

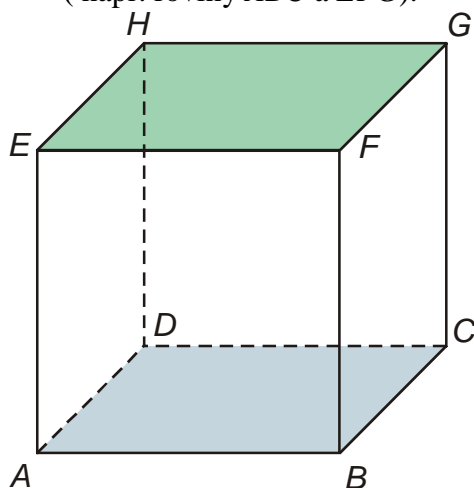
5.1.8 Vzájemná poloha rovin

Předpoklady: 5107

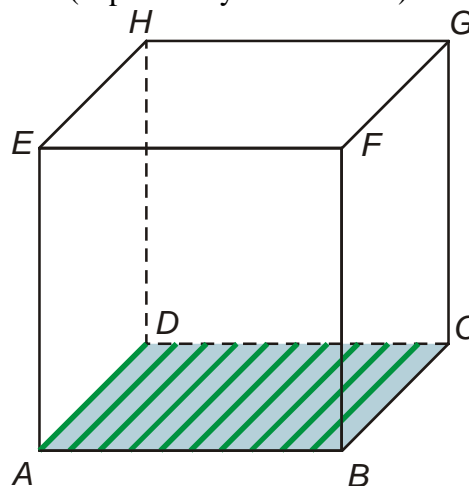
Př. 1: Kolik společných bodů mohou mít dvě roviny? Každou možnost dokumentuj pomocí dvou rovin určených vrcholy krychle a urči vzájemnou polohu rovin.

Mohou nastat tři možnosti.

Roviny nemají žádný společný bod
(např. roviny ABC a EFG).



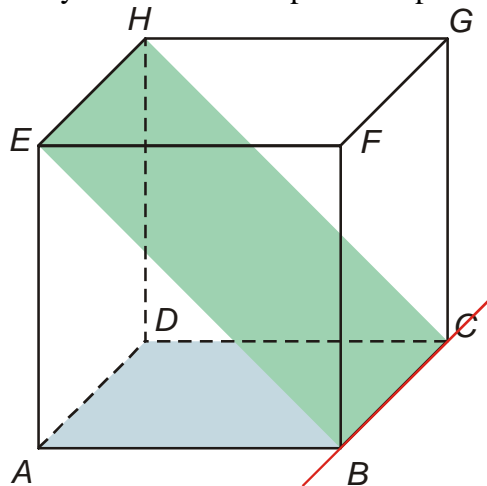
Roviny mají všechny body společné
(např. roviny ABC a BCD).



Roviny jsou totožné (splývají).

Roviny jsou **rovnoběžné**.

Roviny mají společných nekonečně mnoho bodů ležících v přímce
(např. roviny ABC a BCE se společnou přímkou BC).



Roviny jsou **různoběžné**.

\Rightarrow Pokud mají dvě různé roviny společný bod, pak mají společnou celou přímku, která tímto bodem prochází.

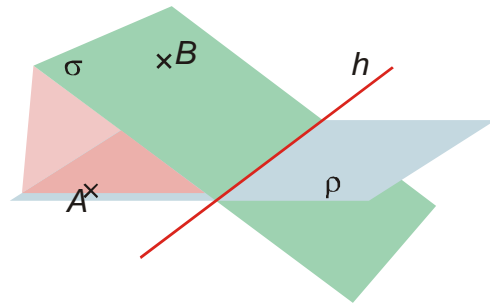
Pedagogická poznámka: Následující obrázky si prohlédneme, ale žáci je neopisují do sešitů (ztráta času).

