

3 Lorentzovy transformace, dilatace času, kontrakce délek

- 3.1) Kuře se z vajíčka vylíhne za 21 dní. Předpokládejme, že líheň umístíme na kosmickou loď pohybující se vzhledem k Zemi rychlostí $0,994c$. Jakou dobu vylíhnutí kuřete zjistí/naměří:
 a) Kosmonaut v kosmické lodi?
 b) Pozorovatel na Zemi?
 [a) 21 dní; b) 192 dní]
- 3.2) Let letadla pohybujícího se rychlostí $1\,000\text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ trval podle palubních hodin jednu hodinu. Vypočítejte, jak dlouho trval tento let z hlediska pozorovatele na Zemi.
 [1,000 000 000 005 hodin]
- 3.3) Dvojčata A a B se po oslavě svých třicátých narozenin rozhodnou, že dvojče A zůstane na Zemi a dvojče B vyrazí lodí na kosmickou cestu ke hvězdě vzdálené od Země 40 ly ($\Rightarrow \Delta t$, nikoliv Δt_0 tak jako v jiných příkladech). U hvězdy se loď okamžitě otočí a vrací se zpět na Zem. Uvažujte, že kosmická loď se pohybuje stále konstantní rychlostí $0,99c$ (vyjma otáčky u hvězdy, což ale neuvažujeme). Kolik bude oběma dvojčatům po návratu lodí zpět na Zem?
 [A) 110 let; B) 41,2 let]
- 3.4) V kosmické lodi pohybující se vzhledem k Zemi probíhal děj, který pro pozorovatele na lodi trval dobu Δt . Pro pozorovatele na Zemi trval děj probíhající na lodi dvojnásobnou dobu, tj. $2\Delta t'$. Jakou rychlostí se pohybuje kosmická loď vzhledem k Zemi?
 [$2,6\cdot 10^8\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$]
- 3.5) Na kosmické lodi vzdalující se od Země konstantní rychlostí $0,1c$ pobíhal děj, který podle měření posádky na palubě trval jednu hodinu.
 a) Jak dlouho trvá tento děj pro pozorovatele na Zemi?
 b) Je možné, aby děj, který na kosmické lodi trval jednu hodinu, trval z hlediska pozorovatele na Zemi 1 000 000 hodin?
 [a) 1,005 h; b) $(3\cdot 10^8 - 1,5\cdot 10^{-4})\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$]
- 3.6) Střední doba života částice v její klidové soustavě je $2,5\cdot 10^{-10}\text{ s}$. Jaká je střední doba života této částice, vzhledem k laboratoři, vzhledem k níž se pohybuje rychlostí $0,95c$?
 [$8,006\cdot 10^{-10}\text{ s}$]
- 3.7) Jakou rychlostí se vzdaluje od Země raketa, jestliže pro pozorovatele na Zemi je její délka ve srovnání s klidovou délkou poloviční?
 [$2,6\cdot 10^8\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$]
- 3.8) Tyč o délce 1 metr se pohybuje vzhledem k pozorovateli ve směru své podélné osy rychlostí $0,98c$. Jakou délku tyče pozorovatel naměří?
 [0,2 m]
- 3.9) Obdélník má v klidové soustavě K' strany o délkách 1 m a 0,6 m. Jakou rychlostí se musí pohybovat, vzhledem k jiné inerciální soustavě K , aby v této soustavě měl tvar čtverce? Soustava K' se pohybuje vzhledem k soustavě K ve směru delší strany obdélníku.
 [$2,4\cdot 10^8\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$]
- 3.10) Z kosmické lodí pohybující se vzhledem k Zemi rychlostí $0,80c$ byla ve směru jejího pohybu vypuštěna raketa rychlostí $0,60c$ (vzhledem k lodi). Klidová délka rakety je 10 m. Jaká je délka této rakety:
 a) Z hlediska pozorovatele v kosmické lodi?
 b) Z hlediska pozorovatele na Zemi?

