Pevné látky

Mramorový blok o objemu 3,5 m^3 váží 10 t. Jaká bude hmotnost mramorového náhrobního kamene tvaru pravoúhlého rovnoběžnostěnu o délce 2,5 m, šířce 0,9 m a výšce 35 cm?

[2250 kg]

Kapka oleje o objemu 0,050 mm^3 se roztekla po povrchu vody a vytvořila skvrnu přibližně tvaru kruhu o obsahu 600 cm^2. Za předpokladu, že skvrnu tvoří 2 vrstvy molekul vypočtěte průměr molekuly oleje.

[0,4 nm]

Železná deska 2 m dlouhá a 40 cm široká má mít tíhu 1850 N. Jaká bude tloušťka desky? Hustota železa je 7873 kg/m^3.

[3 cm]

Víko s průměrem 32 cm třeba připevnit k otvoru tlakové nádoby 24 šrouby. Tlak plynu v nádobě je 6 MJ. Jaký plošný obsah průřezu šroubů třeba zvolit?

$d = 32.10^{-2} m,\ p = 6.10^{6} Pa,\ \sigma_{dov}(skrutka) = 50.10^{6} Pa$

Nádoba:

$$S = \frac{\pi.d^2}{4} \quad \Rightarrow \quad S = \frac{3{,}14.(32.10^{-2} m)^2}{4} = 803{,}84.10^{-4} m^2$$

$$p = \frac{F}{S}$$

$$F = p.S \quad \Rightarrow \quad F = 6.10^{6} Pa.803{,}84.10^{-4} m^2 = 4823{,}04.10^{2} N$$

$$F' = \frac{1}{24} \cdot F \quad \Rightarrow \quad F' = \frac{1}{24} \cdot 4823{,}04.10^{2} N = 200{,}96.10^{2} N$$

Skrutka:

$$\sigma_{dov} = \frac{F'}{S_0}$$

$$S_0 = \frac{F'}{\sigma_{dov}}$$

$$S_0 = \frac{200{,}96.10^{2} N}{50.10^{6} Pa} = 4.10^{-4} m^2 = 4cm^2$$

$$\underline{S_0 = 4cm^2}$$

Na ocelovém laně příčného průřezu 2 cm^2 je zavěšeno břemeno o hmotnosti 4000 kg. Jaké je relativní prodloužení lana?

$$m = 4.10^3 kg,\ E = 220.10^9 Pa,\ g = 10 m.s^{-2},\ S = 2.10^{-4} m^2,\ \varepsilon = ?$$

$$F = m.g$$

$$F = 4.10^3 kg.10 m.s^{-2} = 4.10^4 N$$

$$\frac{F}{S} = E \cdot \frac{\Delta l}{l_0} \qquad \wedge \qquad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

$$\frac{F}{S} = E.\varepsilon$$

$$\varepsilon = \frac{F}{E.S}$$

$$\varepsilon = \frac{4.10^4 N}{220.10^9 Pa.2.10^{-4} m^2} = 0{,}0009$$

$$\varepsilon = 0{,}0009.100\% = 0{,}09\%$$

$$\underline{\varepsilon = 0{,}09\%}$$

Zjistěte, zda se přetrhne železný drát o průměru 2 mm, pokud je napínán silou 1 kN. (σ_E = 314 MPa)

$$\sigma_n = \frac{F}{S}$$

$$\sigma_n = \frac{F}{\pi . r^2}$$

$$\sigma_n = \frac{10^3 N}{3{,}14(10^{-3} m)^2} = \frac{10^3 N}{3{,}14.10^{-6} m^2} = 318{,}5.10^6 Pa$$

$$\sigma_n = 318{,}5 MPa$$

$$\sigma_n > \sigma_E$$

Protože $\sigma_n > \sigma_E$, železný drát se přetrhne.

Mosazný drát délky 1,1 m a průřezu o obsahu 4 mm^2 byl deformován v tahu silou 80 N, čímž se prodloužil o 0,2 mm. Vypočítejte modul pružnosti v tahu mosazi.

