1. Inerciální a neinerciální systémy

1.1 Relativnost pohybu

Jak bylo uvedeno ve Fyzice I, vektory polohy, rychlosti a zrychlení záleží na souřadnicové soustavě, ke které vztahujeme popis pohybu tělesa. Uvažme nyní dvě souřadnicové soustavy: Soustava S′ se pohybuje vzhledem k soustavě S postupným pohybem. Obě soustavy zvolíme tak, aby jejich příslušné osy byly souhlasně orientovány (obr. 1.1). Polohový vektor počátku O′ soustavy S′ měřený v soustavě S označíme $\vec{r}_0$, jeho složky pak x_0, y_0, z_0.

Polohový vektor bodu A vzhledem k soustavě S je $\vec{r}$, jeho složky jsou x, y, z. Vzhledem k soustavě S′ je poloha bodu A dána polohovým vektorem $\vec{r}\,'$, jeho složky jsou x', y', z'. Nyní použijeme dva předpoklady.

1. První z nich je, že měření délky v obou systémech poskytuje stejné výsledky [**]. Pak můžeme sčítat dva vektory, z nichž každý je udán vzhledem k jiné soustavě. Podle (1.1) dostaneme

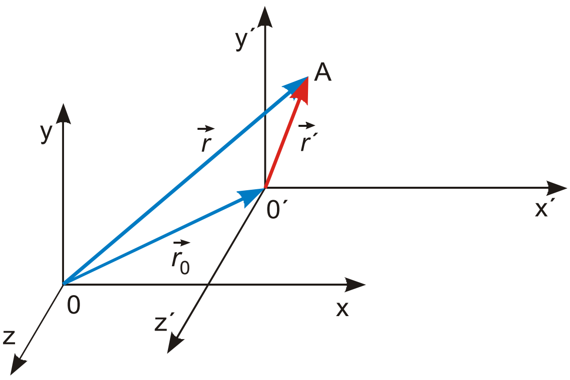
$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}\,' = (x_0\vec{i} + y_0\vec{j} + z_0\vec{j}) + (x'\vec{i}\,' + y'\vec{j}\,' + z'\vec{k}\,') \qquad (1.1)$$

   Uvážíme-li, že volba souřadnicových systémů se souhlasně orientovanými osami znamená, že vektory $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ a vektory $\vec{i}\,'$, $\vec{j}\,'$, $\vec{k}\,'$ jsou totožné, pak vztah (1.1) lze přepsat

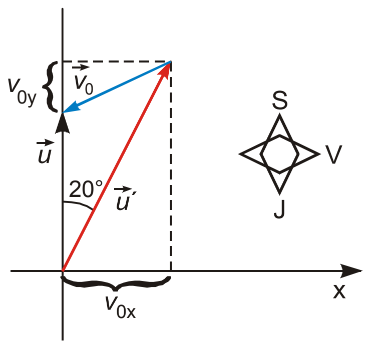
$$x = x_0 + x' \quad , \quad y = y_0 + y' \quad , \quad z = z_0 + z' \qquad (1.2)$$

2. Za druhé předpokládáme, že čas v obou systémech běží stejně, $t = t'$ [***]. Pak vztah (1.1) můžeme dvakrát derivovat. Přitom označíme $\vec{v}_0$ a $\vec{a}_0$ rychlost a zrychlení soustavy S′ vzhledem k S, $\vec{u}$ a $\vec{a}$ jsou rychlost a zrychlení tělesa vzhledem k soustavě S, $\vec{u}\,'$ a $\vec{a}\,'$ jsou rychlost a zrychlení tělesa vzhledem k soustavě S′.

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}_0}{dt} + \frac{d\vec{r}\,'}{dt} \quad , \qquad \vec{u} = \vec{v}_0 + \vec{u}\,' \qquad (1.3)$$



Obr. 1.1 Relativnost polohy tělesa



Obr. 1.2 K příkladu 1.1

[**] V kap.2 uvidíme, že při rychlostech srovnatelných s rychlostmi světla nejsme oprávněni tento předpoklad učinit.

[***] Srovnejte s kap. 2.

$$\frac{d\vec{u}}{dt} = \frac{d\vec{v}_0}{dt} + \frac{d\vec{u}'}{dt} \quad , \qquad \vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}' \tag{1.4}$$

Vztahy (1.3) a (1.4) představují **zákony pro skládání rychlosti a zrychlení v klasické mechanice:** Rychlost (resp. zrychlení) tělesa vzhledem k souřadnicovému systému S je vektorovým součtem rychlosti (resp. zrychlení) tělesa vzhledem k soustavě S′ a rychlosti (resp. zrychlení) soustavy S′ vzhledem k soustavě S.

Příklad 1.1

Rychlost letadla vzhledem ke vzduchu je 500 km/h. Letadlo má dorazit do místa vzdáleného 800 km severně od výchozího místa. Aby letadlo uletělo přímou nejkratší vzdálenost, musí jeho pohyb vzhledem k zemi směřovat pod úhlem 20° východně od severního směru. Požadovanou dráhu urazí letadlo za 2 h. Určete rychlost pohybu vzdušné masy (rychlost větru) vzhledem k zemi.

Řešení

Řešení pohybu vzhledem k různým soustavám spočívá ve správné identifikaci vektorů a dále ve vektorovém sčítání podle vztahů (1.3) nebo (1.4). Zavedeme souřadnicový systém S pevně spojený se zemí, počátek ztotožníme s výchozí polohou letadla, severní směr se směrem osy y, východní směr se směrem x-ové osy (obr. 1.2). Rychlost letadla vzhledem k zemi je $\vec{u}$, rychlost letadla vzhledem ke vzdušné mase je $\vec{u}'$, rychlost vzdušné masy vzhledem k zemi je $\vec{v}_0$:

$$\vec{u} = u\,\vec{j}$$

$$\vec{u}' = u' \cos\,(90° - 20°)\,\vec{i} + u' \sin\,(90° - 20°)\,\vec{j}$$

$$\vec{v}_0 = v_{0x}\,\vec{i} + v_{0y}\,\vec{j}$$

Velikost rychlosti u určíme ze zadané dráhy a času, $u = \dfrac{800\,\text{km}}{2\,\text{h}} = 400\,\text{km/h}$, velikost rychlosti $\vec{u}'$ je zadaná rychlost letadla vzhledem ke vzdušné mase, $u' = 500$ km/h. Využitím rovnice (1.3) ve složkách x a y dostáváme

$$0 = v_{0x} + u' \cos 70°\,, \; u = v_{0y} + u' \sin 70°$$

Odtud dostaneme číselné vyjádření vektoru $\vec{v}_0 = (-171\,\vec{i} - 70\,\vec{j})\,\text{km/h}$. Velikost rychlosti větru vzhledem k zemi je 185 km/h.

