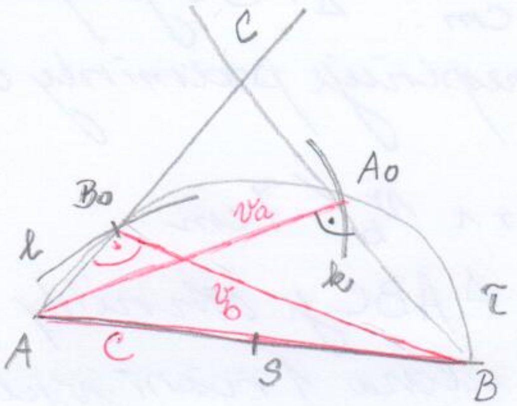
Příklad 4 Je dána úsečka AB, $|AB| = 7{,}4\,cm$. Sestrojte všechny ostroúhlé $\triangle ABC$, znáte-li výšky $v_a = 7\,cm$, v_b.
: úloha polohová
: —"— obecně zadaná

Rozbor:



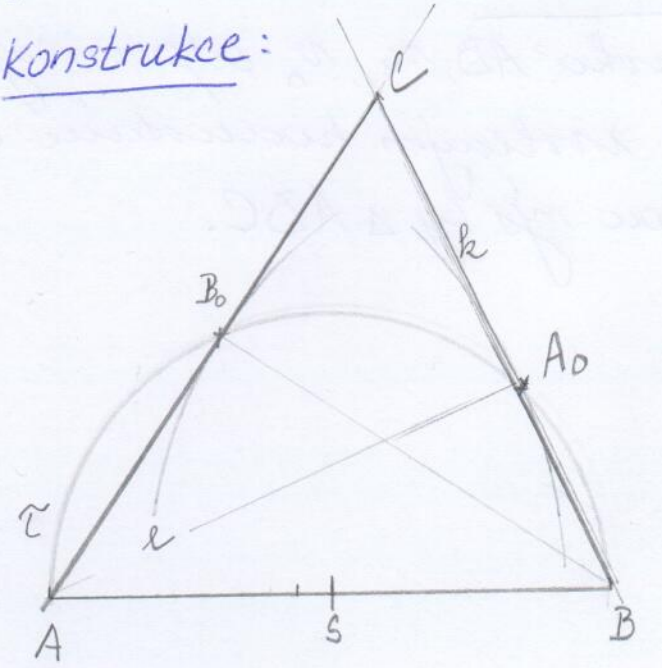
známé body: A, B
hledaný bod: C
Bod C leží na polopřímkách AB_0, BA_0; kde A_0, resp. B_0 je průsečík Thaletovy kružnice τ nad průměrem AB a kružnice k, resp. l, kde $k(A; r = v_a)$; $l(B, v_b)$.

! Před rýsováním zvolíme velikost výšky v_b tak, aby úloha měla řešení, např. $v_b = 6\,cm$.

Popis konstrukce:

1, AB; $|AB| = 7{,}4\,cm$
2, τ; Thaletova kružnice nad průměrem AB
3, k; $k(A, r = v_a)$
4, A_0; $A_0 \in k \cap \tau$
5, l; $l(B, r = v_b)$
6, B_0; $B_0 \in l \cap \tau$
7, C; $C \in \mapsto AB_0 \cap \mapsto BA_0$
8, $\triangle ABC$

Konstrukce:



Diskuse: Podmínky řešitelnosti jsou dány:

$c^2 = v_a^2 + v_b^2$

$v_b^2 = c^2 - v_a^2$

$v_b = \sqrt{c^2 - v_a^2}$

$v_b = \sqrt{7{,}4^2 - 7^2}$

$v_b = \sqrt{5{,}76}$

$v_b = 2{,}4$ (cm)

Pro • $v_b = 2{,}4$ cm … $\triangle ABC$ je pravoúhlý nesplňuje podmínky úlohy (má být ostroúhlý)

• $v_b < 2{,}4$ cm … $\triangle ABC$ je tupoúhlý nesplňuje podmínky úlohy

• $v_b > 2{,}4$ cm $\wedge$ $v_b < 7$ cm

… $\triangle ABC$ je ostroúhlý

Za podmínek $2{,}4\,\text{cm} < v_b < 7\,\text{cm}$ má úloha 1 řešení v jedné polorovině dané přímkou AB.