Terminologie:

Dvě různoběžné roviny ρ a σ , dva body

$A \in \rho$, $B \in \sigma$:

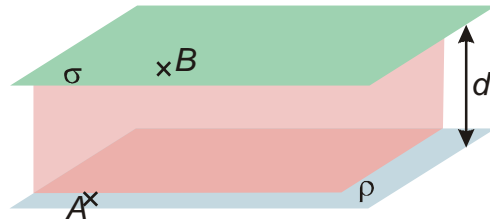
- průnik poloprosorů ρB a σA se nazývá **klín**,
- průsečnice h hraničních rovin se nazývá **hrana klínu**,
- poloroviny hB a hA se nazývají **stěny klínu**.



Dvě rovnoběžné roviny ρ a σ , dva body

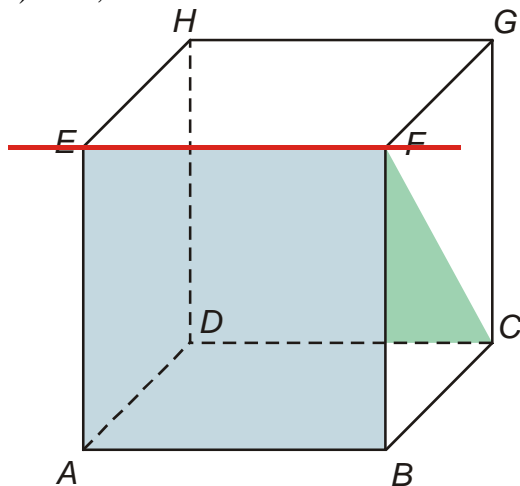
$A \in \rho$, $B \in \sigma$:

- průnik poloprosorů ρB a σA se nazývá **vrstva**,
- vzdálenost hraničních rovin se nazývá **tloušťka (šířky) vrstvy**.



Př. 2: Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Urči vzájemnou polohu rovin:
 a) ABE , CDF , b) ABE , DCG , c) ABG , DCE , d) ABC , $S_{AE}GH$.
 Pokud jsou roviny různoběžné, urči jejich průsečnici.

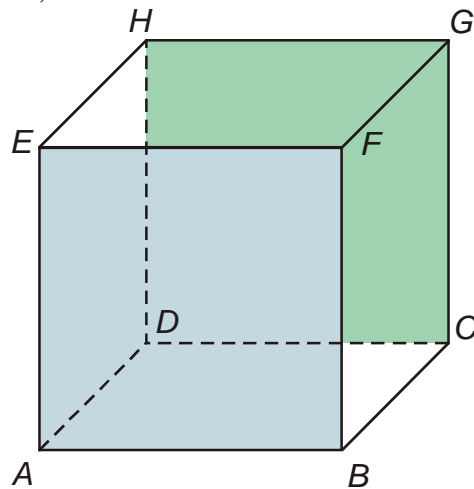
a) ABE , CDF



Roviny jsou různoběžné, průsečnicí je přímka EF .

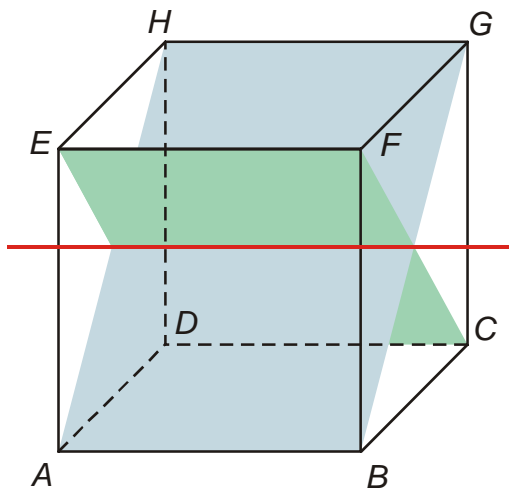
c) ABG , DCE

b) ABE , DCG

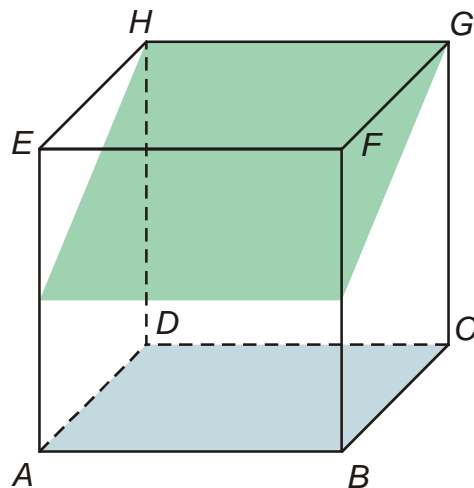


Roviny jsou rovnoběžné.