1.2 Galileova transformace

Uvažme dva systémy, které se vzájemně pohybují konstantní rychlostí $\vec{v}_0 = \overrightarrow{konst.}$ Jestliže navíc v čase $t = 0$ je S ≡ S′, pak $\vec{r}_0 = \vec{v}_0 t$. Vztahy (1.2), (1.3) a (1.4) pak přejdou ve vztahy

$$\vec{r} = \vec{v}_0 t + \vec{r}' \quad , \qquad \vec{u} = \vec{v}_0 + \vec{u}' \quad , \qquad \vec{a} = \vec{a}' \tag{1.5}$$

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}_0 t \quad , \qquad \vec{u}' = \vec{u} - \vec{v}_0 \quad , \qquad \vec{a}' = \vec{a} \tag{1.6}$$

Vztahy (1.5) a (1.6) se označují jako **Galileova transformace** souřadnic, rychlosti a zrychlení. Jestliže v obou souřadnicových systémech se nacházejí pozorovatelé, pak **Galileova transformace** dává vztahy pro polohu, rychlost a zrychlení, jak je měří tito pozorovatelé. Nezapomeňme, že tato transformace platí za výše uvedených předpokladů o čase plynoucím v obou souřadnicových systémech stejně a o nezávislosti měření délky v různých souřadnicových systémech. Podle vztahů (1.5) a (1.6) je sice poloha a rychlost tělesa závislá na systému, ve kterém je pohyb popisován, zrychlení však je v obou systémech stejné.

- **Relativnost popisu pohybu při rychlostech srovnatelných s rychlostí světla**

  Galileova transformace odvozená za uvedených předpokladů selhává v případech, kdy rychlost pohybu tělesa vzhledem k alespoň jedné souřadnicové soustavě je srovnatelná s rychlostí světla (rychlost světla ve vakuu $c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m\,s^{-1}}$). V tomto případě pak už předpoklady o stejném plynutí času v obou systémech a o stejném výsledku měření délek v obou systémech neodpovídají skutečnosti. Galileova transformace pak musí být nahrazena Lorentzovou transformací platnou ve speciální teorii relativity (odd. 2.2).

Jestliže velikosti rychlostí v_0 a u' jsou blízké rychlosti světla, pak rychlost u může podle vztahů (1.5) nabývat velikosti větší, než je rychlost světla. To je ovšem v zásadním rozporu se skutečností, že mezní velikostí rychlosti pohybu hmotných objektů je rychlost světla. Tento rozpor Galileovy transformace, který se uplatňuje při velkých rychlostech, rovněž řeší Lorentzova transformace.

1.3. Pohyb v inerciálních a neinerciálních systémech

1.3.1 Inerciální systémy

V odd. 1.2 jsme diskutovali popis pohybu tělesa ve dvou souřadnicových systémech S a S′. Jestliže se systémy S′ a S pohybovaly vzhledem k sobě konstantní rychlostí, pak zrychlení tělesa vyjádřené jak v systému S, tak v systému S′ bylo stejné (vztah (1.6)). Pohybuje-li se těleso vzhledem k jednomu z těchto systémů s nulovým zrychlením, pohybuje se s nulovým zrychlením i vzhledem k druhému. Podle zákona setrvačnosti potom v obou systémech výsledná síla působící na těleso je nulová. Odtud je patrné, že existuje-li jeden inerciální systém, pak všechny ostatní, které se vzhledem k tomuto systému pohybují rovnoměrně přímočaře, jsou rovněž inerciální a žádný z nich není nijak zvláštní nebo privilegovaný.

Nejlepší aproximací inerciálního systému se jeví soustava pohybující se konstantní rychlostí vzhledem k soustavě vzdálených hvězd. Pro popis pohybu běžných objektů na Zemi se za inerciální systém považuje souřadnicová soustava pevně spojená se Zemí. Je třeba si však uvědomit, že přesně vzato, tato souřadnicová soustava není inerciální, protože mimo jiné Země obíhá po eliptické trajektorii vzhledem k Slunci a koná rotační pohyb kolem své osy.*

1.3.2 Neinerciální systémy

Jestliže se pozorovatel nachází v souřadnicovém systému pohybujícím se s nenulovým zrychlením vzhledem k zemi, zjišťuje, že neplatí druhý pohybový zákon. Modelem takové soustavy může být vagón, který se pohybuje přímočaře vzhledem k zemi (obr. 1.3). Na stropě je na niti zavěšeno těleso hmotnosti m. Pokud je vagón v klidu nebo se pohybuje rovnoměrně přímočaře, těleso visí svisle. To odpovídá skutečnosti, že tíhová síla a tah lana působící na těleso jsou v rovnováze. Jestliže se ovšem vagón pohybuje se zrychlením $\vec{a}_0$ vzhledem k zemi, pozorovatel ve vagónu i na zemi zjistí, že těleso na niti se odchýlí od svislého směru o úhel α, který závisí na vektoru zrychlení vagónu. Vysvětlíme toto pozorování.

---

* Oprávněnost volby inerciálního systému pevně spojeného se Zemí plyne z odhadu zrychlení, která mají svůj původ v rotačním pohybu Země. Dostředivé zrychlení, které má příčinu v oběhu Země kolem Slunce činí asi 4,4 . 10^{-3} m s^{-2}, dostředivé zrychlení vznikající při rotaci Země kolem osy činí na rovníku asi 3,3 . 10^{-2} m s^{-2}. Tato zrychlení jsou o 4 a 3 řády menší než normální tíhové zrychlení, které je dominantní pro běžné pohyby v okolí Země).

Se zemí spojíme souřadnicovou soustavu S, která je inerciální a platí v ní tedy Newtonovy zákony. S vagónem spojíme souřadnicovou soustavu S´, která se pohybuje vzhledem k S se zrychlením $\vec{a}_0 = a_0 \vec{i}$ (obr. 1.3a) a je tedy neinerciální. Zrychlení tělesa $\vec{a}$ vzhledem k systému S a zrychlení $\vec{a}'$ vzhledem k systému S´ jsou spojená vztahem (1.4), $\vec{a} = \vec{a}_0 + \vec{a}'$. Vynásobíme hmotností a dostáváme

$$m\vec{a} = m\vec{a}_0 + m\vec{a}' \tag{1.7}$$

Levá strana rovnice (1.7) pak představuje výslednou sílu $\vec{F}^R$ působící na těleso. Úpravou rovnice (1.7) dostáváme

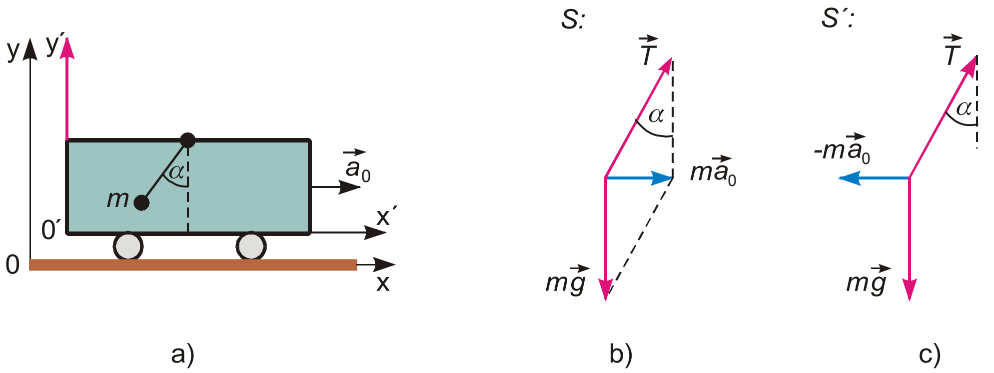
$$m\vec{a}' = \vec{F}^R - m\vec{a}_0 \tag{1.8}$$

Tento zápis můžeme slovně interpretovat tak, že těleso hmotnosti m se vzhledem k neinerciálnímu systému pohybuje s takovým zrychlením, jako by na ně kromě skutečných sil působila další síla, $-m\vec{a}_0$, která má opačný směr, než je zrychlení neinerciálního systému S' vzhledem k inerciálnímu systému S. Síla $-m\vec{a}_0$ se nazývá **setrvačná síla**. Je to síla **zdánlivá**, které chybí reálný subjekt. Pozorovatel ji zavádí v neinerciálním systému, aby vysvětlil pohybový stav těles pozorovaných v tomto systému.