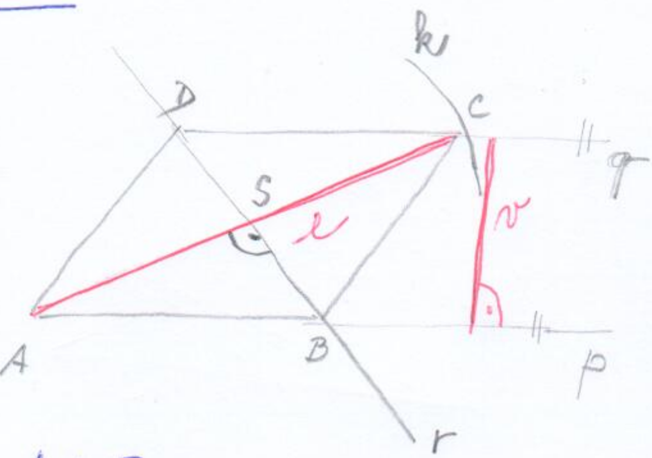
Zkouška: Měřením zkontrolujeme, zda velikosti prvků AB, v_a, v_b odpovídají zadaným hodnotám a zvoleným hodnotám a zda úsečky AB_0, A_0B jsou výšky $\triangle ABC$.

KONSTRUKCE ČTYŘÚHELNÍKŮ

Příklad 1 Sestrojte kosočtverec ABCD, jestliže $e = 8$ cm, $v = 5$ cm. (e je úhlopříčka AC).

