

Rozvoj představ o základních geometrických pojmech v průběhu ZŠ

Irena Budínová

Žákovské představy o geometrických pojmech

- Představy žáků o pojmech vznikají na základě jejich **zkušenosti**.
- Zkušenost může přinášet mnoho nesprávných představ, tzv. **miskonceptí** o pojmech.
- Čím rychleji je miskoncepce odstraněna, tím snadněji žák mění svoji představu.
- Pokud naopak miskoncepce není odstraněna, žák se utvrzuje ve své špatné představě

Pojmotivečný proces v geometrii

- Jedna z uznávaných teorií, kterou vytvořil van Hiele, uvádí pět úrovní, kterými žák postupně prochází během svého pojmotvorného procesu v geometrii.
 - Úroveň 0: Vizualizace (poznávání a pojmenování obrazců).
 - Úroveň 1: Analýza (popis vlastností obrazců).
 - Úroveň 2: Abstrakce (neformální dedukce, klasifikace a třídění obrazců podle vlastností).
 - Úroveň 3: Dedukce (formální dedukce, schopnost dokazovat tvrzení o vlastnostech obrazců).
 - Úroveň 4: Axiomatizace (teoretická matematika).

Pojmotivečný proces v geometrii

- Na úrovni **vizualizace** posuzují děti geometrické útvary jako celek podle toho, jak na ně útvar působí.
- V tomto období se nezabývají vlastnostmi daného útvaru a jsou často ovlivněny **prototypy** či **ideálními příklady**, se kterými se setkávají.
- Děti se do tohoto období obvykle dostávají během mateřské školy, když jsou konfrontovány s předměty ve tvaru geometrických obrazců, a setrvávají v něm zpravidla i na začátku základní školy.

Pojmotivečný proces v geometrii

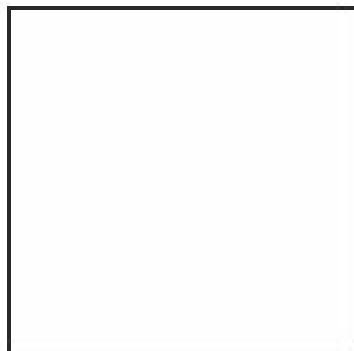
- Zhruba v průběhu 3. až 4. ročníku by děti měly na základě svých zkušeností s geometrickými útvary přecházet do úrovně **analýzy**.
- Děti si postupně začínají všimnout typických vlastností daného útvaru.
- Přestože si žáci uvědomují některé vlastnosti útvaru, nejsou zatím schopni odlišovat ty vlastnosti, které jsou podstatné pro definování útvaru. Definice žáků jsou proto zatím naivní, nepřesné, obsahující méně nebo více definatorických vlastností.

Pojmotvorný proces v geometrii

- Na úrovni **dedukce** žáci chápou důležitost definic, uvažují deduktivně. Jsou schopni o útvarech vyslovovat různá tvrzení a ta dokazovat.
- V případě optimálního poznávacího procesu žáci této úrovně dosáhnou na střední škole.
- Úrovně **axiomatizace** by potom studenti měli nabýt na vysoké škole.

Žákovské představy o geometrických pojmech

- Nejčastěji vznikají žákovské představy o pojmech na základě **prototypických obrázků**, které jsou v učebních materiálech.
- Např. pro pojem čtverec je prototypem čtverec „střední“ velikosti, postavený na straně.



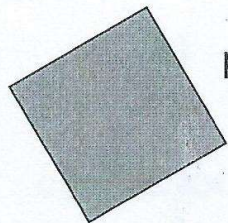
Představy žáků o pojmu čtverec

- Představy žáků o pojmu čtverec jsou proto často ovlivňovány **natočením** a **velikostí**.
- Představy se sice směrem k vyšším ročníkům zpřesňují, ale zřídka kdy jsou dokonalé.
- Nejvíce žáků vnímá čtverec jako „čtyřstranný útvar“, případně „útvar se stejně dlouhými stranami“. (Správně: Čtverec je čtyřúhelník, jehož strany jsou shodné a sousední strany svírají pravý úhel.)
- Mnoho žáků mezi sebou zaměňují pojmy „čtverec“ a „kosočtverec“.

Představy žáků o pojmu čtverec

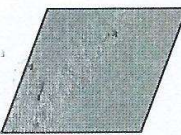
- Odpovědi žáka 4. ročníku

2. Je útvar na obrázku čtverec? Odpověď zakroužkuj a zdůvodni.



proč: je to mírně

nahnutý kvadrát

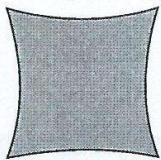


proč: útvár nemá

stejně dlouhé strany

ano - ne

ano - ne



proč: čtverec je

pouze uzavřený



proč: semba čtverec

je jen zaoblený

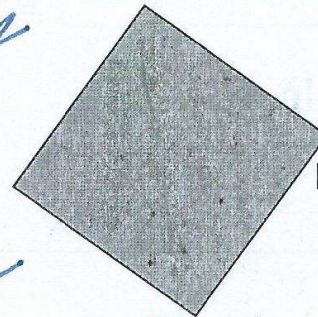
ano - ne

ano - ne



proč: je malý ale

je to čtverec



proč: je to koso-

čtverec

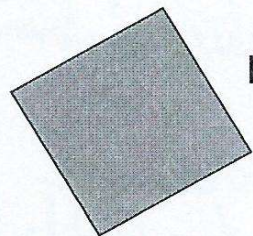
ano - ne

ano - ne

Představy žáků o pojmu čtverec

- Odpovědi žáka 6. ročníku

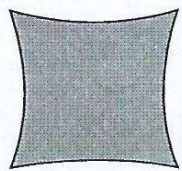
2. Je útvar na obrázku čtverec? Odpověď zakroužkuj a zdůvodni.