Popíšeme nyní pohybový stav tělesa zavěšeného na niti v obou souřadnicových systémech. Pozorovatel v soustavě S zjišťuje, že se těleso pohybuje se zrychlením $\vec{a}_0$, neboť celý vagón (vzhledem k němuž je těleso v klidu) se pohybuje s tímto zrychlením. Výslednice sil na ně působící je $\vec{F}^R = m\vec{a}_0$. Je vektorovým součtem všech sil působících na těleso, kterými jsou tíhová síla $\vec{F}_G = m\vec{g}$ a síla tahu lana $\vec{T}$, $\vec{F}^R = \vec{F}_G + \vec{T}$ (obr. 1.3b). Tato vektorová rovnice dává v x-ové a y-ové složce:

$$m\, a_0 = T \sin\alpha \quad , \qquad 0 = T\cos\alpha - m\, g \tag{1.9}$$

Odtud tg $\alpha = \dfrac{a_0}{g}$. Protože $g \neq 0$, $a_0 \neq 0$, úhel α je rovněž nenulový a závisí na zrychlení, s jakým se vagón pohybuje.



Obr. 1.3 Popis pohybu v inerciálních a neinerciálních soustavách

Pozorovatel, který je uvnitř vagónu pohybujícím se se zrychlením, tedy spojený s neinerciálním systémem S´, však zjišťuje, že těleso je vzhledem k němu v klidu a je vychýlené z rovnovážné polohy. Aby vysvětlil tento pohybový stav tělesa, vyvozuje, že výslednice sil na těleso působících je nulová. Kromě dvou reálných sil, tíhové síly a tahu lana, působí navíc na těleso zdánlivá síla $-m\vec{a}_0$, která má původ v neinerciálnosti systému (obr. 1.3c).

Napíšeme podmínky rovnováhy $\vec{F}^R - m\vec{a}_0 = \vec{0}$ v x′-ové a y′-ové složce a dostaneme soustavu rovnic totožnou s rovnicemi (1.9).

$$0 = T\sin\alpha - ma_0, \qquad 0 = T\cos\alpha - mg$$

Odtud tg $\alpha = \dfrac{a_0}{g}$.

Popis v obou systémech nám poskytl stejný výsledek pro úhlovou odchylku hmotného bodu zavěšeného na závěsu.

- **Odstředivá síla**

  Jestliže se neinerciální systém S′ otáčí konstantní úhlovou rychlostí vzhledem k inerciálnímu systému, chová se jako neinerciální systém, který se pohybuje s dostředivým zrychlením $\vec{a}_0$ vzhledem k inerciálnímu systému S. Zdánlivá síla působící na těleso *m* pozorované v neinerciálním systému má směr odstředivý a nazývá se **síla odstředivá.**

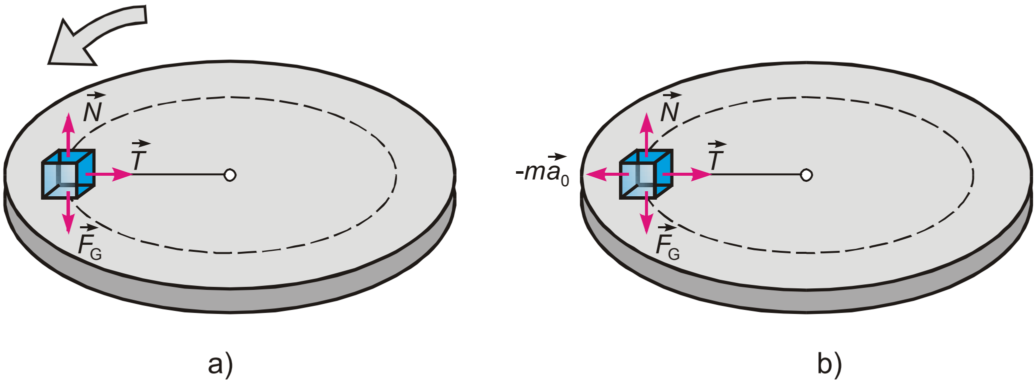
Příklad 1.2

Těleso hmotnosti *m* umístěné na horizontálním rovnoměrně rotujícím stole je připevněno pevným lanem ke středu stolu (obr. 1.4). Tření mezi tělesem a stolem zanedbejte. Vysvětlete pohybový stav tělesa z hlediska souřadnicového systému spojeného se zemí, který považujte za inerciální, a z hlediska souřadnicového systému spojeného s otočným stolem.

Řešení

a) Z hlediska souřadnicového systému spojeného se zemí se těleso pohybuje rovnoměrně po kružnici. Velikost výsledné síly $F^R = m\dfrac{v^2}{R}$, kde *v* je rychlost tělesa a *R* je poloměr kružnice, její směr je dostředivý. Inerciální pozorovatel zjišťuje, že tato dostředivá síla je uskutečňována tahem lana $\vec{T}$, $T = m\dfrac{v^2}{R}$. Další síly působící na těleso, normálová síla $\vec{N}$ a tíhová síla $\vec{F}_G$, jsou v rovnováze a nevyvolávají zrychlení tělesa (obr. 1.4a).

b) Pozorovatel v systému spojeném s otáčejícím se stolem zjišťuje, že těleso je v klidu (obr. 1.4b). Síly $\vec{N}$ a $\vec{F}_G$ jsou v rovnováze, jejich výslednice je nulová. Dále kromě reálné síly tahu lana $\vec{T}$ působí z hlediska neinerciálního pozorovatele zdánlivá *odstředivá* síla velikosti $m\dfrac{v^2}{R}$. Aby byl splněn 1. Newtonův zákon, musí být výsledná síla na těleso nulová, $T - m\dfrac{v^2}{R} = 0$. Velikost síly tahu lana je určena stejně jako v případě inerciálního pozorovatele.



Obr. 1.4 K příkladu 1.2

- **Coriolisova síla**

  Zdánlivá odstředivá síla "působí" na všechna tělesa, jejichž pohybový stav popisujeme v otáčivém souřadnicovém systému. Na tělesa, která se vzhledem k tomuto systému pohybují, působí další zdánlivá síla, tzv. **Coriolisova síla**. Její velikost je $2\omega\, v'_o\, m$, kde ω je úhlová rychlost otáčení systému, v'_o je složka rychlosti tělesa hmotnosti m v rovině kolmé na osu otáčení měřená v otáčivém souřadnicovém systému. Směr Coriolisovy síly je kolmý na směr rychlosti tělesa a směr osy otáčení. Coriolisova síla související se zemskou rotací vysvětluje řadu zajímavých dějů na zemském povrchu, např. vznik vírů spojených s atmosférickými ději.

2 Speciální teorie relativity

Mechanika založená na Newtonových zákonech velmi dobře popisuje velkou skupinu fyzikálních dějů, které jsou spojeny s pohyby rychlostmi malými ve srovnání s rychlostí světla ve vakuu ($c = 3 \cdot 10^8$ m s^{-1}). Jestliže studujeme fyzikální systémy, které se pohybují rychlostmi blízkými rychlosti světla, popis založený na Newtonových zákonech selhává a musí být nahrazen. V této kapitole, která se zabývá základy **speciální teorie relativity**, zavedeme nový pohled na prostor a čas, který vyžaduje abstrakci, protože není podložen každodenními zkušenostmi.