d) ABC , $S_{AE}GH$

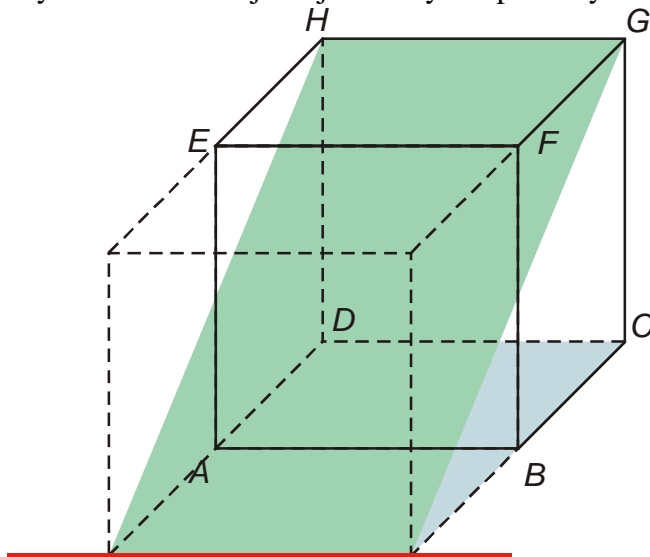


Roviny jsou různoběžné, průsečnicí je přímka $S_{BG}S_{AH}$.



Roviny jsou různoběžné, průsečnicí je přímka rovnoběžná s přímkou AB ležící mimo krychli.

Dodatek: Průsečnici rovin ABC , $S_{AE}GH$ z bodu d) předchozího příkladu snadno najdeme, když si nakreslíme ještě jednu krychli před krychli $ABCDEFGH$:



Podobně jako pro přímky i pro roviny platí:

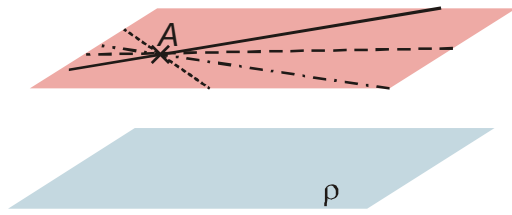
Daným bodem lze vést k dané rovině jedinou rovinu s ní rovnoběžnou.

Př. 3: Doplň větu: „Je-li $\rho \parallel \sigma$ a $\sigma \parallel \tau$, pak ...“

Je-li $\rho \parallel \sigma$ a $\sigma \parallel \tau$, pak $\rho \parallel \tau$. \Rightarrow i **rovnoběžnost rovin je tranzitivní**.

Př. 4: Je dána rovina ρ a bod A , který v ní neleží. Kolik přímek rovnoběžných s rovinou ρ prochází bodem A ? Jaký útvar vznikne sjednocením všech takových přímek?

Bodem A prochází nekonečně mnoho přímek rovnoběžných s rovinou ρ , které dohromady tvoří rovinu rovnoběžnou s rovinou ρ .



Př. 5: Najdi postup, jak pomocí vodováhy ověřit vodorovnou polohu desky.

Vodováha – zařízení, které určí zda je nějaký směr vodorovný (bublinka kapaliny je přesně uprostřed okénka).

Přiložíme vodováhu k desce ve dvou různých směrech a ověříme, zda jsou oba směry vodorovné (každý další směr už bude také vodorovný).

Př. 6: Na základě předchozích příkladů vyslov kritérium pro rovnoběžnost dvou rovin.

Dvě roviny jsou rovnoběžné, jestliže jedna z nich obsahuje dvě různoběžné přímky, které jsou rovnoběžné s druhou rovinou.