proč: ~~Je otočený~~

Je to kosodělník

ano - ne



proč: Je to něco jako

poskládaná deka

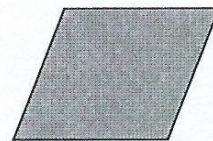
ano - ne



proč: Je sice malý, ale

má strany stejně dlouhé

ano - ne



proč: Je to obdélník

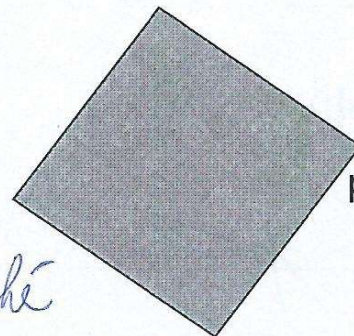
ano - ne



proč: Nemá špičaté

konce stran

ano - ne



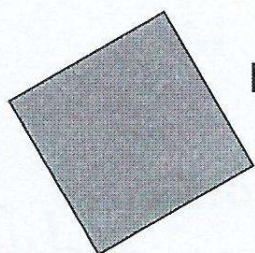
proč: Je to kosodělník

ano - ne

Představy žáků o pojmu čtverec

- Odpovědi žáka 6. ročníku

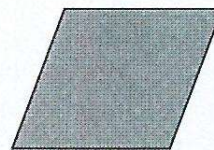
2. Je útvar na obrázku čtverec? Odpověď zakroužkuj a zdůvodni.



proč: protože má

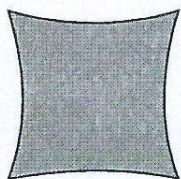
šour čtverce

ano - ne



proč: je jin nahli

ano - ne



proč: protože nemá

rovné strany

ano - ne



proč: nemá špičaté

ano - ne

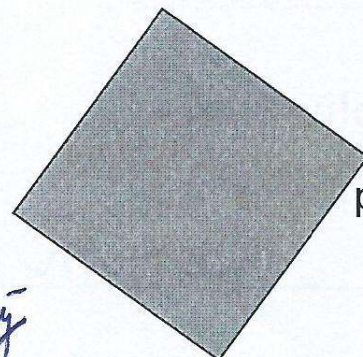
rohky



proč: je to čtverec

ano - ne

akorát je zmenšený



proč: protože je jin

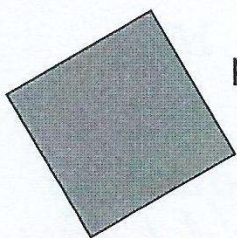
ano - ne

nahli

Představy žáků o pojmu čtverec

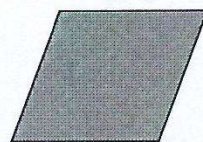
- Odpovědi žáka 6. ročníku

2. Je útvar na obrázku čtverec? Odpověď zakroužkuj a zdůvodni.



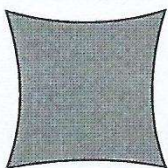
ano - ne

proč: ma' všechny strany
stejně, jenom je nakloněný'



ano - ne

proč: je naklý' a
spuřný' čtverec je rovný'



ano - ne

proč: ne ma' rovné' strany



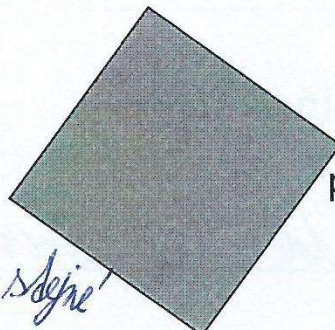
ano - ne

proč: jenom ma' zakulatěné'
hrany



ano - ne

proč: je malý', ale také
ma' všechny strany stejné'



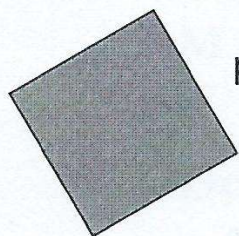
ano - ne

proč: je velký' a oběhý'
ale je to čtverec

Představy žáků o pojmu čtverec

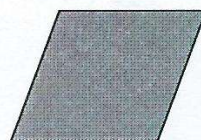
- Odpověď žáka 8. ročníku

2. Je útvar na obrázku čtverec? Odpověď zakroužkuj a zdůvodni.



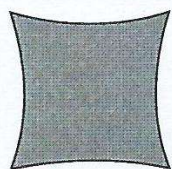
ano - ne

proč: má všechny
strany stejné



ano - ne

proč: všechny úhly
nemají 90°



ano - ne

proč: úhly nemají
90°



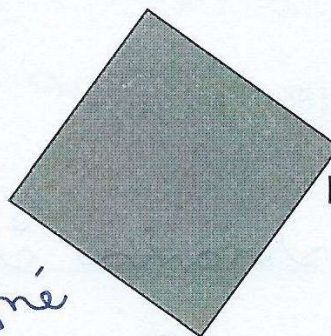
ano - ne

proč: strany na
sebe nejsou kolmé



ano - ne

proč: má všechny
strany stejné

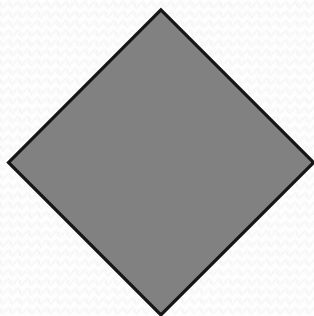


ano - ne

proč: úhly mají
90°

Představy žáků o pojmu čtverec

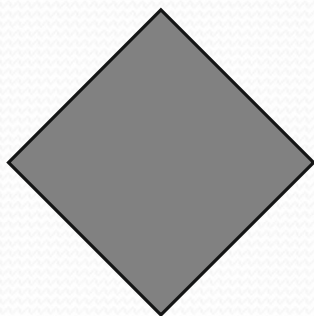
- Mnoho žáků věří, že otočením vznikne ze čtverce kosočtverec:



Odpověď	4. ročník	6. ročník	8. ročník
Útvar na obrázku je čtverec	23 %	33 %	58 %
Útvar na obrázku je kosočtverec	62 %	64 %	39 %
Jiná nebo žádná odpověď	15 %	3 %	3 %

Představy žáků o pojmu čtverec

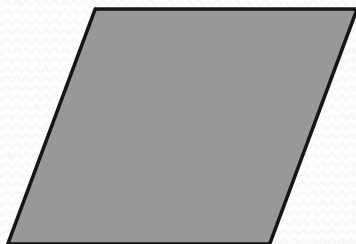
- Mnoho žáků věří, že otočením vznikne ze čtverce kosočtverec:



Odpověď	4. ročník	6. ročník	8. ročník
Útvar na obrázku je čtverec	23 %	33 %	58 %
Útvar na obrázku je kosočtverec	62 %	64 %	39 %
Jiná nebo žádná odpověď	15 %	3 %	3 %

Představy žáků o pojmu čtverec

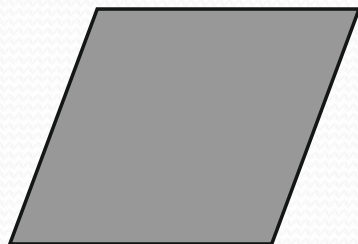
- Kosočtverec postavený na základně je mnoha žáky vnímán jako čtverec, právě kvůli vžitě představě, že „čtverec je útvar se stejně dlouhými stranami“.



Odpověď	4. ročník	6. ročník	8. ročník
Útvar na obrázku je čtverec	31 %	23 %	31 %
Útvar na obrázku není čtverec	59 %	77 %	69 %
Žádná odpověď	10 %	0 %	0 %

Představy žáků o pojmu čtverec

- Kosočtverec postavený na základně je mnoha žáky vnímán jako čtverec, právě kvůli vžitě představě, že „čtverec je útvar se stejně dlouhými stranami“.




Odpověď	4. ročník	6. ročník	8. ročník
Útvar na obrázku je čtverec	31 %	23 %	31 %
Útvar na obrázku není čtverec	59 %	77 %	69 %
Žádná odpověď	10 %	0 %	0 %

Co je čtverec podle žáků

- Nejčastější odpovědi:

3. Dopln: Čtverec je ma všechny strany stejné dlouhé
6. ročník

3. Dopln: Čtverec je geometrický útvar, který má 4 strany 
6. ročník a 4 vrcholy ₁

- Nejlepší odpověď (žák 8. ročníku):

3. Dopln: Čtverec je geometrický útvar, který má
všechny 4 strany stejné dlouhé
a jsou na sebe kolmé a každý
úhel má 90°.

Představy žáků o dalších pojmech

- Obdobně je to s dalšími základními geometrickými pojmy:
- **Trojúhelník**
 - Tupoúhlý trojúhelník není trojúhelník. Trojúhelník stojící na vrcholu není trojúhelník. (mladší žáci)
 - Trojúhelník je útvar se třemi stranami. Přitom pojem „strana“ není usazen.
 - Vnitřní body trojúhelníku nejsou body trojúhelníku.
- **Kružnice, kruh**
 - Cokoliv „kulatého“ je kružnice.
 - Nejasněný rozdíl mezi kruhem a kružnicí.

Literatura

- Budínová, I. (2021). Vývoj představ žáků o geometrických pojmech v průběhu základní školy. *Učitel matematiky*. 29(1), 1-25.
- Žilková, K. et al. (2018). *Young children's concepts of geometric shapes*. Pearson.