

Repetitorium SS matematiky - 5. cvičení ①

Konzultace k domácí cvičení proběhne v MS Teams 18.11.

Do pátku 20.11. je třeba vybrat do odvětvování:

- alespoň 1 variantu PŘ. 1
- alespoň 2 varianty PŘ. 2 a PŘ. 3

INVERZNÍ FUNKCE

Ke každé prosté (viz 2. cv) funkci f existuje inverzní funkce f^{-1} , pro kterou platí:

1. $Df^{-1} = H_f$
2. Každému $y \in Df^{-1}$ je přiřazeno $x \in Df$, pro které platí $f(x) = y$.

Určení předpisu inverzní funkce

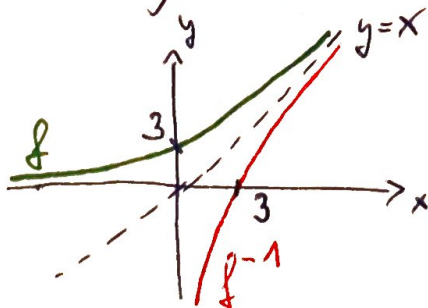
V předpisu funkce f prohodíme nezávislé x, y . Následně vyjádříme y pomocí x .

$$\begin{aligned} \bullet \quad f: y = 2x - 3 & \quad f^{-1}: x = 2y - 3 \\ & \quad 2y = x + 3 \\ & \quad \underline{\underline{y = \frac{x}{2} + \frac{3}{2}}} \end{aligned}$$

Graf inverzní funkce f^{-1}

je osou souměrný s grafem původní funkce f podle osy

$$y = x$$



Pr. 1: Určete předpis f^{-1} a zakreslete do jednoho soustavy souřadnic grafy f a f^{-1} .

a) $f: y = x - 2$

b) $f: y = 2x + 4$

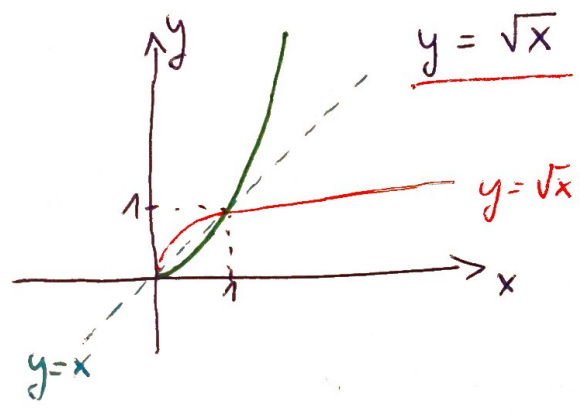
c) $f: y = 5$

Významné inverzní funkce

1. Kvadratická funkce \rightarrow odmocnina

- kvadratická funkce není prostá, proto se omezuje pouze na polovinu paraboly

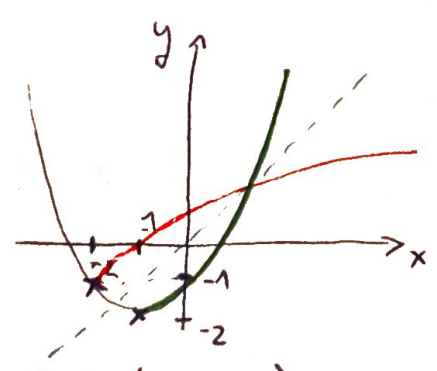
$f: y = x^2, D_f = \langle 0; \infty \rangle$ $f^{-1}: x = y^2, y \in \langle 0; \infty \rangle$



$f: y = (x+1)^2 - 2$

$f^{-1}: x = (y+1)^2 - 2$

$(y+1)^2 = x + 2$
 $y+1 = \sqrt{x+2}$
 $y = \sqrt{x+2} - 1$



$x \in \langle -1; \infty \rangle$
 aby byla prostá

2. Logaritmus \rightarrow exponenciální funkce

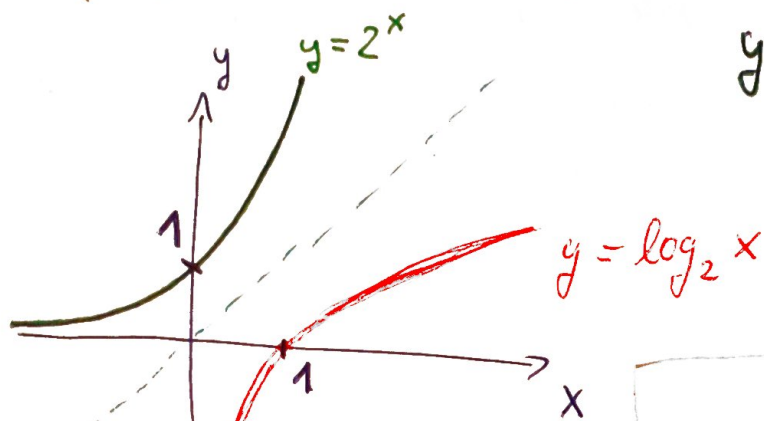
③

Z exponenciální funkce můžeme odvodit graf logaritmu, který je definován jako inverzní funkce k funkci exponenciální.

