

### 3.6 Maxwellovy rovnice v integrálním tvaru

hlavní Maxwellovy rovnice

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\epsilon_0} \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\dot{\vec{B}} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \dot{\vec{D}} \end{aligned}$$

- zdroj el. pole je náboj
- mag. pole není vyvoláno mag. monopólem (nezřídlové)
- zdroj mag. pole je proud a čas. změna el. pole
- indukované el. pole (nekonzervativní) vyvolané proměnným mag. polem

vedlejší Maxwellovy rovnice

$$\begin{aligned} \vec{D} &= \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \\ \vec{H} &= \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{J} \end{aligned}$$

je měrná vodivost

### 3.6 Maxwellovy rovnice v integrálním tvaru

hlavní Maxwellovy rovnice

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \rho_{ext} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{H} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\dot{\vec{B}} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \vec{j}_{ext} + \dot{\vec{D}} \end{aligned}$$



vedlejší Maxwellovy rovnice

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \rho_{ext} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{H} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\dot{\vec{B}} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \vec{j}_{ext} + \dot{\vec{D}} \end{aligned}$$

### 3.6 Maxwellovy rovnice

#### Maxwell. rov. ve vakuu

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho_{ext} \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\dot{\vec{B}} \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \dot{\vec{E}} + \vec{j}_{ext} \quad (4)$$

integrálně diferenciální rovnice:

- shrnují zákonitosti elmag. pole
- souvislost el. a mag.pole
- existence elmag. vlnění

## 3.6 Maxwellovy rovnice

### Maxwell. rov. ve vakuu

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho_{ext} \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\dot{\vec{B}} \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}_{ext} + \mu_0 \dot{\vec{D}} \quad (4)$$

integrálně diferenciální rovnice:

- shrnují zákonitosti elmag. pole
- souvislost el. a mag.pole
- existence elmag. vlnění

**Cíl:**

Z Maxwell. rov. ve vakuu  $\rightarrow$   
existence elektromagnetického vlnění

Zjednodušení:

prostředí bez makroskopických nábojů  
a proudů

Prostředek:

převedení Maxwell rov. z integrálního  
do diferenciálního tvaru

Pozn:

Vakuum  $\rightarrow$  prostředí:

$$\epsilon_0 \rightarrow \epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

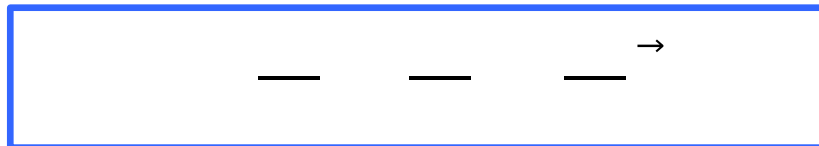
$$\mu_0 \rightarrow \mu = \mu_0 \mu_r$$

## Vektorové diferenciální operátory

**Operátor** je předpis, který funkci z určitého oboru funkcí přiřazuje jinou funkci, je to „funkce na množině funkcí“

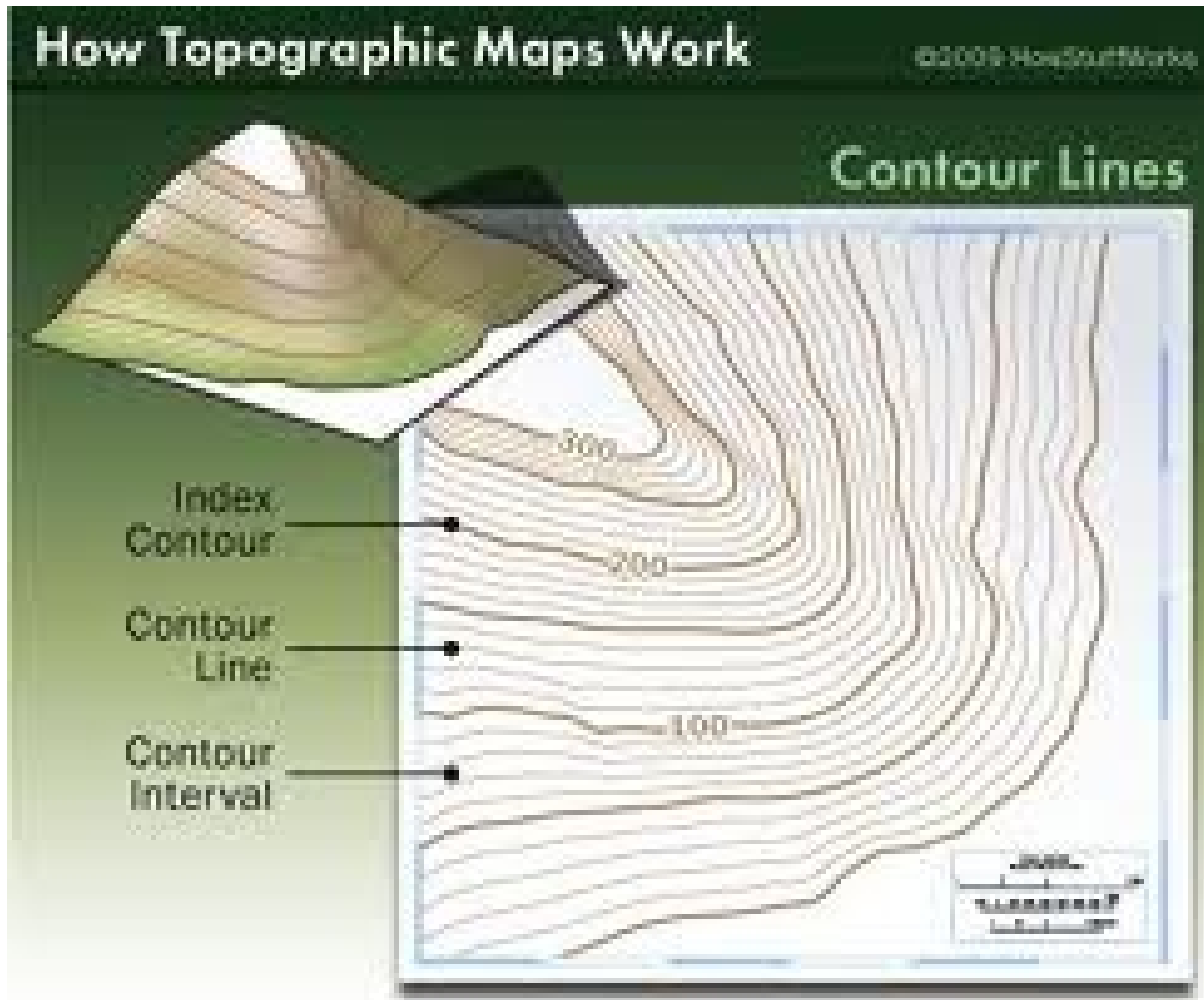
skalární pole  $u(x,y,z)$

*gradient*  $\text{grad}$



- $\text{grad } u$  je vektor, který definujeme ve skalárním poli  $u$
- operátor, tzv. „nabla“, je předpis:  $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_z$
- totální diferenciál  $du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz$
- postupujeme po ekvipot. ploše, pak  $u$  se nemění  
 $\rightarrow$
- udává směr, ve kterém se v prostoru skalární veličina  $u$  nejvíce mění

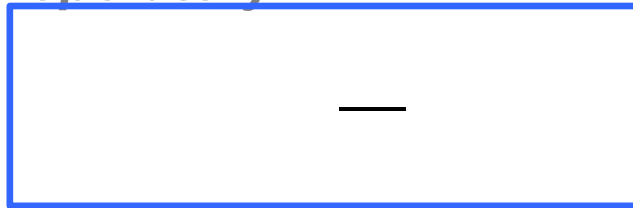
*gradient grad*



# Vektorové diferenciální operátory

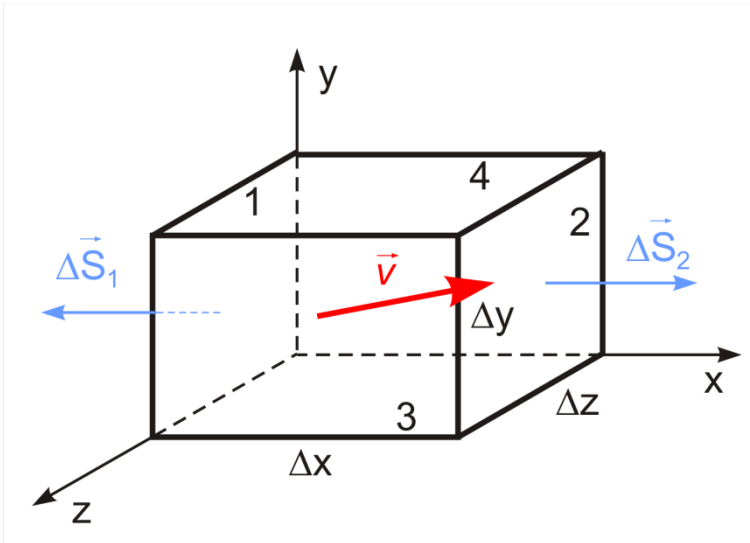
vekt. pole ( )

*divergence* div



div: tok vekt. veličiny uzavř. plochou vztážený na jedn. objem

- div je skalár, který je definován na vektorovém poli ( )
- pojí se s tokem vektoru uzavřenou plochou *tabule*

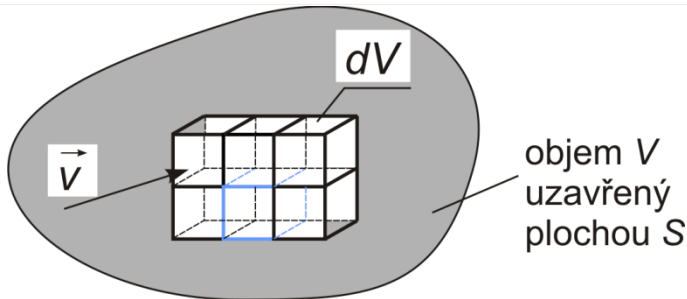


elementární tok elemen. uzavř. plochou  $dS$  :

tok konečnou uzavřenou plochou  $S$ :

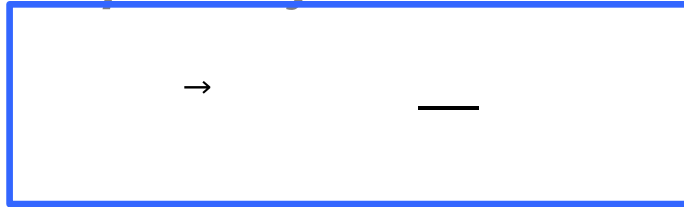


*Gaussova věta*

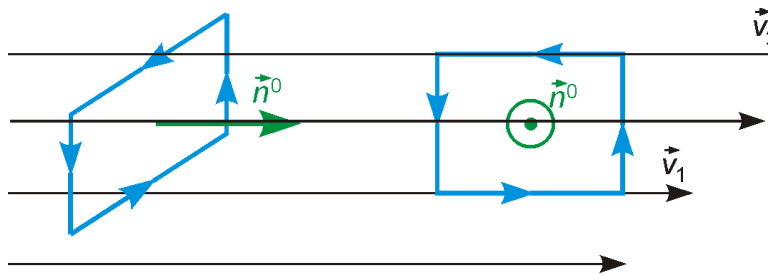


# Vektorové diferenciální operátory

vekt. pole ( )  
*rotace* rot



- rot je vektor, který je definován na vektorovém poli ( )
- pojí se s cirkulací vektoru po uzavřené křivce *tabule*



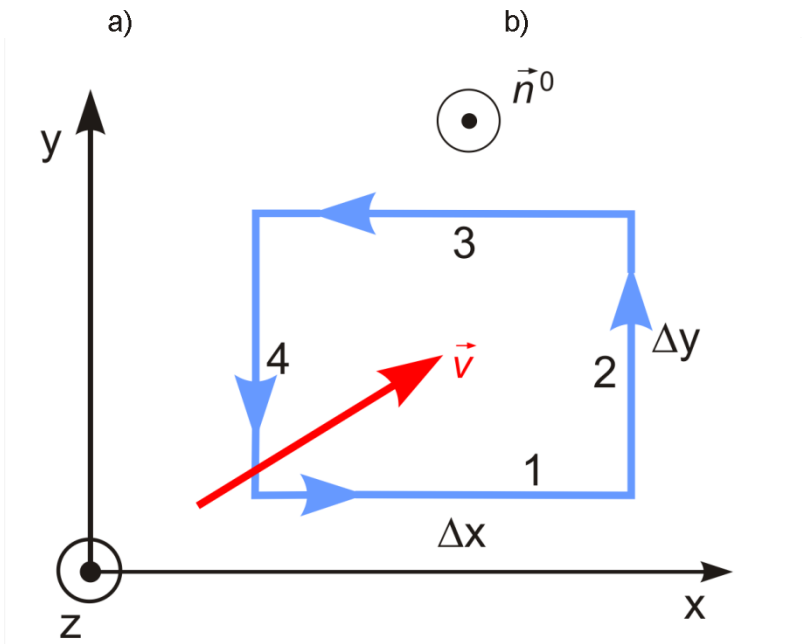
Pro zvolený směr plochy ohraničené křivkou:

$$\left( \text{---} \quad \text{---} \right)$$

v limitě  $\Delta S \rightarrow 0$ : ( ) --- ---

všechny složky:

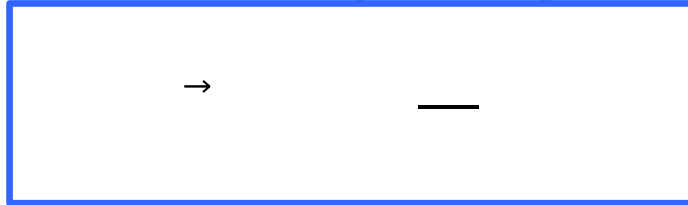
$$\left[ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \right] \rightarrow$$





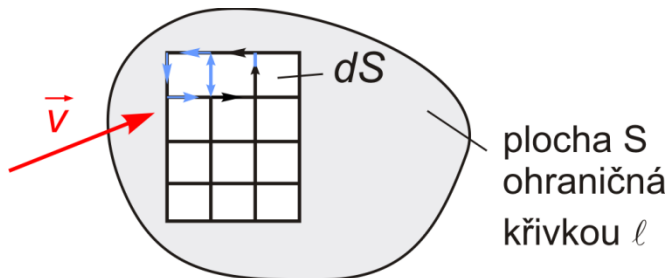
## Vektorové diferenciální operátory

*rotace* rot



elementární cirkulace podél elementární uzavřené křivky:

Výsledná cirkulace podél křivky konečné velikosti – „součet“ el. cirkulací:



*Stokesova věta*

Některé vztahy pro diferenciální operátory:

$\rightarrow \rightarrow$

$\Delta$  ... *Laplaceův operátor na skalární pole*

$\rightarrow$

*aplikace Laplaceova operátoru na vekt. pole* – trojnásobná aplikace na všechny tři složky

## 3.7 Elektromagnetické vlnění kvalitativně