[110 GPa]

Při výrobě dílců z předpjatého železobetonu byly ocelové pruty o délce 6 m napínány silou 6.10^4 N. Vypočítejte prodloužení ocelových tyčí, je-li jejich průměr 10 mm. Modul pružnosti použité oceli je 220 GPa.

[21 mm]

Osobní výtah o hmotnosti 500 kg drží 3 ocelová lana, každé o průměru 1 cm. Vypočítejte napětí v každém ocelovém laně. (Vlastní tíhu lana zanedbejte).

[20,83 MPa]

Na konec ocelové tyče (E = 220 GPa) s délkou 1,5 m umístěné ve vertikální poloze má být zavěšeny závaží o hmotnosti 500 kg. Jaký průměr tyče zvolíme, pokud chceme, aby se tyč po zavěšení závaží neprodloužila o více než 0,3 mm. (Vlastní tíhu tyče neuvažovat)

[12 mm]

Zjistěte, zda se přetrhne železný drát o průměru 2 mm, pokud je napínán silou 1 kN. (σ_E = 314 MPa)

[318,5 MPa]

Určete práci, kterou je potřeba vykonat, aby se ocelová tyč o délce 1 m a o obsahu průřezu 1 cm^2 prodloužila při pružné deformaci v tahu o 1 mm. Modul pružnosti v tahu použité oceli je 220 GPa.

[22 J]

Mechanika kapalin a plynů

Poloměr kruhové podstavy menšího pístu hydraulického lisu je 4 cm. Jaký poloměr musí mít kruhová podstava druhého většího pístu, pokud chceme silou 80 N vyvolat tlakovou sílu 11520 N.

$F_1 = 80$ N,
$F_2 = 11\,520$ N,
$r_1 = 4$ cm $= 0{,}04$m,
$r_2 = ?$

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

$$\frac{F_1}{\pi . r_1^2} = \frac{F_2}{\pi . r_2^2}$$

$$\frac{F_1}{r_1^2} = \frac{F_2}{r_2^2}$$

$$r_2^2 = \frac{F_2 . r_1^2}{F_1}$$

$$r_2 = r_1 \sqrt{\frac{F_2}{F_1}}$$

$$r_2 = 0{,}04m . \sqrt{\frac{11520\,N}{80\,N}} = 0{,}04 . m\sqrt{144} = 0{,}04m . 12 = 0{,}48m$$

$$r_2 = 0{,}48m = 48cm$$

Vypočítejte tlakovou sílu působící na víčko zavařeninové sklenice o průměru 8 cm, pokud je vnitřní tlak páry 2,5 kPa a atmosférický tlak je 101325 Pa. (Předpokládáme, že vzduch uvnitř sklenice je zcela vyčerpaný).

p_1 = 2,5 kPa = $2{,}5.10^3$ kPa
= $0{,}025.10^5$ Pa,
p_2 = $1{,}01325.10^5$ Pa,
d = 8 cm = 0,08 m,
r = 0,04 m

$$F = F_2 - F_1 = p_2.S - p_1.S = (p_2 - p_1)S$$
$$F = (p_2 - p_1).\pi.r^2$$
$$F = (1{,}01325.10^5\,Pa - 0{,}025.10^5\,Pa)3{,}14.(0{,}04m)^2$$
$$F = 0{,}98825.10^5\,Pa.3{,}14.0{,}0016m^2$$
$$F = 496\,N$$

V hydraulickém zařízení křesla u zubního lékaře je píst o obsahu průřezu 65 cm^2. Křeslo s pacientem má hmotnost 150 kg. Jak velkou silou je potřeba působit na píst o obsahu průřezu 3,25 cm^2, abychom uvedli křeslo s pacientem do pohybu?

[75 N]

Vodní lis má písty o obsahu 6 cm^2 a 10 cm^2. Jak velkou tlakovou silou působí voda na velký píst, působí-li na malý píst tlaková síla 240 N?