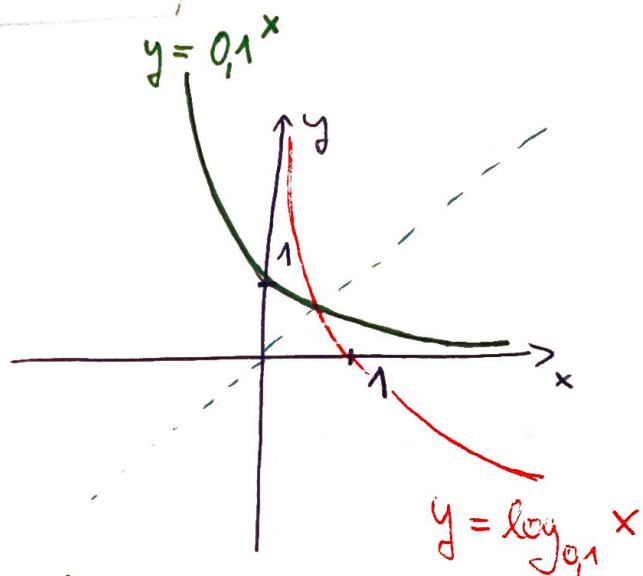
$$f: y = 2^x$$

$$f^{-1}: x = 2y$$

$$y = \log_2 x$$



↑
exponenciální funkce
 $y = a^x$ pro $a > 1$



↑
exponenciální funkce
 $y = a^x$ pro $0 < a < 1$

Př. 2: Urcete předpis f^{-1} a zakreslete do jednoho soustavy souřadnic grafy f a f^{-1}

a) $f: y = x^2 + 2$

b) $f: y = \sqrt{x+2} - 1$

c) $f: y = 5^x + 1$

d) $f: y = \log_{0.5} x$

Rovnice s neratnou pod odmocninou

Při řešení rovnice s neratnou pod odmocninou je třeba celou rovnici umocnit (někdy i včerať). Umocňuje se vždy celá strana rovnice jako jeden celek, je-li tedy na jedné straně rovnice dvojitě, je nutné umocňovat podle vzorce $(a+b)^2$! Je vysoce polehčit se osamostatnit výraz s odmocninou na jedné straně rovnice.

Umocňování celé rovnice je důsledková úprava (mohou vzniknout falešná řešení), proto je nutné porovnat vždy zkonštru!

- $$x - \sqrt{x^2 - 12} = 2$$

$$x - 2 = \sqrt{x^2 - 12} \quad /^2$$

$$x^2 - 4x + 4 = x^2 - 12$$

$$-4x = -16$$

$$\underline{\underline{x = 4}}$$

ZS: L: $4 - \sqrt{16 - 12} = 4 - 2 = 2$
 P: 2 ✓
K = {4}

- $$\sqrt{5x+4} - \sqrt{2x-1} = \sqrt{3x+1} \quad /^2$$

$$5x+4 - 2\sqrt{5x+4}\sqrt{2x-1} + 2x-1 = 3x+1$$

$$5x+4+2x-1-3x-1 = 2\sqrt{(5x+4)(2x-1)}$$

$$4x+2 = 2\sqrt{(5x+4)(2x-1)} \quad /:2$$

$$2x+1 = \sqrt{(5x+4)(2x-1)} \quad /^2$$

$$4x^2+4x+1 = 10x^2+3x-4$$

$$0 = 6x^2-x-5$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1+120}}{12} = \frac{1 \pm 11}{12} \begin{cases} 1 \\ -\frac{5}{6} \end{cases}$$

ZS: L(1): $\sqrt{5+4} - \sqrt{2-1} = 3-1=2$
 P(1): $\sqrt{3+1} = 2$ ✓
 L(-5/6): $\sqrt{-\frac{25}{6} + \frac{24}{6}} - \sqrt{-\frac{10}{6} - 1} = \sqrt{-\frac{1}{6}} - \sqrt{-\frac{16}{6}}$ ✗
K = {1}

Pr. 3: Rinite novice

a) $\sqrt{x} + x = 2$

b) $x + \sqrt{x^2 - 12} = 2$

c) $\sqrt{x+2} - 2\sqrt{x+7} = -4$

d) $\sqrt{2x+7} + \sqrt{x-5} = \sqrt{3x+2}$

e) $\sqrt{-x - \sqrt{1-x}} = 1$

f) $\sqrt{x+3 - 4\sqrt{1-x}} = 1 + \sqrt{x}$