

Určování vlastností operací

I. Určených předpisem – přímým výpočtem

II. Určených tabulkou:

ND – tabulka zcela vyplněna prvky množiny M

K – tabulka souměrná podle hlavní diagonály

A – kromě výjimek nelze z tabulky přímo poznat – viz dále

EN – existuje řádek a sloupec shodný se záhlavím tabulky

EI – v každém řádku a každém sloupci tabulky je neutrální prvek

ZR – v každém řádku i sloupci tabulky jsou všechny prvky množiny M

Užitečné vztahy: $K \Rightarrow ND$, $A \Rightarrow ND$, $EI \Rightarrow EN$ (užívají se v obměněném tvaru), $A \Rightarrow (EI \Leftrightarrow ZR)$.

Určování asociativnosti z tabulek:

1. Pohledem (velmi zřídka)
2. Ověřením všech možných trojic prvků (s využitím cvičení 9 – 13, s. 123 – 124) (těžkopádné a zdlouhavé)
3. Využitím obměny implikace $A \Rightarrow ND$ a implikace $A \Rightarrow (EI \Leftrightarrow ZR)$
4. Podle tvrzení: „Operace, která splňuje $EN \wedge EI \wedge ZR$ a současně není asociativní, existuje na množině o nejméně pěti prvcích“.

Užití na příkladech:

ad 1. Např.

o	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

ad 2. V písemných pracích se zpravidla nevyskytuje.

ad 3. Nejčastější případ – rozbor implikace $A \Rightarrow (EI \Leftrightarrow ZR)$. Je-li u EI a ZR rozdílná pravdivostní hodnota, pak operace není asociativní. Jsou-li u EI a ZR pravdivostní hodnoty 1, pak postupujeme podle bodu 4 (v písemných pracích jsou zadávány tabulky o maximálně čtyřech prvcích). Jsou-li u EI a ZR pravdivostní hodnoty 0, pak je nutno postupovat podle bodu 1 nebo 2. Zpravidla jde o bod 1, kdy určíme asociativnost přímo z tabulky.

Př. Rozhodněte a zdůvodněte, které z vlastností ND, A, K, EN, EI, ZR má v množině $M = \{a, b, c\}$ operace určená tabulkou:

*	a	b	c
a		a	b
b	a	b	c
c	b	c	b

○	a	b	c
a	b	a	c
b	c	b	a
c	a	c	b

□	a	b	c
a	c	a	a
b		c	b
c	a	b	c

■	a	b	c
a	a	b	c
b	b	a	c
c	c	b	a

*: ~~ND~~ \wedge ~~K~~ \wedge ~~A~~ \wedge EN \wedge EI \wedge ~~ZR~~

○: ND \wedge ~~K~~ \wedge ~~A~~ \wedge ~~EN~~ \wedge ~~EI~~ \wedge ZR

□: ~~ND~~ \wedge ~~K~~ \wedge A \wedge EN \wedge EI \wedge ~~ZR~~

■: ND \wedge ~~K~~ \wedge ~~A~~ \wedge EN \wedge EI \wedge ~~ZR~~

Př. V množině $M = \{a, b, c\}$ definujte tabulkou aspoň jednu binární operaci, která má vlastnosti:

- a) K \wedge ~~EN~~ b) ND \wedge ~~K~~ \wedge EN c) ND \wedge EN \wedge ~~EI~~ d) A \wedge ~~ZR~~
 e) ~~K~~ \wedge EN \wedge ~~EI~~ f) EI \wedge ZR g) ND \wedge A \wedge EI \wedge ~~ZR~~

a)	a	b	c
a	c	c	b
b	a	b	c
c	b	c	b

b)	a	b	c
a	b	a	a
b	c	b	b
c	a	b	c

c)	a	b	c
a	b	a	a
b	a	c	b
c	a	b	c

d)	a	b	c
a	a	a	a
b	a	a	a
c	a	a	a

e)	a	b	c
a		a	b
b	a	b	c
c	c	c	a

f)	a	b	c
a	a	b	c
b	b	c	a
c	c	a	b

g)	a	b	c
a	c	a	a
b	a	c	b
c	a	b	c