Souřadnicové systémy, ke kterým budeme pohyb ve speciální teorii relativity vztahovat, budou systémy inerciální. Klasická mechanika není speciální teorií relativity popřena, naopak je lépe pochopena jako odvětví fyziky dobře popisující děje v inerciálních systémech při rychlostech podstatně menších než je rychlost světla. Úvodní odstavce věnujeme proto pohybu v inerciálních systémech a v neinerciálních systémech z pohledu klasické mechaniky.

2.1 Postuláty speciální teorie relativity

Speciální teorie relativity je určena pro popis děje v inerciálních systémech při rychlostech srovnatelných s rychlostí světla. Je založena na dvou postulátech:

1. postulát (princip relativity) říká, že fyzikální zákony platí ve všech inerciálních systémech a žádný z inerciálních systémů není nijak preferován.

Z Fyziky I víme, že Newtonovy zákony mají stejný tvar ve všech inerciálních systémech. Totéž platí i o dalších zákonech mechaniky vycházejících z Newtonových zákonů. Tento princip se označuje jako **Galileův princip relativity**.* První postulát relativity rozšiřuje Galileův princip na všechny fyzikální zákony, tedy např. i na zákony elektromagnetismu a optiky.

2. postulát (o konstantnosti rychlosti světla) říká, že rychlost světla c ve vakuu je ve všech směrech a ve všech inerciálních systémech stejná (invariantní) **.

Ztotožnění se s tímto postulátem činí potíže, protože je v rozporu s běžnými zkušenostmi o skládání rychlostí. Ve fyzice, která se zabývá rychlostmi podstatně menšími, než je rychlost světla, je skládání rychlostí matematicky vyjádřeno Galileovou transformací (odst. 1.2): Jestliže se těleso pohybuje rychlostí $\vec{u}'$ vzhledem k soustavě S´ a soustava S´ se pohybuje rychlostí $\vec{v}$ vzhledem k S, pak rychlost $\vec{u}$ tělesa vzhledem k S je $\vec{u} = \vec{u}' + \vec{v}$. Proto na základě zkušeností s rychlostmi malými ve srovnání s rychlostí světla očekáváme, že i pozorovaná rychlost světla záleží na rychlosti zdroje světla a na rychlosti pozorovatele. Druhý postulát je však třeba přijmout přinejmenším ze tří důvodů: Na úrovni dnešních experimentálních možností je dokázáno, že rychlost světla nezáleží na rychlosti zdroje (např. při rozpadu nestabilních neutrálních pionů vzniká γ–záření, jehož rychlost je rovna c i v případě, kdy se zdroj záření, tedy rozpadající se pion, pohybuje velkou rychlostí 0,99975 c). Dalším důvodem pro akceptování postulátu je skutečnost, že všechny důsledky plynoucí ze speciální teorie relativity byly dosud experimentálně potvrzeny. A konečně, rychlost elektromagnetického vlnění ve vakuu je dána vztahem $c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$, kde ε_0 a μ_0 jsou permitivita a permeabilita vakua, tedy

---

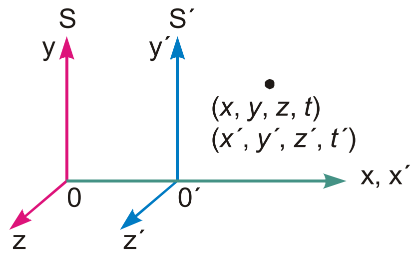
* Postulát netvrdí, že měřené hodnoty fyzikálních veličin jsou stejné v různých inerciálních systémech. Tvrdí, že se zachovávají fyzikální zákony. Např. při srážce dvou těles se celková hybnost soustavy zachovává. Hodnota celkové hybnosti je však v různých inerciálních systémech odlišná.

** V kap. 3 ukážeme, že světlo je elektromagnetické vlnění. Invariance se proto netýká pouze rychlosti světla, tj. elektromagnetického vlnění určitých vlnových délek, ale rychlosti šíření elektromagnetického vlnění vůbec, tedy např. γ-záření.

univerzální konstanty, které nezávisejí na souřadnicovém systému. Navíc elektromagnetické vlnění se šíří i ve vakuu, nepotřebuje tedy ke své existenci hmotné prostředí.

2.2 Lorentzova transformace

Uvažme systém S´, který se pohybuje konstantní rychlostí v vzhledem k systému S. Pro jednoduchost uvažme, že systém S´ se pohybuje rychlostí v ve směru osy x (obr. 2.1) a v čase $t = 0$ jsou oba systémy totožné, $t = 0 : S \equiv S'$. V čase $t = 0$ je ze společného počátku obou systémů vyslán světelný pulz. Podle postulátů speciální teorie relativity se šíří všemi směry stejnou rychlostí c. Body, kam dorazí světlo v systému S a v systému S´ v čase t a v čase t', vyplní v systémech S a S´ kulové plochy o poloměrech ct a ct'. Pro souřadnice bodů těchto kulových ploch musí platit



Obr. 2.1 Dva inerciální systémy

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \qquad x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2 \tag{2.1}$$

Jestliže by mezi souřadnicemi nečárkovanými a čárkovanými ve vztazích (2.1) platila **Galileova transformace** (1.5), dojdeme ke sporu. Zřejmě tedy předpoklady, za kterých byla odvozena Galileova transformace, totiž že měření vzdáleností v různých inerciálních systémech poskytuje stejné hodnoty a že čas plyne v různých inerciálních systémech stejně, nadále neplatí. Bez důkazu uvedeme, že požadavku (2.1) a požadavku na lineárnost transformace souřadnic vyhovují následující vztahy mezi souřadnicemi ve dvou inerciálních systémech, které se označují jako **Lorentzova transformace.** V transformačních vztazích vystupuje čas t, který se váže k systému S a čas t', který se pojí se systémem S′.

$$x = \frac{x' + v t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad x' = \frac{x - v t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{2.2}$$

$$y = y' \qquad y' = y$$

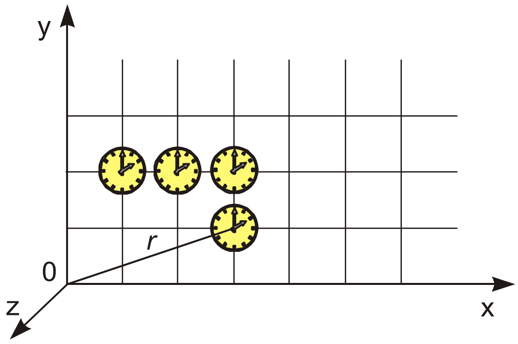
$$z = z' \qquad z' = z$$

$$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

- V Lorentzově transformaci nelze čas oddělit od prostorových souřadnic. Ze vztahů (2.2) totiž vidíme, že hodnota času t' nezávisí pouze na hodnotě t, ale také na souřadnici x. Namísto oddělených pojmů prostorových souřadnic a času, hovoříme o souřadnicích v čtyřrozměrném **prostoročase.** V následujícím oddíle zavedeme prostorové souřadnice a synchronizovaný čas.
- Vztahy (2.2) se dále liší od Galileovy transformace prostorových souřadnic **Lorentzovým faktorem** $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$. Pro rychlosti $v \ll c$, je v^2/c^2 zanedbatelné oproti 1, tedy faktor $\gamma \approx 1$. Za tohoto předpokladu přechází Lorentzova transformace na transformaci Galileovu.
- Dosazením do rovnice (2.1) se můžeme přesvědčit, že uvedená Lorentzova transformace splňuje 2. postulát speciální teorie relativity.

2.3 Základní pojmy

Pro účely dalších úvah ve speciální teorii relativity zavedeme **prostorové souřadnice** v inerciálním systému pomocí *soustavy pravoúhlých měřítek, která můžeme libovolně hustě umístit v prostoru rovnoběžně se souřadnicovými osami* (obr. 2.2). Trojice prostorových souřadnic každého bodu prostoru je určena průsečíky tří měřítek v daném bodě. S každým místem prostoru se podle Lorentzových transformačních vztahů pojí čas. Tento **čas** může být imaginárně reprezentován *lokálními hodinami, které se nacházejí v libovolném potřebném místě prostoru*. Nemohou však jít libovolně, nýbrž musejí být synchronizovány. Synchronizaci můžeme myšlenkově provést pomocí světelného signálu. Z počátku souřadnicového systému v čase, kdy lokální hodiny umístěné v počátku souřadnicového systému ukazují hodnotu $t = 0$, vyšleme do všech směrů světelný signál. U každých potřebných hodin imaginární pomocníci detekují signál, který k nim dorazil z počátku systému. Pomocník, jehož vzdálenost od počátku je *r,* nařídí v okamžiku detekce signálu své lokální hodiny na hodnotu r/c. Tímto způsobem budou synchronizovány hodiny ve všech potřebných místech prostoru. Kdybychom postupovali jinak, např. v počátku souřadnicového systému nejdříve nařídili všechny hodiny na stejnou hodnotu a pak roznesli do správných míst, museli bychom předpokládat, že během pohybu se chod hodin nezmění. Později uvidíme, že předpoklad o nezměněném chodu hodin je chybný.



Obr. 2.2 Zavedení prostorových a časových souřadnic, prostoročas

Důležitým pojmem v teorii relativity je **událost.** Událost je něco, co se stalo a čemu můžeme přiřadit trojici prostorových souřadnic a čas na lokálních hodinách. Pozorovatel v určitém souřadnicovém systému přiřadí události čtveřici souřadnic (x,y,z,t) z **prostoročasu.** Popis události je relativní, čtveřice čísel, kterými je tatáž událost popsána, záleží na souřadnicovém systému, z kterého je událost popisována (obr. 2.1).

Uvažujme dvě události, které jsou v systému S popsány čtveřicemi souřadnic (x_1, y_1, z_1, t_1) a (x_2, y_2, z_2, t_2). V systému S′ jsou tytéž události popsány čtveřicí souřadnic (x_1', y_1', z_1', t_1') a (x_2', y_2', z_2', t_2'). Pro rozdíl prostorových a časových souřadnic $\Delta x = x_2 - x_1$, ... $\Delta t' = t_2' - t_1'$ dostáváme pak ze vztahů (2.2):

$$\Delta x = \frac{\Delta x' + v\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad \Delta x' = \frac{\Delta x - v\Delta t}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{2.3a}$$

$$\Delta y = \Delta y' \qquad \Delta y' = \Delta y \tag{2.3b}$$

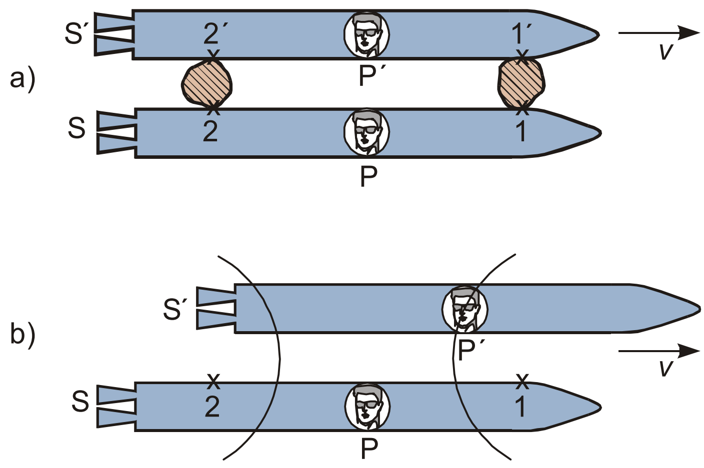
$$\Delta z = \Delta z' \qquad \Delta z' \quad \Delta z$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad \Delta t' = \frac{\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{2.3c}$$

Dvě události jsou **současné,** *jestliže rozdíl jejich časových souřadnic je nulový*[*]. Ze vztahů (2.3c) vidíme, že současnost událostí záleží na souřadnicovém systému: Jestliže $\Delta t = 0$ a $\Delta x \neq 0$, tj. události jsou současné v systému S, pak

$$\Delta t' = \frac{-\frac{v}{c^2}\Delta x}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \neq 0 .$$

Události nejsou současné v systému S´. Relativnost současnosti dvou událostí je znázorněna na obr. 2.3. Zde jsou znázorněny dvě rakety, které se vzhledem k sobě pohybují rychlostí *v*. Spojíme s nimi souřadnicové systémy S a S´. Dojde ke dvěma událostem, které pozorovatel P v S označí jako události 1 a 2 a pozorovatel P´ v S´ jako $1'$ a $2'$. Události 1 a 2 jsou stejně vzdáleny od pozorovatele P, a události $1'$ a $2'$ stejně vzdáleny od pozorovatele P´. Světelná zpráva o událostech 1 a 2 dosáhne pozorovatele P současně, usuzuje tedy, že jde o současné události. Pozorovatel P´ však obdrží zprávu o události $1'$ dříve než o události $2'$ a usoudí, že události nejsou současné.



Obr. 2.3 Relativnost současnosti dvou událostí

2.4 Kinematické důsledky Lorentzovy transformace

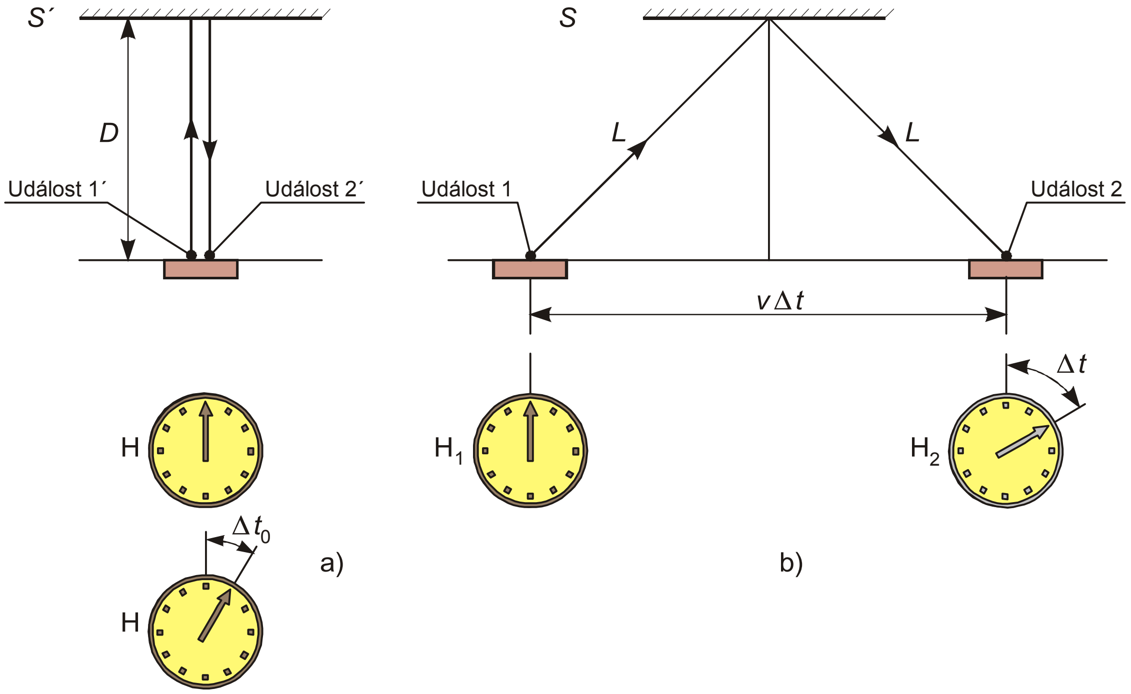
Z Lorentzovy transformace plynou některé důsledky, se kterými se nesetkáváme při rychlostech malých ve srovnání s *c,* tj. nejsou známy v mechanice řídící se Newtonovými zákony. Ukážeme, že v relativistické mechanice časový interval mezi dvěma událostmi závisí na souřadnicovém systému, měření délky téhož předmětu není absolutní, nýbrž záleží na souřadnicovém systému, a rychlosti pohybu tělesa se nesčítají s rychlostí pohybu souřadnicového systému, jak tomu je v Galileově transformaci. V případě malých rychlostí přecházejí všechny důsledky Lorentzovy transformace v klasické známé vztahy, které jsou v souladu s klasickým popisem dějů při malých rychlostech.

2.4.1 Dilatace času

Uvažme dva souřadnicové systémy S a S´*,* jak byly zavedeny v předchozích oddílech 2.1 a 2.2. V systému S´ jako událost 1´ označíme vyslání světelného signálu ve směru kolmém k rychlosti *v* pohybu soustavy S´ vzhledem k S. Po odražení od zrcadla je světlo opět detekováno na tomtéž místě, z kterého bylo vysláno. Detekce signálu je událost 2´. Zrcadlo i místo vyslání a detekce signálu jsou v klidu vzhledem k soustavě S´ (obr. 2.3a). Časový interval $\Delta t'$ mezi dvěma události měřený v systému S´ je měřen týmiž hodinami H (na tomtéž místě), které jsou v klidu v S´. Takto měřený časový interval týmiž hodinami nazveme **vlastní časový interval** Δt_0**.** Použijeme označení na obr. 2.3a. Dostáváme

[*] Aby se jednalo o události různé, musejí se tyto události lišit v prostorových souřadnicích, tedy $\Delta x \neq 0$.

$$\Delta t_0 = \Delta t' = \frac{2D}{c} \tag{2.4}$$



Obr. 2.3 Dilatace času. (a) Události 1′ a 2′ pozorované v systému (b) tytéž události pozorované v systému S.

Tytéž dvě události jsou sledovány v systému S, jak je znázorněno na obr. 2.3b. V systému S měří obě události různé hodiny H_1 a H_2, protože k událostem 1 a 2 dochází v různých místech prostoru. Použijeme označení na obr. 2.3b. Dostaneme postupně

$$\Delta t = \frac{2L}{c} \tag{2.5}$$

$$L^2 = \left(\frac{1}{2} v\Delta t\right)^2 + D^2 \tag{2.6}$$

Nahradíme *L* a *D* ve vztahu (2.6) hodnotami vyjádřenými ze (2.4) a (2.5), dostáváme

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \tag{2.7a}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma\, \Delta t_0 \tag{2.7b}$$

Diskutujme tento vztah.

Protože $v < c$, je faktor $\gamma > 1$ a časový interval $\Delta t > \Delta t_0$. Vlastní časový interval je kratší než časový interval mezi týmiž událostmi měřený různými synchronizovanými hodinami v jiném inerciálním systému, který se pohybuje. Popsaný jev budeme ilustrovat na dalším příkladu. Předpokládejme, že události popisované jako 1´ a 2´ jsou po sobě následující údery týchž hodin, které jsou v klidu v S´. Vzhledem k systému S se hodiny pohybují, události jsou popisovány jako 1 a 2 a jejich časová souřadnice je zjišťována synchronizovanými hodinami na různých místech. Rozdíl časových souřadnic událostí 1 a 2 je podle (2.7) větší než vlastní časový interval Δt_0. Pozorovatel v systému S zjišťuje, že pohybující se hodiny jdou pomaleji, protože interval mezi nejbližšími údery hodin je delší. Tento jev, který je reálný a nikterak nesouvisí s kvalitou nebo funkcí použitých hodin a který je popsán vztahy (2.7), označujeme jako **dilataci času.**

Vztah (2.7) ihned vyplyne ze vztahů (2.3). Vyslání a detekce signálu se konaly v témž místě prostoru v soustavě S´, $\Delta x' = 0$, $\Delta t' = \Delta t_0$. Dosazením do (2.3c) obdržíme vztah (2.7).

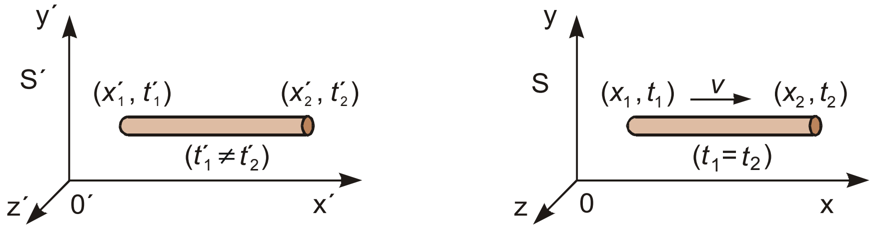
V případě, že $v \ll c$, můžeme v^2/c^2 zanedbat proti 1, faktor $\gamma \approx 1$ a $\Delta t \approx \Delta t'$. Pro malé rychlosti čas plyne v inerciálních systémech stejně, jak očekáváme z běžných každodenních zkušeností.

Poznámka

Dilatace času byla experimentálně prokázána např. při měření doby života nestabilních částic mionů. Jejich průměrná doba života v klidovém souřadnicovém systému činí 2,200 μs. Tyto částice mohou být urychleny tak, že se pohybují rychlostí 0,9992c. S pohybujícím se mionem spojíme souřadnicový systém S′, laboratoř pak se systémem S. Lorentzův faktor γ je v tomto případě γ = 28,87 a doba života v laboratorním systému je podle (2.7) Δt = 63,5 μs. Tato hodnota doby života pohybujících se mionů byla experimentálně zjištěna.

2.4.2 Kontrakce délek

Uvažme opět dva souřadnicové systémy S a S´, jak byly zavedeny v předchozích oddílech 2.1 a 2.2. V systému S´ je umístěna tyč, která je vzhledem k němu v klidu a pohybuje se spolu se systémem S´ vzhledem k systému S rychlostí v (obr. 2.4). V systému S´ snadno určíme délku tyče jako rozdíl $\Delta x' = x_2' - x_1'$ prostorových souřadnic konců tyče, které jsou stále v klidu. Délku klidné tyče označujeme jako **vlastní délku** $\Delta x' = L_0$.



a) b)

Obr. 2.4 Kontrakce délek, (a) měření délky v soustavě S´, (b) měření délky v soustavě S, vzhledem ke které se tyč pohybuje

Vzhledem k systému S se tyč pohybuje. Její délku v soustavě S stanovíme jako rozdíl prostorových souřadnic koncových bodů tyče v tomtéž okamžiku. Určení polohy konců tyče současně je podstatné, protože tyč mění svou polohu. Dosazením do vztahu (2.3) za $\Delta t = 0$, dostáváme

$$\Delta x' = \frac{\Delta x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \qquad \Delta x = L \quad , \qquad \Delta x' = L_0$$

Odtud

$$L = L_0 \sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{L_0}{\gamma} \tag{2.8}$$

- Protože $\gamma > 1$, platí, že zjišťovaná délka tyče L, která se pohybuje, je menší než vlastní délka tyče L_0, $L < L_0$. Reálný jev popsaný vztahem (2.8) označujeme jako **kontrakce délky.**
- V případě malých rychlostí vztah (2.8) přechází v rovnost obou délek, $L = L_0$. To souhlasí s běžnou zkušeností, že délka předmětu nezávisí na tom, měří-li se v systému, vzhledem ke kterému je v klidu, nebo v systému, vzhledem ke kterému se předmět pohybuje.

2.4.3 Transformace rychlostí

Z Galileovy transformace souřadnic jsme obdrželi transformační vztahy pro rychlost, které udávají, že rychlosti pohybujícího se systému a rychlost tělesa se sčítají, sledujeme-li jeho pohyb z jiného systému (odd. 1.2). Uvažme nyní opět dva již zavedené systémy S a S´ a těleso, které se pohybuje vzhledem k systému S rychlostí $\vec{u}$ a vzhledem k systému S´ rychlostí $\vec{u}'$. Složky těchto rychlostí můžeme vyjádřit pomocí infinitezimálních rozdílů prostorových a časových souřadnic (ve vztazích (2.2) zaměníme diference mezi souřadnicemi jejich infinitezimálními rozdíly), např.:

$$u_x = \frac{dx}{dt} \quad , \qquad u'_x = \frac{dx'}{dt'} \tag{2.9}$$

Dosadíme z transformačních vztahů a postupně dostáváme

$$u_x = \frac{\dfrac{dx' + v\,dt'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}}{\dfrac{dt' + \dfrac{v}{c^2}\,dx'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}} = \frac{dx' + v\,dt'}{dt' + \dfrac{v}{c^2}\,dx'}\,\frac{\dfrac{1}{dt'}}{\dfrac{1}{dt'}} = \frac{\dfrac{dx'}{dt'} + v}{1 + \dfrac{v}{c^2}\,\dfrac{dx'}{dt'}} = \frac{u'_x + v}{1 + \dfrac{v u'_x}{c^2}}$$

Obdobně bychom postupovali při výpočtu u_y a u_z. Shrneme výsledky a dostáváme transformační vztahy pro rychlosti

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \dfrac{v u'_x}{c^2}} \quad , \qquad u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \dfrac{v u_x}{c^2}} \tag{2.10}$$

$$u_y = \frac{u'_y \sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}{1 + \dfrac{v u'_x}{c^2}} \quad , \qquad u'_y = \frac{u_y \sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}{1 - \dfrac{v u_x}{c^2}}$$

Vztah pro složku u_z je obdobný vztahu pro u_y.

V případě malých rychlostí můžeme $\dfrac{v\,u_x}{c^2}$, $\dfrac{v\,u'_x}{c^2}$ a $\dfrac{v^2}{c^2}$ zanedbat proti 1 a dostáváme

$$u_x = u'_x + v \quad , \qquad u'_x = u_x - v$$
$$u_y = u'_y \quad , \qquad u'_y = u_y$$

což jsou vztahy pro transformaci rychlosti v klasické mechanice.

Uvažujme případ, kdy se částice (foton) pohybuje rychlostí c vzhledem k S′, $u'_x = c$. Dosazením do (2.10) dostaneme, že $u_x = c$. Rychlost světla ve vakuu je mezní rychlost a jako taková je měřena ve všech inerciálních systémech se stejným výsledkem.

2.5 Relativistické dynamické veličiny

Pro další popis mechanických dějů jsou důležité dynamické veličiny hybnost, hmotnost, síla a energie. Ukazuje se, že požadavek, aby se v izolovaných systémech zachovávala hybnost a energie při popisu ve všech inerciálních systémech, vede v relativistické mechanice k modifikaci těchto veličin.

2.5.1 Hybnost, hmotnost a síla

Celková hybnost soustavy je veličina, která se v izolovaných soustavách zachovává (např. při pružné centrální srážce dvou těles). Uvažme dokonale pružnou centrální srážku dvou těles, z nichž jedno se pohybuje rychlostí v vzhledem k systému S, druhé je v klidu. S pohybujícím se tělesem spojíme souřadnicový systém S′. Bez důkazu uvedeme, že požadavek platnosti zákona zachování hybnosti v obou soustavách S a S′ vede k vyjádření **relativistické hybnosti:** hybnost tělesa pohybujícího se v soustavě S rychlostí v je v této soustavě dána vztahem

$$p = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\, v \tag{2.11}$$

Hmotnost m_0 je určena v souřadnicovém systému, vzhledem ke kterému je těleso v klidu, a proto se označuje někdy s přívlastkem, jako **klidová hmotnost.** Vztah (2.11) můžeme interpretovat také tak, že relativistická hybnost je dána součinem relativistické hmotnosti m a rychlosti tělesa. Při tomto popisu **relativistická hmotnost** m závisí na rychlosti podle vztahu

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma\, m_0 \tag{2.12}$$

Diskutujme poslední dva vztahy.

Protože $\gamma > 1$, je relativistická hmotnost větší než klidová hmotnost.

Jestliže rychlost tělesa $v \ll c$, můžeme člen v^2/c^2 zanedbat oproti 1 a dostáváme, že relativistický vztah pro hybnost (2.11) přechází v klasický výraz $p = m_0\, v$ a relativistická hmotnost m (2.12) přechází v klidovou hmotnost m_0.

Sílu jsme v klasické mechanice vyjádřili vztahem. Dosazením za relativistickou hybnost (2.11) dostáváme

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right) \tag{2.13}$$

Diskutujme tento vztah.

V klasické mechanice konstantní síla působící ve směru pohybu vyvolá konstantní zrychlení v tomto směru a tedy stále se zvětšující rychlost. Relativistická konstantní síla však způsobuje zrychlení $a \sim (1 - v^2/c^2)^{3/2}$. Z posledního vztahu vidíme, že pro $v \to c$ zrychlení

$a \to 0$ a rychlost se proto nezvětšuje nade všechny meze. Odtud plyne, že těleso s nenulovou hmotností nemůže dosáhnout rychlosti *c*.

2.5.2 Energie

Relativistickou kinetickou energii stanovíme užitím teorému práce - kinetická energie.

$$E_k = W_{(v'=0)\to(v)} = \int_{(v'=0)}^{(v)} \vec{F} \cdot d\vec{r} \tag{2.14a}$$

Pro jednoduchost předpokládejme, že síla působí ve směru pohybu podél osy x. Za sílu dosadíme vztah (2.13) a dále využijeme následujícího vztahu

$$\frac{dp}{dt}dx = \frac{dp}{dv}\frac{dv}{dt}dx = \frac{dp}{dv}v\,dv$$

Postupně dosadíme do (2.14a) poslední vztah a derivaci hybnosti (2.11) podle rychlosti (integrační proměnnou označíme v'):

$$E_k = \int_{(v'=0)}^{(v)} \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_0^v \frac{dp}{dv'} v' dv' = \int_0^v \frac{m_0 v'}{(1 - v'^2/c^2)^{3/2}} dv'$$

Zavedením substituce $1 - v'^2/c^2 = w$ zjednodušíme integraci, kterou pak získáme **relativistickou kinetickou energii**

$$E_k = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0 c^2 \tag{2.14b}$$

Poslední člen v předchozím vztahu představuje konstantu nezávislou na rychlosti, která se proto nazývá **klidová energie E_0.** Relativistický výraz (2.14b) pro kinetickou energii musíme použít pro správný fyzikální popis všude tam, kde se tělesa pohybují rychlostmi srovnatelnými s rychlostí světla c*.

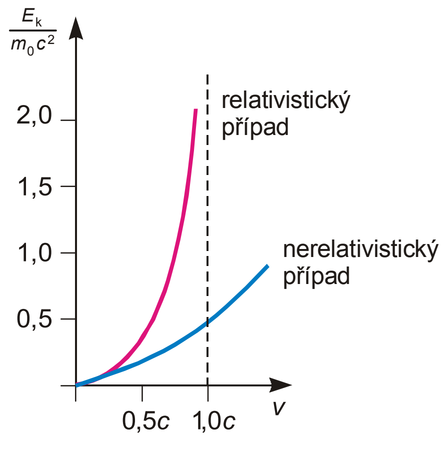
- Pro rychlosti malé vzhledem k c upravíme vztah (2.14b) pomocí Taylorova rozvoje γ–faktoru: $\gamma = \left(1 - v^2/c^2\right)^{-1/2} = 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \ldots$

  Po dosazení do (2.14b) a zanedbání členů vyšších řádů v Taylorově rozvoji dostáváme

  $$E_k = m_0 c^2 \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2} + \ldots\right) - m_0 c^2 \approx \frac{1}{2} m_0 v^2$$

  tedy výraz pro nerelativistickou kinetickou energii. Srovnání závislosti kinetické energie na rychlosti v nerelativistickém a relativistickém případě je na obr. 2.5.

Součet klidové energie E_0 a kinetické energie E_k má význam **celkové relativistické energie.**



Obr. 2.5 Srovnání závislosti kinetické energie na rychlosti v nerelativistickém a relativistickém případě

---

* Relativistickou kinetickou energii použijeme např. při popisu Comptonova jevu.

$$E = E_k + m_0 c^2 \tag{2.15a}$$

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma\, m_0 c^2 = m c^2 \tag{2.15b}$$

Diskutujme poslední vztah, který se stal všeobecně známým.

Vztahy (2.15) ukazují, že hmotnost a energie spolu souvisejí, a proto se tyto vztahy označují jako vztah **ekvivalence hmotnosti a energie.** Platnost ekvivalence hmotnosti a energie je dokázána při jaderných štěpeních a fúzích. Rovněž v běžných mechanických, elektrických a chemických procesech, kdy dochází k uvolnění nebo spotřebovávání energie, projeví se uvolněná nebo přijatá energie ve změně hmotnosti, $\Delta E = \Delta m c^2$. Hmotnostní ekvivalenty uvolněných a přijatých energií jsou však při těchto běžných reakcích nesrovnatelně menší než klidové hmotnosti těles, a proto jsou běžně nedetekovatelné (Příklad 2.2).

Vztahy (2.15) rovněž ukazují, že malé množství hmoty obsahuje velké množství energie*. Kromě změny hmotnosti v důsledku přijetí nebo uvolnění energie, může být celá klidová hmotnost částice přeměněna v jinou formu energie nebo hmotnost může být vytvořena např. z elektromagnetické energie. Přitom platí základní zákony zachování náboje, energie a hybnosti **. Procesy tohoto typu se zabývá fyzika jádra a elementárních částic.

- V energetických úvahách často využíváme vztahů mezi kinetickou energií a hybností. Vyloučením rychlosti z klasických vztahů pro kinetickou energii a hybnost dostáváme

$$p^2 = 2 E_k m_0$$

- Vyloučením rychlosti z relativistických vztahů (2.15) a (2.11) dostáváme v relativistické mechanice vztah mezi celkovou relativistickou energií a relativistickou hybností.

$$E^2 = (pc)^2 + (m_0 c^2)^2 \tag{2.16}$$

- Ze vztahu (2.16) plyne: Jestliže částice je v klidu, tj. $p = 0$, pak celková energie je klidová energie, $E = m_0 c^2 = E_0$. Jestliže nastane druhý extrémní případ, kdy totiž částice má nulovou hmotnost (foton), pak její energie je podle (2.16) $E = pc$. Odtud pro její hybnost platí $p = E/c$. Foton, částice elektromagnetického vlnění, mající energii $E = h f$, kde *h* je Planckova konstanta a *f* je frekvence elektromagnetického vlnění, má hybnost $p = \dfrac{hf}{c} = \dfrac{h}{\lambda}$, kde λ je vlnová délka elektromagnetického vlnění ve vakuu.

Příklad 2.1

Elektron byl urychlen tak, že jeho kinetická energie E_k = 2,53 MeV †. Klidová energie elektronu je $m_0 c^2$ = 0,511 MeV. Určete a) celkovou energii *E* elektronu, b) hybnost *p* elektronu, c) Lorentzův faktor γ elektronu.

---

* Hmotnost *m* = 1 g v klidu představuje celkovou energii *E* řádově 1 · 10^{12} J.

** Při interakci fotonu dostatečné energie s protonem za vzniku elektronu a pozitronu je elektromagnetická energie fotonu uložena v energetickém ekvivalentu klidové hmotnosti elektronu a pozitronu, které v procesu vznikly, případně v jejich kinetických energiích.

† Jednotka energie eV : 1 eV = 1,6 · 10^{-19} J.

Řešení

a) Celková energie je dána (2.15a), $E = m_0 c^2 + E_k$ = 0,511 MeV + 2,53 MeV = 3,02 MeV.

b) Ze vztahu (2.16) dostáváme $p = \dfrac{\sqrt{E^2 - (m_0 c^2)^2}}{c}$, $p = \dfrac{\sqrt{3,04^2 - 0,511^2}}{c} = 3,00$ MeV/c.

c) Ze vztahu (2.55b) dostáváme $\gamma = \dfrac{E}{m_0 c^2}$, $\gamma = \dfrac{3,04 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (3,0 \cdot 10^8)^2} = 5,93$. Z této hodnoty γ-faktoru, která je výrazně větší než 1, usuzujeme na to, že při popisu elektronu z příkladu je třeba používat relativistické vztahy.

Příklad 2.2

Určete změnu hmotnosti systému tvořeného protonem a elektronem při procesu vytvoření atomu vodíku. Hmotnosti protonu a elektronu jsou postupně $1,672639 \cdot 10^{-27}$ kg a $9,109390 \cdot 10^{-31}$ kg, ionizační energie vodíku je 13,6 eV.

Řešení

Při reakci elektronu a protonu za vzniku vodíku se uvolní ionizační energie jako ultrafialové záření. Hmotnost vodíkového atomu je proto menší než součet hmotností složek, $\Delta m = \dfrac{\Delta E}{c^2}$.

$$\Delta m = \frac{(13,6 \text{ eV})\left(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}\right)}{\left(3 \cdot 10^8 \text{ m/s}\right)^2} = 2,42 \cdot 10^{-35} \text{ kg}$$

Tato změna Δm je malá na to, aby byla přímo měřitelná.