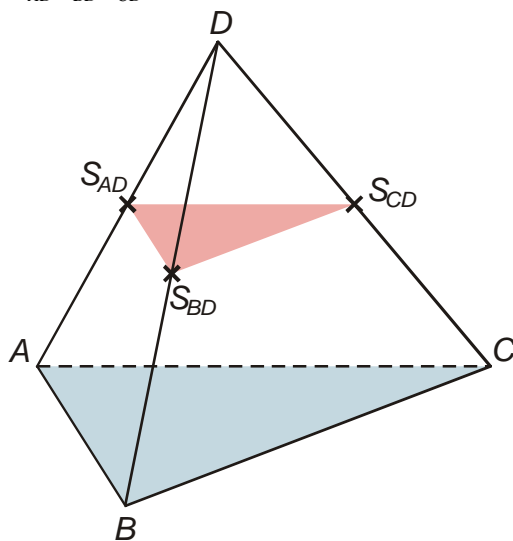
Například pro roviny ρ a σ to znamená, že rovina σ obsahuje přímky p, q , které jsou rovnoběžné s rovinou ρ .

Př. 7: Je dán čtyřstěn $ABCD$. Dokaž, že rovina $S_{AD}S_{BD}S_{CD}$ je rovnoběžná s rovinou ABC .

Budeme postupovat podle předchozího kritéria: najdeme v rovině $S_{AD}S_{BD}S_{CD}$ dvě různoběžné přímky, které jsou rovnoběžné s rovinou ABC .

- Přímka $S_{AD}S_{BD}$ je střední příčkou v trojúhelníku $ABD \Rightarrow$ je rovnoběžná s přímkou $AB \Rightarrow$ je rovnoběžná s rovinou ABC .
- Přímka $S_{BD}S_{CD}$ je střední příčkou v trojúhelníku $BCD \Rightarrow$ je rovnoběžná s přímkou $BC \Rightarrow$ je rovnoběžná s rovinou ABC .

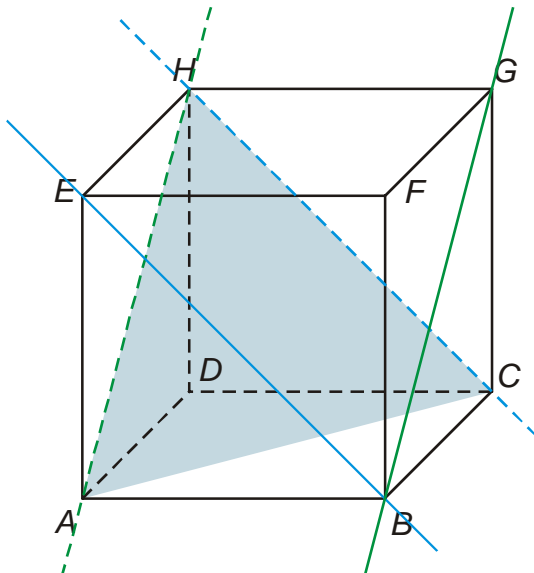
Našli jsme v rovině $S_{AD}S_{BD}S_{CD}$ dvě různoběžné přímky rovnoběžné s rovinou $ABC \Rightarrow$ rovina $S_{AD}S_{BD}S_{CD}$ je rovnoběžná s rovinou ABC .



Jak najdeme rovinu rovnoběžnou s rovinou ρ procházející bodem A ?

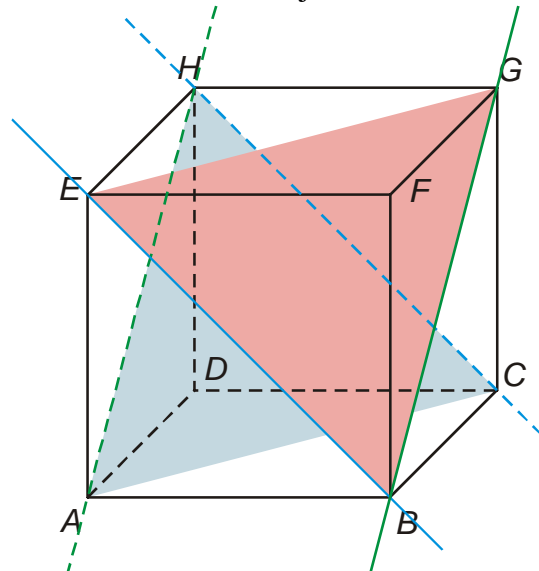
Můžeme použít kritérium rovnoběžnosti: zvolíme v rovině ρ přímky p, q . Jejich rovnoběžky p' a q' procházející bodem A určují rovnoběžnou rovinu ρ' .

