

Předmět: IMA13 Aritmetika 1

Vyučující: doc. RNDr. Jaroslav Beránek, CSc., Mgr. Jitka Panáčková, Ph.D., RNDr. Milena Vaňurová, CSc.

Vybrané typy úloh k písemné části zkoušky

- Jsou dány množiny $M = \{1,2,3,4\}$ a $N = \{a,b,c,d\}$.
 - Definujte výčtem prvků relaci R z množiny M do N , která není zobrazením.
 - Definujte relaci Z , která je zobrazením z množiny N do M a určete přesně jeho typ.
 - Zapište výčtem prvků relaci $R \circ Z$ a rozhodněte, zda je tato relace zobrazením. Pokud ano, určete, zda je prosté.
 - Zapište dvě různé bijekce množiny N na množinu M .
 - Na množině N definujte dvě různé permutace P_1, P_2 a určete permutace $P_1 \circ P_2$ a $P_2 \circ P_1$.
- Je dána množina $M = \{1,2,3\}$. V množině M jsou dány relace R, T, U, V takto:

$$R = \{[x, y] \in M \times M; x \neq y \Rightarrow x + y = 5\}, T = \{[x, y] \in M \times M; x \neq 2 \vee y = x + 1\},$$

$$U = \{[x, y] \in M \times M; x < 3 \wedge y = x + 1\}, V = \{[1,3], [2,1], [3,2]\}.$$
 - Rozhodněte a zdůvodněte, zda jsou některé z relací R, T, U, V zobrazení v množině M . Pokud ano, určete přesně jejich typ. Je některá z těchto relací permutací na množině M ?
 - Zapište relace $R^{-1}, V^{-1}, V \circ V, U \circ V, R \circ U, R \circ (V \circ U)$. Je některá z těchto relací zobrazením v množině M ? Pokud ano, určete přesně typ.
- Rozhodněte a zdůvodněte, které z vlastností ND, A, K, EN, EI, ZR má v množině $M = \{a, b, c\}$ operace $*$:

*	a	b	c
a		a	b
b	a	b	c
c	b	c	b

*	a	b	c
a	b	a	c
b	c	b	a
c	a	c	b

*	a	b	c
a	c	a	a
b		c	b
c	a	b	c

*	a	b	c
a	a	b	c
b	b	a	c
c	c	b	a
- V množině $M = \{a, b, c\}$ definujte tabulkou aspoň jednu binární operaci, která má vlastnosti:
 - $K \wedge \cancel{EN}$
 - $ND \wedge \cancel{K} \wedge EN$
 - $ND \wedge EN \wedge \cancel{EI}$
 - $A \wedge \cancel{ZR}$
 - $\cancel{K} \wedge EN \wedge \cancel{EI}$
 - $EI \wedge ZR$
 - $ND \wedge \cancel{A} \wedge EI \wedge \cancel{ZR}$
 U všech nalezených operací určete i zbývající vlastnosti. Rozhodněte, zda v M existuje agresivní prvek vzhledem k jednotlivým operacím. Stanovte přesně typy algebraických struktur, které množina M spolu s jednotlivými operacemi tvoří.
- Rozhodněte a zdůvodněte, které vlastnosti má operace \circ v množině $\mathbf{N}(\mathbf{C}, \mathbf{Q}, \mathbf{R})$:
 - $x \circ y = 2x + y$
 - $x \circ y = x + y + 1$
 - $x \circ y = 2x + 2y$
 - $x \circ y = 2x - y$
 - $x \circ y = x + y - 2$
 - $x \circ y = x - 2y$
 - $x \circ y = xy + 1$
 - $x \circ y = x + y + xy$
 - $x \circ y = \frac{1}{2}(x + y)$

Předmět: IMA13 Aritmetika 1Vyučující: *doc. RNDr. Jaroslav Beránek, CSc., Mgr. Jitka Panáčková, Ph.D., RNDr. Milena Vaňurová, CSc.*