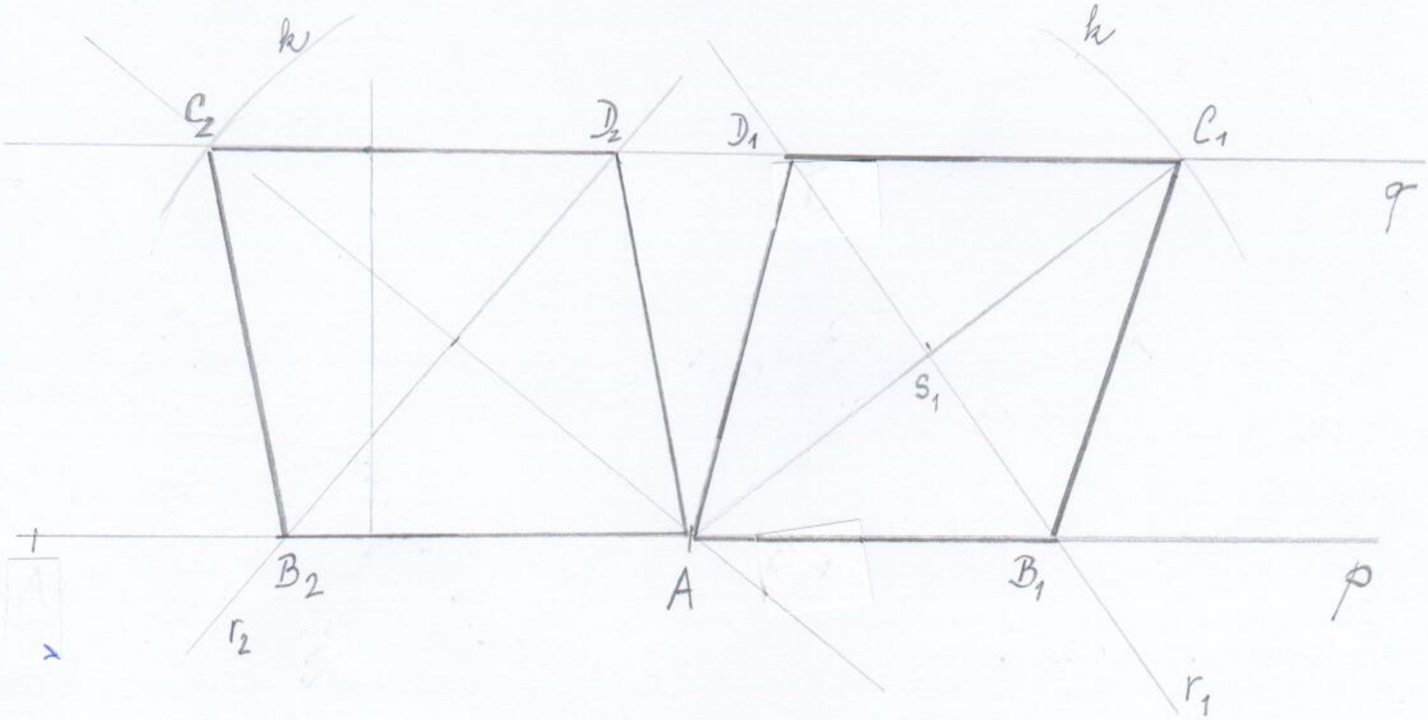
úloha je: nepolohová
· konkrétně zadaná

Rozbor

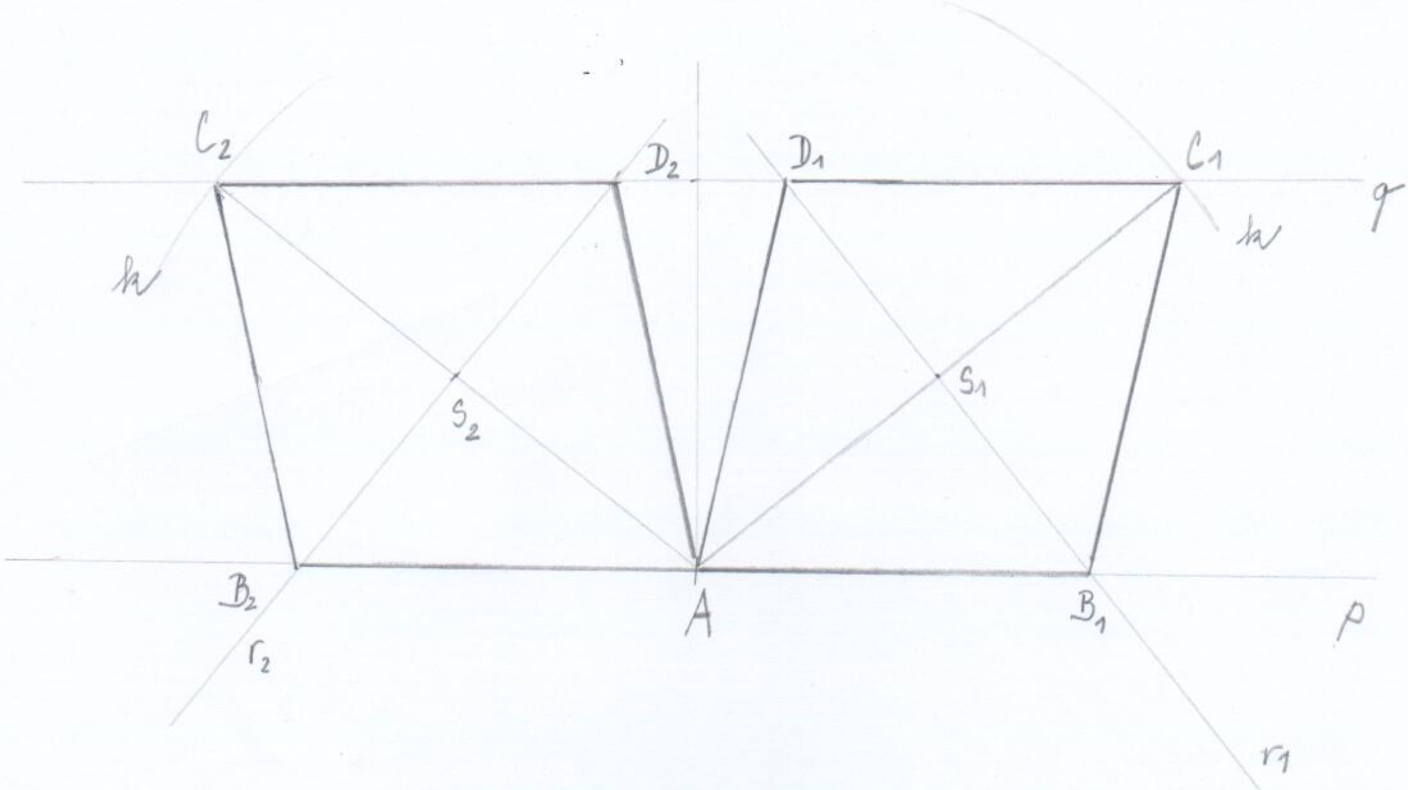


Použijeme poznatky:
- kosočtverec má protější strany rovnoběžné
- má všechny strany shodné
- úhlopříčky jsou na sebe kolmé

- A leží na p
- přímka $q \parallel p$, kde $|p, q| = v$
- $C \in q \wedge C \in k$, kde $k(A, r = e)$, S je střed AC
- $B \in p \wedge B \in r$, kde $r \perp \overleftrightarrow{AC} \wedge S \in r$ (r je osa úsečky AC)
- $D \in q \wedge D \in r$



Konstrukce:



Popis konstrukce:

1, A, p; $A \in p$

2, q; $q \parallel p \wedge |p, q| = v = 5\,cm$

3, k; $k(A, r = e = 8\,cm)$

4, C; $C \in k \cap p$

5, S; S je střed AC

6, r; $r \perp \leftrightarrow AC \wedge S \in r$

7, B; $B \in r \cap p$

8, D; $D \in q \wedge \leftrightarrow B_1 S$

9, kosočtverec $ABCD$

V jedné polorovině dané přímkou p existují 2 řešení (kružnice k protíná přímku p ve dvou různých bodech)

Zkouška: Měřením se přesvědčíme, že velikost zadaných prvků splňuje zadání a že shodně sestrojený útvar je kosočtverec (všechny strany