic tvoří plyn. Platí-li obrácená nerovnost, jde o pevné těleso. U kapalin je absolutní hodnota celkové potenciální energie soustavy částic řádově srovnatelná s celkovou kinetickou energií částic.

Se strukturou látek souvisí veličiny látkové množství n a molární hmotnost M ,

které jsou dány vztahy $n = \frac{N}{N_A}$, $M = \frac{m}{n}$.

Stav zkoumané **termodynamické soustavy** (tělesa) popisujeme **stavovými veličinami**. Jestliže se časově nemění vnější podmínky, ve kterých se soustava nachází, pak soustava po určité době přejde do **rovnovážného stavu**. Rovnovážný stav je stavem s největší

pravděpodobností výskytu. Prochází-li soustava řadou na sebe navazujících rovnovážných stavů, pak se tento děj nazývá **rovnovážný děj**.

Tělesa soustavy, která je v rovnovážném stavu, mají stejnou **teplotu**. Teplotu těles měříme **teploměry**. Teploměr s **Celsiovou teplotní stupnicí** měří Celsiovu teplotu t , která s **termodynamickou teplotou** T souvisí podle vztahu $t = (\{T\} - 273,15) \text{ } ^\circ\text{C}$, resp. $T = (\{t\} + 273,15) \text{ K}$. Jednotka kelvin je základní jednotkou soustavy SI.

Při změně teploty tělesa dochází k jeho **teplotní roztažnosti**. Pro délkovou teplotní roztažnost těles z pevné látky platí vztah $l = l_0 (1 + \alpha(t - t_0))$ a pro objemovou teplotní roztažnost vztah

$V = V_0 (1 + \beta(t - t_0))$, kde pro izotropní látky je $\beta = 3\alpha$. Pro objemovou roztažnost kapalin platí uvedený vztah pro malé teplotní intervaly. Pro větší teplotní intervaly je nutno použít kvadratickou závislost objemu na změně teploty.

Tepelná výměna je děj, při kterém neuspořádaně se pohybující částice teplejšího tělesa narážejí na částice studenějšího tělesa a předávají jim část své energie. Energií, kterou při tepelné výměně odevzdá teplejší těleso studenějšímu, je **teplo** Q . Jeho diferenciálně malou změnu lze vyjádřit vztahem $dQ = m \cdot c \cdot dt$, resp. $dQ = m \cdot c \cdot dT$, kde c je **měrná tepelná kapacita**. Zejména u plynů pracujeme s **molární tepelnou kapacitou** C_m , pro kterou platí $C_m = c \cdot M$.

Přechod látky z jednoho skupenství do druhého skupenství nazýváme **změna skupenství**. Těleso o hmotnosti m při změně skupenství přijme nebo odevzdá **skupenské teplo** L (tání, vypařování, sublimační). Skupenské teplo vztažené na 1 kg látky je **měrné skupenské teplo**.

Fázový diagram látky se skládá z **křivky tání**, **křivky syté páry** a **sublimační křivky**. Každý bod příslušné křivky znázorňuje rovnovážný stav soustavy pevné a kapalné fáze, nebo kapalné a plynné fáze syté páry, nebo pevné fáze a syté páry příslušné látky. Všechny tři křivky se stýkají v **trojném bodě**, který znázorňuje rovnovážný stav pevné, kapalné a plynné fáze téže látky. Křivka syté páry je ukončena **kritickým bodem**, kterému odpovídá **kritický stav látky**. Křivky tání, syté páry a sublimace rozdělují rovinu fázového diagramu na oblasti znázorňující stavy látky v pevném, kapalném a plynném skupenství.

Pára, která je v rovnovážném stavu se svou kapalinou, je **pára sytá**. Její tlak nezávisí na objemu páry, závisí však na teplotě a druhu látky. **Přehřátá pára** má tlak a hustotu nižší než sytá pára téže teploty.

Vnitřní energie tělesa je rovna součtu celkové kinetické energie neuspořádaně se pohybujících částic tělesa a celkové potenciální energie vzájemné polohy těchto částic. Vnitřní energie se může měnit konáním práce nebo tepelnou výměnou. V praxi jsou důležité děje, při kterých těleso (soustava) přijímá nebo odevzdává energii oběma způsoby. Pro tyto děje platí **první termodynamický zákon**, jehož matematické formulace jsou : $\Delta U = A' + Q$, resp. $Q = A + \Delta U$. **Vnitřní energie je stavovou funkcí**, kdežto teplo a práce nikoliv.

Při odvozování zákonů platných pro plyn nahrazujeme skutečný plyn zjednodušeným modelem, který nazýváme **ideální plyn**.

Molekuly plynu, který je v rovnovážném stavu, nemají v určitém okamžiku stejnou rychlost. **Rozdělení molekul ideálního plynu podle rychlostí** je dáno **Maxwellovou – Boltzmannovou rozdělovací funkcí**. Znalost rozdělení molekul podle rychlostí umožňuje vypočítat **střední kvadratickou rychlost** v_k . Tato rychlost závisí na termodynamické teplotě podle vztahu

$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$, kde k je **Boltzmannova konstanta**. Pro **střední kinetickou energii**, kterou má

molekula v důsledku neuspořádaného posuvného pohybu, platí $W_{k0} = \frac{3}{2}kT$.

Základní rovnice pro tlak plynu je $p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} m_0 v_k^2$.

Rovnice, která vyjadřuje vztah mezi stavovými veličinami, je **stavová rovnice**. Pro **ideální plyn** ji můžeme zapsat ve tvarech : $pV = NkT$, $pV = nRT$, $\frac{pV}{T} = konst$. Pro **skutečné plyny**

je přesnější **van der Waalova stavová rovnice**, ve které se uvažuje s vlastním objemem molekul plynu a vzájemné působení molekul plynu přitažlivými silami $\left(p + n^2 \frac{a}{V^2} \right) (V - n \cdot b) = n \cdot R \cdot T$.

Na základě věty o rovnoměrném rozdělení energie ideálního plynu dostaneme pro **vnitřní energii ideálního plynu** $U = n \frac{i}{2} RT$, kde i je **počet stupňů volnosti molekuly** plynu. **Vnitřní energie ideálního plynu je stavovou funkcí pouze termodynamické teploty T** .

Plyn koná nebo spotřebovává práci, jen když mění svůj objem. Práci plynu počítáme pro daný děj ze vztahu $A = \int_{V_1}^{V_2} p \cdot dV$.

Při tepelné výměně plynu s okolními tělesy záleží na podmínkách, při kterých tepelná výměna probíhá. Proto má plyn dvě molární (měrné) tepelné kapacity. **Molární tepelná kapacita ideálního plynu při stálém objemu** je $C_{mV} = \frac{i}{2} R$, kde $i = 3, 5, 6$ je počet stupňů volnosti

molekuly plynu. **Molární tepelná kapacita ideálního plynu při stálém tlaku** je $C_{mp} = \frac{i+2}{2} R$.

Vztah mezi molárními tepelnými kapacitami ideálního plynu je Mayerova rovnice : $C_{mp} = C_{mV} + R$.

Změnu vnitřní energie ideálního plynu je možno zapsat pomocí molární tepelné kapacity při stálém objemu $\Delta U = nC_{mV} \Delta T$ (diferenciálně malá změna je $dU = nC_{mV} dT$).

Děj, který může probíhat v obou směrech mezi dvěma stavy soustavy, se nazývá **vratný děj**. Vratné děje jsou rovnovážné děje. Skutečné děje jsou vždy nevratné.

Děj probíhající v ideálním plynu při stálém objemu se nazývá **izochorický děj**. Tlak plynu stálé hmotnosti při tomto ději je přímo úměrný jeho termodynamické teplotě, $\frac{p}{T} = \text{konst.}$

(Charlesův zákon). Plyn při tomto ději nekoná práci ($A = 0 \text{ J}$), a tedy $Q_V = \Delta U$.

Děj probíhající v ideálním plynu při stálém tlaku se nazývá **izobarický děj**. Objem plynu stálé hmotnosti při tomto ději je přímo úměrný jeho termodynamické teplotě, $\frac{V}{T} = \text{konst.}$ (Gay-

Lussacův zákon). Teplo přijaté plynem při izobarickém ději se rovná součtu přírůstku jeho vnitřní energie a práce, kterou plyn vykoná, tj. $Q_p = A + \Delta U$.

Děj probíhající v ideálním plynu při stálé teplotě se nazývá **izotermický děj**. Při izotermickém ději s ideálním plynem stálé hmotnosti je součin tlaku a objemu plynu stálý, $p \cdot V = \text{konst.}$ (Boylův-Mariottův zákon). Teplo přijaté plynem při izotermickém ději se rovná práci, kterou plyn při tomto ději vykoná, tj. $Q_T = A$.

Děj, při kterém neprobíhá tepelná výměna mezi plynným tělesem a jeho okolím, se nazývá **adiabatický děj**. Koná-li plyn při tomto ději práci, koná ji jen na úkor své vnitřní energie.

Kromě stavové rovnice platí pro ideální plyn při tomto ději **Poissonův zákon** $p \cdot V^\kappa = \text{konst.}$

Poissonova konstanta κ je definována podílem tepelných kapacit $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$, resp. $\kappa = \frac{C_{mp}}{C_{mv}}$.

Pro ideální plyn pro ni z teorie plyne $\kappa = \frac{i + 2}{i}$, kde i je počet stupňů volnosti molekuly ideálního plynu.

Obecnějším dějem probíhajícím v ideálním plynu je **polytropický děj**. Při tomto ději se nemění tepelná kapacita plynu. Kromě stavové rovnice se při tomto ději plyn řídí zákonem $p \cdot V^\nu = \text{konst.}$, kde ν je **polytropický koeficient (exponent)** a je definován vztahem

$\nu = \frac{C_{mp} - C_{mv}}{C_{mV} - C_{mv}}$, kde C_{mv} je molární polytropická tepelná kapacita. $C_{mv} = 0$ odpovídá

adiabatickému ději, $C_{mv} = C_{mV}$ izochorickému ději, $C_{mv} = C_{mp}$ izobarickému ději a $C_{mv} \rightarrow \infty$ izotermickému ději s ideálním plynem.

Termodynamický děj, při kterém je konečný stav soustavy totožný s počátečním stavem, se nazývá **kruhový děj**. Jeho grafickým znázorněním v p - V diagramu je vždy uzavřená křivka.

Účinnost η libovolného **kruhového děje** je určena vztahem $\eta = \frac{A}{Q_1}$, kde A je práce získaná

během jednoho cyklu kruhového děje a Q_1 je dodané teplo. Největší účinnost má **Carnotův**

vratný kruhový děj, pro který lze odvodit $\eta_{\max} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$. Pro účinnost libovolného

tepelného stroje, který pracuje s ohřívacem o teplotě T_1 a s chladičem o teplotě T_2 , platí

$\eta \leq \eta_{\max}$.

První termodynamický zákon neklade žádné omezení na směr přenosu tepla, ani na velikost práce, kterou může soustava vykonat v důsledku dodaného tepla. Proto je doplněn **druhým termodynamickým zákonem**, jehož nejznámější formulace je : Není možné sestavit periodicky pracující tepelný stroj, který by jen přijímal teplo od určitého tělesa a vykonával by trvale stejně velkou práci.

Přenos vnitřní energie (přenos tepla) je fyzikální děj, při kterém se část vnitřní energie tělesa přenáší na jiné těleso. Lze jej uskutečnit tepelnou výměnou vedením (vedením tepla), tepelnou výměnou zářením a prouděním.

Hustota tepelného toku φ je pro ustálené vedení tepla definována vztahem

$\varphi = \frac{\Phi}{\Delta S} = \frac{Q}{\Delta S \cdot \Delta \tau}$ a lze ji vypočítat z **Fourierova zákona**. Pro ustálené vedení tepla rovinnou stěnou tloušťky d je $\varphi = -\lambda \cdot \frac{\Delta T}{d} = -\frac{\Delta T}{R}$, kde výraz $R = \frac{d}{\lambda}$ je **tepelný odpor** stěny.

Tepelné záření je částí spektra elektromagnetického záření, které má tepelné účinky (světlo, infračervené záření) a zejména při vyšších teplotách se významně podílí na přenosu tepla mezi dvěma tělesy. Dopadá-li na povrch tělesa zářivý tok (tok tepelného záření) Φ_e , část toku $\Phi_{e\rho}$ se od povrchu odráží, část $\Phi_{e\tau}$ tělesem projde a část $\Phi_{e\alpha}$ se tělesem pohltí, přičemž platí

$\frac{\Phi_{e\rho}}{\Phi_e} + \frac{\Phi_{e\tau}}{\Phi_e} + \frac{\Phi_{e\alpha}}{\Phi_e} = 1$. Vyzařování tepelného záření se řídí **Stefanovým-Boltzmannovým**

zákonem, který pro **šedé těleso** lze zapsat ve tvaru $M_e = \varepsilon \cdot \sigma \cdot T^4$.

Přenos vnitřní energie (tepla) prouděním je děj, při kterém se přenos uskutečňuje z míst s vyšší teplotou do míst s nižší teplotou prouděním tekutiny. Mezi tyto děje patří zejména **přestup tepla**, což je jev tepelné výměny mezi proudící tekutinou a pevnou stěnou. Hustota tepelného toku při přestupu tepla je dána Newtonovým vztahem $\varphi = h \cdot (t - t_p)$, kde h je součinitel přestupu tepla, t teplota tekutiny a t_p teplota povrchu pevné stěny. Jevem, při kterém současně probíhají jevy přestupu tepla a vedení tepla, je **prostup tepla** stěnou z pevné látky mezi dvěma tekutinami.