6. Rozhodněte, které vlastnosti mají (nemají) operace určující níže uvedené algebraické struktury a přesně určete typ každé z nich (symboly $+$, $-$, \cdot , $:$ označují obvyklé číselné operace):
 $(\mathbf{N}, +)$, $(\mathbf{N}, -)$, (\mathbf{N}, \cdot) , $(\mathbf{N}, :)$, $(\mathbf{C}, +)$, $(\mathbf{C}, -)$,
 (\mathbf{C}, \cdot) , $(\mathbf{C}, :)$, (\mathbf{Q}, \cdot) , $(\mathbf{N}, +, \cdot)$, $(\mathbf{C}, +, \cdot)$, $(\mathbf{Q}, +, \cdot)$
 $(P(M), \cup)$, $(P(M), \cap)$, $(P(M), \cup, \cap)$, $(P(M), \cap, \cup)$, kde $P(M)$ je
 potenční systém množiny $M = \{a, b\}$
7. Množina $\mathbf{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ je množina všech přirozených čísel. Určete 2 její podmnožiny, které jsou a) konečné, b) nekonečné.
8. Zvolte si výčtem prvků tři navzájem různé konečné množiny A, B, C tak, že množiny A, B mají společné dva prvky.
 a) Rozhodněte a запиšte, zda jsou některé dvě z těchto množin ekvivalentní.
 b) Porovnejte kardinální čísla množin A, B, C . Tvrzení zdůvodněte podle definice nerovnosti mezi kardinálními čísly.
 c) Určete $|A| + |B|$, $|A| + |C|$, $|B| + |C|$, $|A| \cdot |B|$, $|A| \cdot |C|$.
9. Dokažte, že pro každá dvě celá čísla A, B platí:
 a) $-(A + B) = (-A) + (-B)$ b) $(-A) \cdot B = -(A \cdot B)$ c) $(-A) \cdot (-B) = A \cdot B$
 (v důkazu využijte této reprezentace: $A = [a, b]$, $B = [c, d]$).
10. Pro celá čísla A, B, X platí $A + X = B$. Určete celé číslo $X = [x, y]$, jestliže
 $A = [1, 3]$, $B = [7, 2]$.
11. Dokažte, že sčítání a násobení celých čísel jsou komutativní a asociativní operace a že násobení je distributivní vzhledem ke sčítání. (Pomocí tříd uspořádaných dvojic přirozených čísel.)
12. Dokažte, že rovnice $A \cdot X = B$ nemá v množině všech celých čísel řešení pro
 $A = [3, 0]$, $B = [0, 4]$.
13. Pomocí tříd uspořádaných dvojic přirozených čísel запиšte dvě kladná celá čísla a dvě záporná celá čísla.
14. Zapište tři uspořádané dvojice přirozených čísel, která reprezentují
 a) celé číslo 0 (nula) b) celé číslo 1 (jedna)
15. Jsou dána celá čísla $A = [1, 3]$, $B = [4, 5]$.
 a) Vypočítejte $A + B$, $A \cdot B$, $A - B$. b) Porovnejte čísla A, B .
 Vyřešte úlohu pro několik dalších dvojic celých čísel.

Předmět: IMA13 Aritmetika 1Vyučující: *doc. RNDr. Jaroslav Beránek, CSc., Mgr. Jitka Panáčková, Ph.D., RNDr. Milena Vaňurová, CSc.*

16. Dokažte, že pro každá tři celá čísla A, B, C platí: $(A < B \wedge C < 0) \Rightarrow A \cdot C > B \cdot C$.
Dokažte alespoň jednu další vlastnost relace „<“ v úloze 16 na s. 199 v učebnici.
17. Vypočtete: $a + |b| \cdot |a| - |-a| + |a \cdot b| - |a|^2 + |-b|$ pro $a = -6$, $b = 3$.
18. Dokažte, že pro každé celé číslo a platí $|a| = |-a|$.
19. Dokažte, že sčítání a násobení racionálních čísel jsou komutativní a asociativní operace a že násobení je distributivní vzhledem ke sčítání. (Pomocí tříd zlomků.)
20. Zvolte si dvě záporná a jedno kladné celé číslo. Tato tři čísla dělte postupně číslem 7 a číslem (-5) . Ve všech šesti případech určete neúplný podíl a zbytek.
21. Zapište čtyři zlomky, které reprezentují totéž kladné racionální číslo. Dále zapište čtyři zlomky, které reprezentují jedno záporné racionální číslo. U obou čísel určete jejich desetinný rozvoj. Rozhodněte, zda jsou zvolená čísla čísla desetinnými.
22. Zapište zlomek, který reprezentuje racionální číslo
a) $3,56$ b) $1,\overline{43}$ c) $0,2\overline{7}$ d) $0,1\overline{9}$

Součástí písemné části zkoušky jsou definice pojmů studovaných v předmětech: **Základy algebry a aritmetiky a **Aritmetika 1****