Př. 8: Je dána standardní krychle $ABCDEFGH$. Bodem B veď rovinu rovnoběžnou s rovinou ACH .



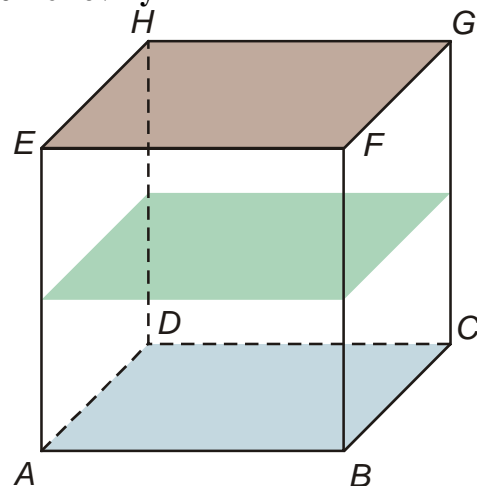
Přímka BG je rovnoběžná s přímkou AH .
Přímka BE je rovnoběžná s přímkou CH .

Hledanou rovinou je rovina BEG .

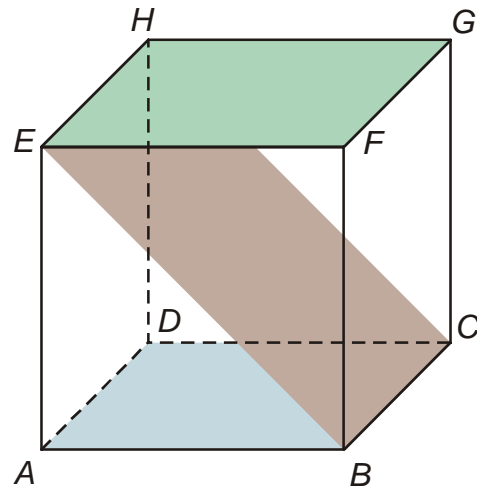
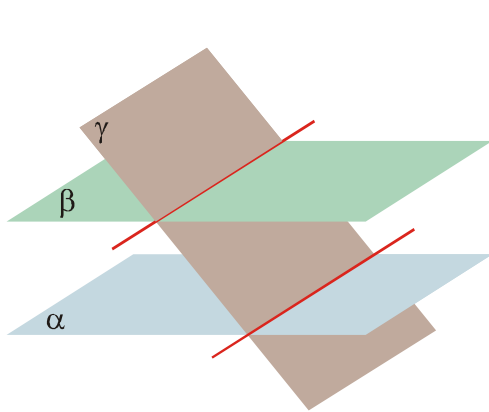


Př. 9: Existuje celkem pět možností pro vzájemnou polohu tří rovin α, β, γ . Najdi všechny tyto možnosti, modeluj je v dvojici pomocí sešitů a demonstruj je pomocí tří rovin určených vrcholy nebo středy hran standardní krychle $ABCDEFGH$.