- 3.11) Těleso, které má v klidové soustavě tvar krychle, se pohybuje ve směru osy x rovnoměrně přímočaře rychlostí v kolmo na stěnu krychle. Velikost rychlosti krychle je $v = 0,95c$, klidová délka její hrany $a_0 = 1$ m. Určete objem tělesa ve vztažné soustavě K , vzhledem k níž se těleso pohybuje rychlostí v .
[0,312 m³]
- 3.12) Kosmická loď se pohybuje rychlostí $v = 0,98c$ k hvězdě vzdálené od Země $3 \cdot 10^{18}$ m.
a) Jaká je vzdálenost mezi hvězdou a lodí z hlediska pozorovatele na lodí?
b) Jak dlouho trvá tento let, použijeme-li k měření času hodinami umístěné na Zemi?
c) Jak dlouho trvá tento let podle hodin umístěných na lodí?
[a] $5,97 \cdot 10^{17}$ m; b) $1,02 \cdot 10^{10}$ s; c) $2,008 \cdot 10^9$ s]
- 3.13) V čase $t' = 2,0 \cdot 10^{-5}$ s od okamžiku, kdy se souřadnicové osy inerciálních soustav K a K' ztotožnily, vznikla v bodu o souřadnicích $x' = 2,4 \cdot 10^3$ m, $y' = 15$ m a $z' = 30$ m jiskra. Jaké jsou souřadnice této události v soustavě K , pohybuje-li se soustava K' vzhledem k soustavě K v kladném směru osy x rychlostí o velikosti $v = 0,8c$?
[$x = 12\ 000$ m; $t = 4,4 \cdot 10^{-5}$ s]
- 3.14) Koule o poloměru r_0 se vzdaluje od pozorovatele rychlostí $0,5c$. Určete poměr délek jejího podélného a příčného průřezu.
[$r/r_0 = 0,866$]
- 3.15) Válec, který má poloměr $r_0 = 5$ cm a výšku $h_0 = 10$ cm se nacházel v kosmické lodi, která se od Země vzdalovala rychlostí $v = 0,95c$. Určete objem válce z hlediska pozorovatele na Zemi, pokud je válec orientován:
a) Svoji výškou h_0 ve směru pohybu lodě.
d) Svým poloměrem r_0 ve směru pohybu lodě.
[a] 245 cm³; b) 245 cm³]
- 3.16) Vlastní doba života určité nestabilní částice je $\Delta t_0 = 10$ ns. Určete dráhu l , kterou částice proletí od okamžiku svého vzniku do okamžiku rozpadu v laboratorní vztažné soustavě, ve které je doba jejího života $\Delta t = 20$ ns.
[5,2 m]
- 3.17) Předpokládejme, že k Michelsonovu pokusu je použito monofrekvenční žluté světlo o vlnové délce $6 \cdot 10^{-7}$ m na vzdálenost středu polopropustné destičky od obou zrcadel je $l_0 = 15$ m. Určete velikost časového zpoždění paprsku, který se a) šíří ve směru pohybu Země vzhledem k paprsku, b) ve směru kolmém, a vypočtete, jaký dráhový rozdíl odpovídá tomuto zpoždění. Jaké posunutí interferenčních proužků by způsobilo v tomto případě otočení Michelsonova interferometru o pravý úhel?
[a] $5 \cdot 10^{-16}$ s; $1,5 \cdot 10^{-7}$ m; b) $1 \cdot 10^{-15}$ s; $3 \cdot 10^{-7}$ m]
- 3.18) Na kosmické lodi pohybující se vzhledem k Zemi stálou rychlostí $250\ 000$ km·s⁻¹ vysílá bodový zdroj světlo do všech směrů. Jaký tvar světelných vlnoploch zjistí pozorovatel na této lodi?
[budou stejné]
- 3.19) Některé kosmické objekty (tzv. kvazary) se od nás vzdalují rychlostí až $0,87c$, tj. $260\ 000$ km·s⁻¹. Jaká je rychlost elektromagnetického vlnění vysílaného tímto kvazarem v zemské vztažné soustavě?
[postulát]

- 3.20) Fyzik projel vozidlem křižovatkou v okamžiku, kdy na semaforu svítilo červené světlo. Když jej policista zastavil, hájil se tím, že jel tak rychle, že se mu v důsledku Dopplerova jevu jevílo červené světlo ($\lambda_0 \approx 700 \text{ nm}$) jako zelené ($\lambda \approx 550 \text{ nm}$). Vypočítejte, jakou rychlostí by se muselo fyzikovo vozidlo pohybovat.

[70,98 · 10⁶ m · s⁻¹]

- 3.21) Při srážkách částic primárního kosmického záření s atomy vrchní vrstvy atmosféry vznikají miony. Jsou to nestabilní částice se střední dobou života $\tau_0 = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ (měřenou v klidové soustavě mionu) a s hmotností $m = 207m_e$ (m_e je hmotnost elektronu). Pozorování pomocí stratosférických balónů a raket ukázala, že miony vznikají ve velkých výškách nad povrchem Země (více než 10 km) a odtud se pohybují k Zemi rychlostí blížíící se rychlosti světla. Za střední dobu života $2,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ se mion již rozpadá na elektron a dvě neutrina.

Předpokládejme, že mion vznikl ve výšce 15 km a pohybuje se k Zemi rychlostí $v = 0,9998c$. Může tento mion doletět na povrch Země?

[32,97 km => může být detekován]

- 3.22) Jakou velikost má úhel mezi uhlopříčkami čtverce, který se pohybuje rychlostí $0,9c$ ve směru rovnoběžném s jednou z jeho stran?

[47,1 °]

- 3.23) Určete vlastní délku tyče pohybující se vzhledem k soustavě K rychlostí $0,5c$, pokud je její délka v této soustavě 1 m a úhel mezi vektorem rychlosti \mathbf{v} a tyčí je 45 °.

[1,07 m]