[400 N]

Lidé jsou zvyklí na tlak vzduchu okolo 1013 hPa. Do jaké hloubky se můžou ponořit do mořské vody ($\rho = 1025\ kg.m^{-3}$) bez přístrojů?

$p = 1013\ hPa = 101300\ Pa$
$\rho = 1025\ kg.m^{-3}$

$$p = \rho.g.h$$

$$h = \frac{p}{\rho.g}$$

$$h = \frac{101300\,Pa}{1025\,kg.m^{-3}.10m.s^{-2}} = 9{,}88m \doteq 10m$$

$$h = 10\,m$$

Vypočítejte tlak mořské vody ($\rho = 1025\ kg.m^{-3}$) na dno moře a) v hloubce 3,6 km pod hladinou a b) v nejhlubší mořské propasti tzv. Mariánském příkopu v Tichém oceánu (h = 11034 m)

a) $p = \rho.g.h = 1025\ kg.m^{-3}.10m.s^{-2}.3600m = 36\,900\,000\ Pa =$ <u>36,9 MPa</u>

b) $p = \rho.g.h = 1025\ kg.s^{-2}.10\ m.s^{-2}.11034m = 113098500\ Pa =$ <u>113,1 MPa</u>

Jak velký je hydrostatický tlak a) v rybníku v hloubce 1 dm pod hladinou vody? b) u dna plaveckého bazénu v hloubce 4 m? c) u dna Mariánského příkopu (asi 11 km)? Hustota sladké vody je 1000 $kg.m^{-3}$, mořské vody je 1025 $kg.m^{-3}$.

[a) 1 000 Pa, b) 40 000 Pa, c) 112 750 000 Pa]

Ponorka se ponořila do hloubky 50 m. Jak velká tlaková síla působí na kovový poklop ponorky, který má obsah 0,8 m^2 ? Hustota mořské vody je 1025 $kg.m^{-3}$.

[410 000 Pa]

Ve skleněné nádobce je rtuť. Do jaké výšky dosahuje, jestliže hydrostatický tlak u dna je 20,25 kPa? Hustota rtuti je 13 500 $kg.m^{-3}$.

[15 cm]

Rozdíl hladin rtuti v rtuťovém tlakoměru je 75 cm. Jakou hodnotu má atmosférický tlak vzduchu? Hustota rtuti je 13 500 $kg.m^{-3}$.

[101 250 Pa]

Jaký plošný obsah musí mít ledová kra (tvaru kvádru) tloušťky 30 cm, která unese člověka se zavazadly o celkové hmotnosti 96 kg.

$\rho = 1000\ kg.m^{-3}$
$\rho_1 = 920\ kg.m^{-3}$
$h = 30\ cm = 0{,}3\ m$
$m = 96\ kg$

$$\rho_1.V + m = \rho.V'$$
$$\rho_1.V + m = \rho.V$$
$$m = \rho.V - \rho_1.V$$
$$m = V(\rho - \rho_1)$$
$$m = S.h.(\rho - \rho_1)$$
$$S = \frac{m}{h.(\rho - \rho_1)}$$
$$S = \frac{96\,kg}{0{,}3m.(1000\,kg.m^{-3} - 920\,kg.m^{-3})} = \frac{96\,kg}{24\,kg.m^{-2}} = 4\,m^2$$
$$S = 4\,m^2$$

V' = V – celá kra ledu je namočená

Ocelová koule ($\rho_1 = 7800\ kg.m^{-3}$) je zavěšena na vlákně a ponořena do vody ($\rho = 1000\ kg.m^{-3}$). Objem koule je $V = 1\ dm^3$. Jakou silou je napínané vlákno?

[68 N]

Hustota těla ryby o hmotnosti 5,25 kg je $1{,}05\ g.cm^{-3}$. O kolik kg musí ryba zhubnout (beze změny objemu), aby mohla normálně plavat? ($\rho_{H2O} = 1000\ kg.m^{-3}$).

[0,25 kg]

Hustota mořské vody je 1030 $kg.m^{-3}$, hustota ledu je 915 $kg.m^{-3}$. Kolik procent ledovce vyčnívá nad volnou hladinou moře?

[11 %]

Balón tvaru koule je naplněn vodíkem (ρ_1 = 0,09 $kg.m^{-3}$). Jaký musí být poloměr balónu, aby mohl nést zátěž 350 kg. Hustota vzduchu je ρ = 1,3 $kg.m^{-3}$.

[4,1 m]

Zkumavka se stejným průřezem zatížená broky se ponoří do vody do hloubky 18 cm, ve zředěné kyselině sírové do hloubky 16 cm. Určitě hustotu zředěné kyseliny sírové.

[1125 $kg.m^{-3}$]

Kuličku zvážíme ve vzduchu i ve vodě. Získané hodnoty jsou F_g = 1,4 N, F = 0,84 N. Hustota vody: ρ = 1000 $kg.m^{-3}$.

[2500 $kg.m^{-3}$ = sklo, 2,37 cm]

Pomocí hydrostatických vah se zjistilo, že předmět má ve vzduchu hmotnost 1,3 kg a v destilované vodě hmotnost 1,17 kg. Je předmět ze zlata? Hustota zlata je 19320 $kg.m^{-3}$.

[10000 $kg.m^{-3}$]

Nafta ($\rho = 830\ kg.m^{-3}$) je dopravována potrubím o průměru 40 cm rychlostí 1,5 $m.s^{-1}$. Určete: a) hydrodynamický tlak v potrubí, b) hmotnost nafty přepravené za 1 hodinu.

d = 40 cm = 0.4 m
r = 0,2 m
$v = 1,5\ m.s^{-1}$
t = 1hod. = 3600 s
$\rho = 830\ kg.m^{-3}$

a.)

$$p = \frac{1}{2}\rho.v^2$$

$$p = \frac{1}{2}830kg.m^{-3}.(1,5m.s^{-1})^2 = 933,75\,Pa$$

$$p \doteq 934\,Pa$$

b.)

$$m = \rho.V = \rho.S.s = \rho.S.v.t = \rho.\pi.r^2.v.t$$

$$m = \rho.\pi.r^2.v.t$$

$$m = 830\,kg.m^{-3}.3,14.(0,2m)^2.1,5\,m.s^{-1}.3600\,s = 562939,2kg \doteq 563ton$$

$$m \doteq 563ton$$

Trubicí o průměru 12 cm proudí voda rychlostí 30 $cm.s^{-1}$. Jakou rychlostí protéká zúženým místem trubice, kde je průměr 4 cm?

[2,7 $m.s^{-1}$]

Otvorem plochy 4 cm^2 vyteče za minutu 12 l vody. Jakou rychlostí voda vytéká?

[0,5 $m.s^{-1}$]

Malá vodní elektrárna využívá energii vody, která proudí do turbíny z výšky 4 m. Při jakém objemovém průtoku bude mít turbína výkon 600 kW, pokud její účinnost je 75%.

h = 4m
P = 600.10^3 W
η = 0,75
ρ = 1000 kg.m^{-3}
g = 10 m.s^{-2}

$$\eta = \frac{P}{P_p} \qquad Q = \frac{V}{t} \qquad m = \rho.V$$

$$P_p = \frac{P}{\eta}$$

$$\frac{E_p}{t} = \frac{P}{\eta}$$

$$\frac{m.g.h}{t} = \frac{P}{\eta}$$

$$P = \frac{m.g.h.\eta}{t} = \frac{\rho.V.g.h.\eta}{t} = \frac{V}{t}.\rho.g.h.\eta = Q.\rho.g.h.\eta$$

$$Q = \frac{P}{\rho.g.h.\eta}$$

$$Q = \frac{600.10^3 W}{1000 kg.m^{-3} 10 m.s^{-2}.4 m.0,75} = 20 m^3.s^{-1}$$

Potrubím s proměnným průřezem proteče 5 litrů vody za sekundu. Jak velká je rychlost protékající vody v místech s průřezy a) 20 cm^2 a b) 100 cm^2 ?

[a) 2,5 $m.s^{-1}$, b) 0,5 $m.s^{-1}$]

Čerpadlo načerpá za 1 minutu 300 l vody. Přívodní potrubí má průměr 80 mm, výtokovým potrubím proudí voda rychlostí 8 ms^{-1}. Určete rychlost vody v přívodním potrubí a průměr výtokového potrubí.

[1 $m.s^{-1}$ a 28,3 mm]

Jak velká je výtoková rychlost vody proudící výpustním otvorem údolní přehrady, je-li otvor 20 m pod volnou hladinou?

[20 $m.s^{-1}$]

Určete tlak vody v potrubí o průměru 3 cm, kterým proudí voda rychlostí 1 $m.s^{-1}$, jestliže z trysky o průměru 1 cm vystřikuje rychlostí 15 $m.s^{-1}$. Vliv atmosférického tlaku a odpor vzduchu zanedbejte.

[110 kPa]

Voda přitéká potrubím o průměru 0,04 m rychlostí o velikosti 1,25 $m.s^{-1}$ do trysky, z níž vystřikuje rychlostí o velikosti 20 $m.s^{-1}$. Jak velký průměr má tryska?

[1 cm]

Nafta ($\rho = 830\ kg.m^{-3}$) je dopravována potrubím o průměru 40 cm rychlostí 1,5 $m.s^{-1}$. Určete: a) hydrodynamický tlak v potrubí, b) hmotnost nafty přepravené za 1 hodinu.

d = 40 cm = 0.4 m
r = 0,2 m
$v = 1,5\ m.s^{-1}$
t = 1hod. = 3600 s
$\rho = 830\ kg.m^{-3}$

a.)

$$p = \frac{1}{2}\rho.v^2$$

$$p = \frac{1}{2}830kg.m^{-3}.(1,5m.s^{-1})^2 = 933,75\,Pa$$

$$p \doteq 934\,Pa$$

b.)

$$m = \rho.V = \rho.S.s = \rho.S.v.t = \rho.\pi.r^2.v.t$$

$$m = \rho.\pi.r^2.v.t$$

$$m = 830\,kg.m^{-3}.3,14.(0,2m)^2.1,5\,m.s^{-1}.3600\,s = 562939,2kg \doteq 563ton$$

$$m \doteq 563ton$$

Trubicí o průměru 12 cm proudí voda rychlostí 30 $cm.s^{-1}$. Jakou rychlostí protéká zúženým místem trubice, kde je průměr 4 cm?

[2,7 $m.s^{-1}$]

Otvorem plochy 4 cm^2 vyteče za minutu 12 l vody. Jakou rychlostí voda vytéká?

[0,5 $m.s^{-1}$]

Do nádoby tvaru válce přiteče každou minutu 18,84 litrů vody. Otvorem na dně s průměrem 1 cm současně voda vytéká. V jaké výšce se ustálí hladina vody za předpokladu ideálního výtoku kapaliny?

d = 1cm
r = 0,5 cm = 0,005 m

$$za\ 1\min \ldots\ldots 18{,}84l = 0{,}01884m^3$$

$$za\ 1\sec \ldots\ldots \frac{0{,}01884m^3}{60} = 0{,}000314m^3$$

$$Q = 0{,}000314m^3.s^{-1}$$

Výtoková rýchlosť

$$Q = S.v$$

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\pi.r^2}$$

$$v = \frac{0{,}000314m.s^{-1}}{3{,}14.(0{,}005m)^2} = 4m.s^{-1}$$

Výška hladiny

$$v = \sqrt{2.g.h}$$

$$h = \frac{v^2}{2g}$$

$$h = \frac{(4m.s^{-1})^2}{2.10m.s^{-2}} = \frac{16m^2.s^{-2}}{20m.s^{-2}} = \frac{16}{20}m = 0{,}8m$$

$$h = 0{,}8m$$

Jakou rychlostí padá kapka deště, pokud její hmotnost je 0,005 g, poloměr 2,26 mm. ρ (vzduch) = 1,3 kg.m^{-3}, C = 0,4.

m = 0,005 g = 5.10^{-6} kg
r = 2,26 mm = 2,26.10^{-3}m
ρ (vzduch) = 1,3 kg.m^{-3}
C = 0,4

Čelní průřez:
S = π.r^2 = 3,14.(2,26.10^{-3}m)^2 = 16.10^{-6}m^2

Odporová síla:
F = m.g = 5.10^{-6}kg.10m.s^{-2}= 5.10^{-5}N

$$F = \frac{1}{2} C.S.\rho.v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2.F}{C.S.\rho}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2.5.10^{-5}\,N}{0{,}4.16.10^{-6}\,m^2.1{,}3 kg.m^{-3}}} = \sqrt{\frac{100.10^{-6}\,N}{8{,}32.10^{-6}\,kg.m^{-1}}} = 3{,}47\,m.s^{-1}$$

$$v = 3{,}47 m.s^{-1}$$

Jaká odporová hydrodynamická síla působí na kouli o poloměru r = 2,5 cm, pokud kouli obtéká voda rychlostí 1,8 ms^{-1}. C = 0,48

r = 2,5 cm = 0,025 m
v = 1,8 $m.s^{-1}$
C =0,48
ρ = 1000 $kg.m^{-3}$

Čelný prierez gule:

$$S = \pi r^2$$

$$S = 3{,}14.(0{,}025m)^2 = 0{,}0019625m^2$$

Odporová sila:

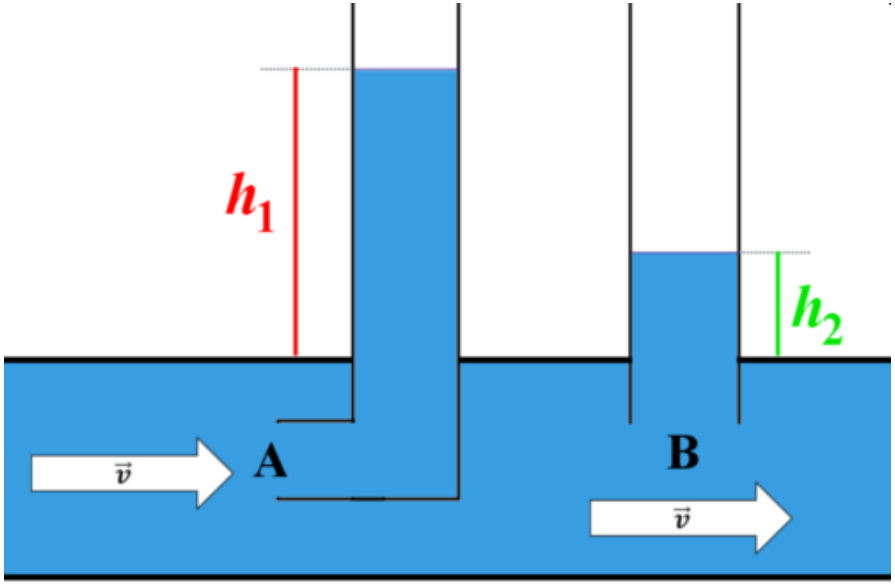
$$F = \frac{1}{2} C.S.\rho.v^2$$

$$F = \frac{1}{2} 0{,}48.0{,}0019625m^2.1000kg.m^{-3}.(1{,}8m.s^{-1})^2 = 1{,}526N$$

$$F \doteq 1{,}53N$$

Na ponorku působí odporová hydrodynamická síla 3600 N. Ponorka má kolmý průřez 15 m^2 a pohybuje se rychlostí 14,4 $km.h^{-1}$. Určete součinitel odporu ponorky C.

[0,03]

Do vodorovného potrubí jsou vložené dvě manometrické trubice; jedna z nich je rovná, druhá ohnutá do pravého úhlu a obrácená otvorem proti směru proudění kapaliny. Jaká je rychlost tohoto proudění, jestliže v rovné trubici vystoupila voda do výšky 10 cm a v ohnuté trubici do výšky 30 cm?

[2 $m.s^{-1}$]