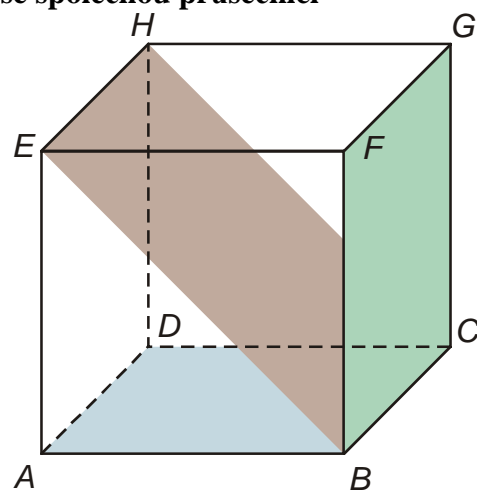
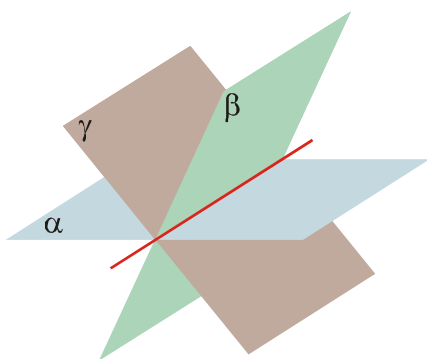
tři navzájem rovnoběžné roviny



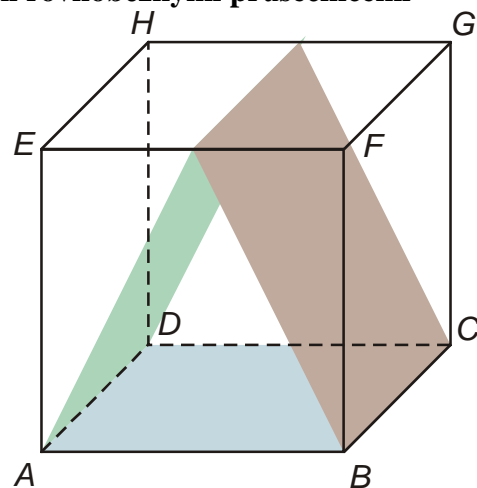
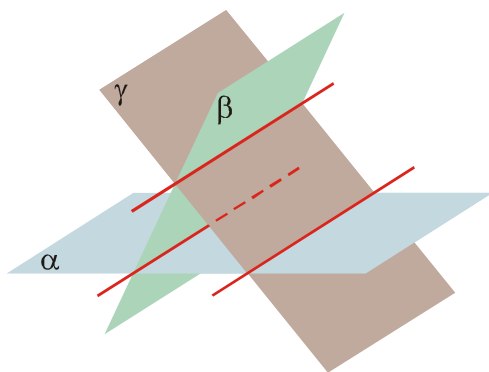
dvě rovnoběžné roviny, třetí je protíná v rovnoběžných přímkách



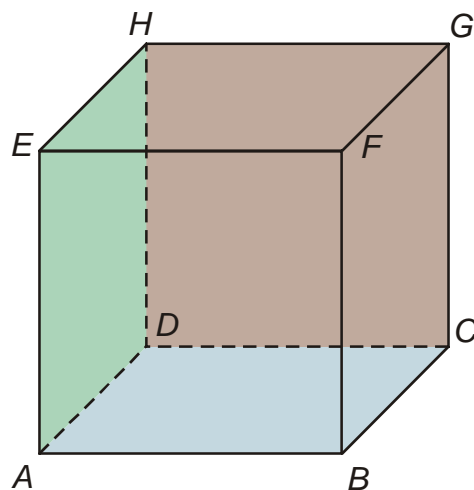
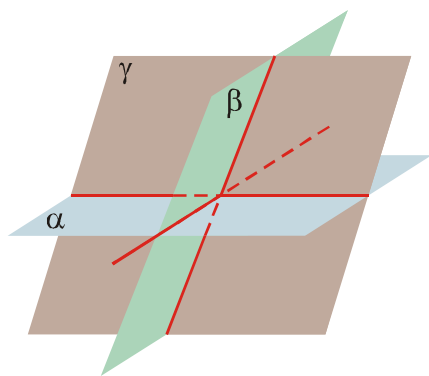
tři navzájem různoběžné roviny se společnou průsečnicí



tři navzájem různoběžné roviny se třemi rovnoběžnými průsečnicemi



tři navzájem různoběžné roviny se třemi průsečnicemi, které procházejí jedním bodem



Př. 10: Petáková:
strana 90/cvičení 3
strana 90/cvičení 4
strana 90/cvičení 5 c) d)

Shrnutí: