MASARYKOVA UNIVERZITA

PEDAGOGICKÁ FAKULTA

Katedra matematiky

Teorie grafů ve venkovní výuce pro 1. stupeň ZŠ

Diplomová práce

Brno 2023

Vedoucí práce
Mgr. Helena Durnová, Ph.D.

Vypracovala
Zdena Staňová

Bibliografický záznam

Autor:	Zdena Staňová Pedagogická fakulta Masarykova univerzita
Název práce:	Teorie grafů ve venkovní výuce pro 1. stupeň ZŠ
Studijní program:	PdF M-ZS5 Učitelství pro základní školy (pětileté)
Studijní obor:	PdF ZS15 Učitelství pro 1. stupeň základní školy
Vedoucí práce:	Mgr. Helena Durnová, Ph.D.
Rok:	2023
Počet stran:	86

Anotace

Diplomová práce „Teorie grafů ve venkovní výuce pro 1. stupeň ZŠ“ si klade za cíl poskytnout příklady aktivit týkajících se teorie grafů, které je možné s žáky realizovat ve venkovním prostředí. Jako motivace pro žáky zde slouží tradice místních hodů. Teoretická část se zabývá definicemi základních pojmů z teorie grafů, specifiky venkovní výuky, přibližuje tradici sivických hodů a případně může sloužit jako odborný základ pro učitele, který následně realizuje výukový program. Empirická část obsahuje popis výukového programu včetně řešení jednotlivých úloh a reflexi na základě jeho realizace.

Klíčová slova

teorie grafů, uzel, hrana, kořenový strom, jednotažka, venkovní výuka, sebereflexe

Abstract

The diploma thesis "Graph theory in outdoor teaching at elementary schools" aims to provide examples of activities related to graph theory that can be implemented with pupils in an outdoor environment. The tradition of local feasts serves as motivation for pupils here. The theoretical part deals with the definitions of basic terms from graph theory, the specifics of outdoor learning, also brings the tradition of Sivice´s feasts closer and could be used as a theoretical basis for the teacher, who subsequently leads the teaching program. The empirical part contains a description of the educational program including the solution of individual tasks and its reflections based on implementation.

Key words

graph theory, vertex, edges, rooted tree, single stroke drawing, outdoor teaching, self-reflection

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval/a samostatně, s využitím pouze citovaných pramenů, dalších informací a zdrojů v souladu s Disciplinárním řádem pro studenty Pedagogické fakulty Masarykovy univerzity a se zákonem č. 121/2000 Sb., o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (autorský zákon), ve znění pozdějších předpisů.

V Brně dne: 20. dubna 2023 Zdena Staňová

Poděkování

Na tomto místě bych ráda poděkovala vedoucí své diplomové práce paní Mgr. Heleně Durnové, Ph.D. za cenné rady, podporu a trpělivost, kterou se mnou v průběhu tvorby diplomové práce měla. Děkuji také sivickým páťákům za nadšení, se kterým přistupovali k aktivitám realizovaným ve výukovém programu. Další velké díky patří mojí rodině, obzvlášť sestře Petře, která mi byla vždy nablízku s radou, nápadem či emoční podporou, když to bylo nejvíce potřeba.

Obsah

Úvod

Téma své diplomové práce jsem zvolila z důvodu nízkého povědomí učitelů 1. stupně v mém okolí o problematice teorie grafů. Přitom úlohy týkající se této matematické disciplíny se v některých učebnicích pro 1. stupeň základní školy objevují. Bohužel pouze jako součást jiných témat, nikoli jako téma samostatné. Domnívám se, že by si toto téma svým možným širokým uplatněním napříč nejrůznějšími obory větší pozornost jistě zasloužilo. Snažila jsem se proto vytvořit výukový program pro žáky prvního stupně, který by toto téma pojal samostatně a zároveň podporoval současný trend vyučovat ve venkovním prostředí. Chtěla jsem také, aby užitou motivací a skladbou učebních úloh program maximálně využíval aspektů místního prostředí naší vesnice.

V teoretické části práce je možné najít definice základních pojmů, které s teorií grafů souvisejí. V empirické části práce se pak většina pojmů aktivně používá, případně je jejich znalost pro učitele vhodná k lepšímu vhledu do problematiky mimo jiné z důvodu, že s některými pojmy pracují žáci pouze implicitně. Dále se teoretická část práce zabývá specifiky venkovní výuky a přibližuje případnému nezainteresovanému čtenáři tradici sivických hodů. Teoretická část by tedy měla dobře posloužit jako odborný základ pro učitele, který by následně toužil realizovat navržený výukový program.

Empirická část obsahuje podrobný popis výukového programu. Výukový program je koncipován pro žáky 5. ročníku základní školy v celkové délce osmi vyučovacích hodin a je rozdělen do tří výukových bloků. Dva bloky jsou navrženy po dvou vyučovacích hodinách, poslední po čtyřech. Využívá se tedy i velkého privilegia, které učitel na prvním stupni ZŠ má, tj. uzpůsobit časově stávající vyučovací harmonogram dle požadavků programu. Z důvodu, že většinu vyučovacích předmětů učí stejný učitel, nebývá problém provést pro účely programu jednorázové rozvrhové změny. V empirické části práce nechybí ani řešení jednotlivých úloh. Je ale nutné zdůraznit, že některé úlohy je možné řešit vícero různými způsoby a neznamená to, že by musely být nutně nekorektní. Po každém výukovém bloku jsou k dispozici výsledky orientačního dotazníku, jakým způsobem žáci porozuměli danému tématu, a moje sebereflexe upozorňující na možná úskalí a návrhy, co na výukovém bloku pozměnit.

Diplomová práce si klade za cíl navázat na již obhájené diplomové práce a rozšířit povědomí o teorii grafů a jejím možném využití již na 1. stupni ZŠ. Současně chce poskytnout příklady aktivit týkajících se této matematické disciplíny, které je možné s žáky ve venkovním prostředí realizovat, a analyzovat jejich průběh.

Protože se domnívám, že by se teorii grafů mělo v rámci výuky matematiky věnovat více času, přikládám ilustrativní výčet alespoň některých možných aplikací napříč různými obory: tvorba vývojového diagramu v IT, taxonomické řazení živočichů, tvorba myšlenkových map, optimalizace rozvodných sítí, optimalizace navigačních zařízení, tvorba rodokmenu, zjištění počtu izomerů (chemie),…

TEORETICKÁ ČÁST

1. Teorie grafů

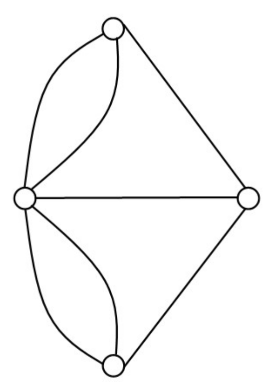
Teorie grafů se řadí jako samostatná část do diskrétní matematiky. Název přímo odkazuje na skutečnost, že se bude věnovat grafům. Grafů je však v matematice více druhů. Většina lidí si pod pojmem graf často představí graf funkce, koláčový graf, spojnicový graf, sloupcový graf, bodový graf, aj. Tyto grafy se pojí spíše, nikoli výlučně, se statistikou. Teorie grafů však pracuje s grafy, které s těmi výše jmenovanými nemají příliš společného.

1.1 Vznik teorie grafů

Počátky teorie grafů se pojí se jménem švýcarského matematika a fyzika Leonharda Eulera. Poprvé se graf objevil v 18. století v souvislosti s řešením úlohy o sedmi mostech města Královce, kterou se Euler zabýval. Tento problém byl sice znám už o století dříve, nicméně Euler přišel jako první na to, jak tuto úlohu vyřešit, navíc zcela originálním způsobem. Jeho způsob řešení byl zveřejněn ve sborníku Petrohradské akademie. Přestože se jednalo o sborník za rok 1736, vyšel až v roce 1741. (Šišma, 1997)

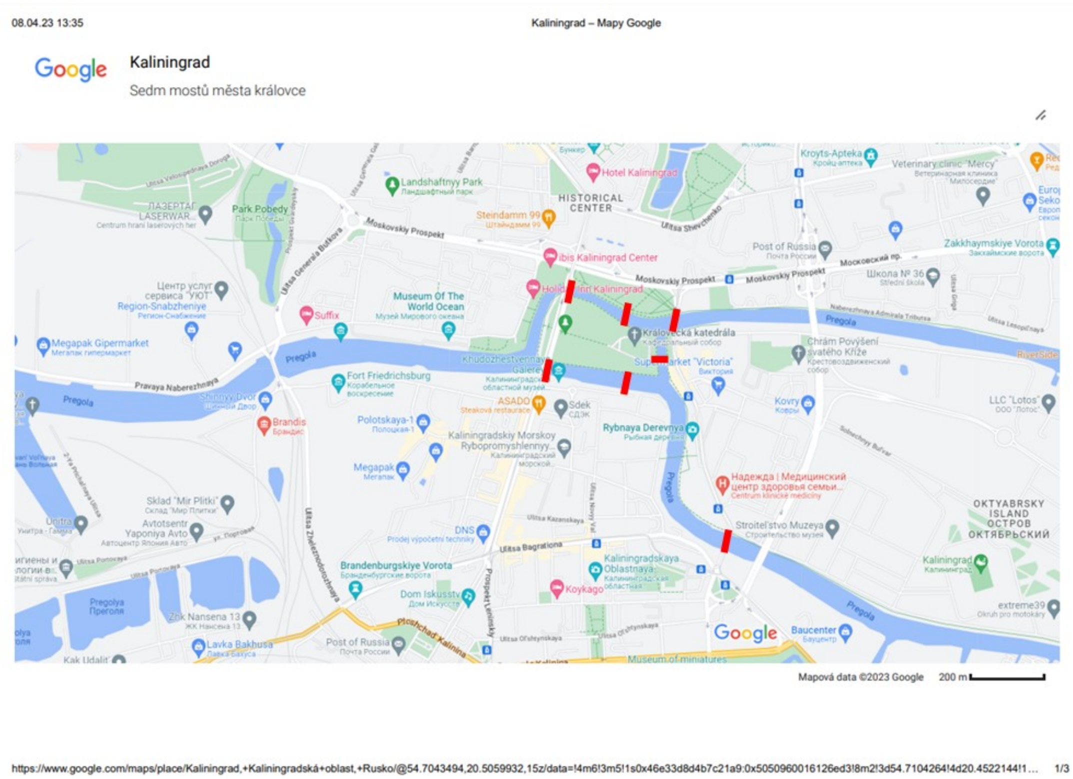
Město Královec (někdy též Königsberg nebo Kaliningrad) na několika místech rozděluje řeka Pergel (viz Obr. 2 Mapa současného Královce s vyznačenými sedmi mosty). Úloha se zabývá otázkou, zda je možné přejít po všech sedmi mostech právě jednou a dojít zpět do místa, odkud se vyšlo. Tento problém lze zakreslit pomocí grafu (viz Obr. 1 Graf sedmi mostů) a z něj vyvodit, že to možné není. Se jménem Leonharda Eulera, touto úlohou a způsobem jejího řešení souvisí i pojem eulerovský graf. (Fuchs, 1986) O eulerovských grafech je toho více zmíněno v kapitole Základní pojmy z teorie grafů.

Obr. 1 Graf sedmi mostů



Zdroj: vlastní zpracování

Obr. 2 Mapa současného Královce s vyznačenými sedmi mosty



Zdroj: https//www.google.com/maps, upraveno autorkou

1.2 Základní pojmy z teorie grafů

V předchozí kapitole byl respektován historický vývoj teorie grafů. Ten šel ve směru indukce, tedy od konkrétního problému/úlohy o sedmi mostech, kterou Euler řešil, k zavedení a používání grafů v obecnějším slova smyslu. Matematika jako věda je ale konstruována přesně opačným směrem dedukce. V této kapitole se bude postupovat právě směrem dedukce od definic základních nosných pojmů k dalším pojmům, které již ty dříve definované využívají. Teorie grafů je navíc zajímavá tím, že ne všichni autoři postupují v rámci definic ve stejném pořadí.

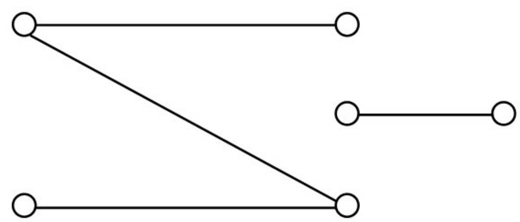
Při zpracování této kapitoly se bude vycházet primárně ze skript Eduarda Fuchse (1986) a Jiřího Demela (2002). Jako první budou definovány pojmy graf, uzel/vrchol, hrana:

Buď $U \neq \emptyset$ libovolná množina, buď $H \subseteq \binom{U}{2}$, uspořádanou dvojicí $[U, H]$ nazýváme **graf**.

Prvky množiny U nazýváme **uzly** (nebo též **vrcholy**) grafu, prvky množiny H **hrany** grafu $[\mathrm{U}, \mathrm{H}]$. (Fuchs, 1986, s. 81)

Hrana je zde definována jako libovolná dvouprvková podmnožina množiny U (pomocí kombinačního čísla). Z definice tedy přímo vyplývá, že v případě hran jakožto dvouprvkových kombinací uzlů nezáleží na pořadí ve dvojici vybraných uzlů. Z toho důvodu lze označit hrany grafu jako **neorientované**. Jako další důsledek toho, že v případě hran se jedná o dvouprvkové podmnožiny množiny U, každé 2 uzly tvoří nejvýše 1 hranu a v grafu neexistují smyčky. Tento typ grafu nazýváme **obyčejný graf**. (Fuchs, 1986)

Obr. 3 Příklad obyčejného grafu

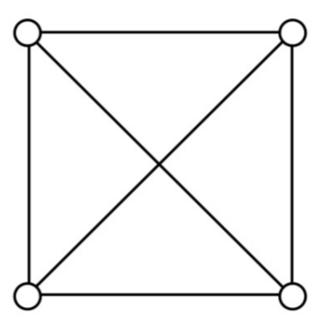


Zdroj: vlastní zpracování

Graf může jednoznačně určit buď příslušný množinový zápis jeho uzlů a hran, nebo je možné graf zakreslit pomocí obrázku. Uzly jsou v obrázku zpravidla zakresleny v podobě malých kroužků. Hrany bývají zakresleny jako spojnice uzlů pomocí čar. Tentýž graf je však možné zakreslit pomocí různých obrázků, které si na první pohled nemusejí být vůbec podobné (pozn. problematika izomorfismu grafů).

Úplným grafem na množině $\mathrm{U} \neq \emptyset$ rozumíme graf $\left[\mathrm{U}, \binom{\mathrm{U}}{2}\right]$. (Tzn., že v úplném grafu jsou každé dva uzly spojeny hranou.) (Fuchs, 1986, s. 82)

Obr. 4 Příklad úplného grafu



Zdroj: vlastní zpracování

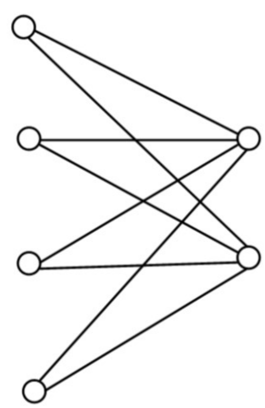
Bipartitní graf je takový graf, jehož množina uzlů U je disjunktním sjednocením dvou množin A, B. Současně platí, že každá hrana bipartitního grafu má jeden z dvojice uzlů určující libovolnou hranu umístěný v množině A a druhý v množině B. (Demel, 2002, s. 21)

Úplný bipartitní graf je takový bipartitní graf, kde každá dvojice uzlů $a \in A$, $b \in B$ je spojena přesně jednou hranou. (Demel, 2002, s. 21)

Úplný bipartitní graf jednoznačně určuje rozklad množiny U na dvě třídy ekvivalence určené podmnožinami A a B, z důvodu, že si tento graf lze představit jako negativně definovaný pomocí relace „nebýt spojen hranou s". Platí, že:

- žádný uzel není opatřený smyčkou, tzn. žádný uzel není spojen hranou sám se sebou (z definice obyčejného grafu). ⟶ **reflexivita**
- pokud není uzel u_1 spojen hranou s u_2, tak ani u_2 není spojen hranou s u_1 (z definice hrany jako dvouprvkové podmnožiny množiny U). ⟶ **symetrie**
- pokud není uzel u_1 spojen hranou s u_2 a u_2 není spojen hranou s u_3, potom u_1 není spojen hranou s u_3 (V jednotlivých třídách ekvivalentního rozkladu jsou spolu uzly v relaci (tzn., nemají společnou hranu), tím splňují podmínky tranzitivity. Ve všech ostatních případech už uzly ve společné relaci nejsou (z definice úplného bipartitního grafu).) ⟶ **tranzitivita**

Obr. 5 Příklad úplného bipartitního grafu



Zdroj: vlastní zpracování

V další části budou definovány pojmy, které souvisejí s problematikou, jakým způsobem graf procházet, jak ho analyzovat, čeho si všímat.

Buď $[U, H]$ graf, $x_0, x_n \in U$ buďte libovolné uzly. Posloupnost uzlů a hran tvaru

$$x_0, x_0x_1, x_1, x_1x_2, \ldots, x_{n-1}, x_{n-1}x_n, x_n$$

se nazývá **sled** začínající v uzlu x_0 a končící v uzlu x_n. (Fuchs, 1986, s. 87)

Z definice sledu vyplývá, že v případě posloupnosti jednotlivých uzlů a hran se mohou uzly i hrany opakovat. Jinak tomu je u speciálních případů sledů – tahu a cesty.

Sled, v němž se neopakuje žádná hrana, se nazývá **tah** v daném grafu. Je-li počáteční uzel roven koncovému, nazývá se tah **uzavřený**. V opačném případě se tento tah nazývá **otevřený**. Sled, v němž se neopakuje žádný uzel, se nazývá **cesta**. (Fuchs, 1986, s. 87)

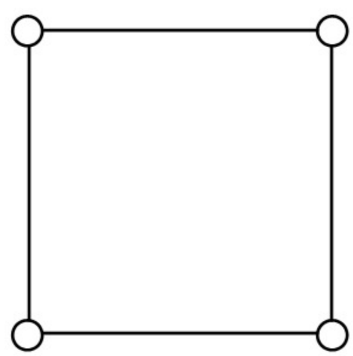
Podmínka, že se ve sledu neopakuje žádný uzel, implikuje, že se neopakuje ani žádná hrana. Lze tedy prohlásit, že každá cesta je současně i tahem a každý tah je současně i sledem. Obrácená implikace z definic neplatí.

Graf, v němž mezi každými dvěma uzly existuje sled, se nazývá **souvislý**. (Fuchs, 1986, s. 88)

Komponenta souvislosti grafu G (též souvislá komponenta nebo i jen komponenta) je každý podgraf H grafu G, který je souvislý a který je maximální s touto vlastností, tj. není částí většího souvislého podgrafu. (Demel, 2002, s. 57)

Kružnice je uzavřená cesta. Kružnice se třemi hranami se nazývá trojúhelník. (Demel, 2002)

Obr. 6 Příklad kružnice



Zdroj: vlastní zpracování

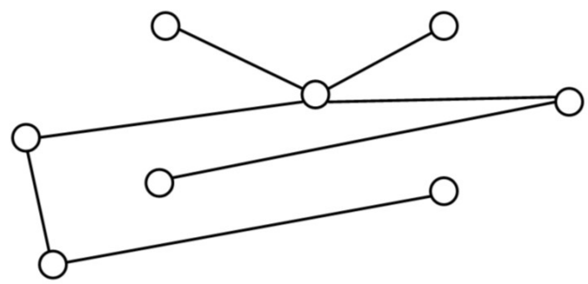
Graf G´ je **podgrafem** grafu G, vznikne-li z grafu G vynecháním nějakých (nebo žádných) vrcholů a hran. Podstatné je, že podgraf musí být také grafem: spolu s každou hranou, která je v podgrafu, tam musí být i oba její krajní vrcholy. (Demel, 2002, s. 18)

Graf G_f je faktorem grafu G právě tehdy, když G_f je podgrafem G a obsahuje všechny uzly grafu G. (Fuchs, 1986)

1.2.1 Různé typy grafů

Konečný souvislý graf neobsahující jako podgraf žádnou kružnici, se nazývá **strom**. (Fuchs, 1986, s. 91)

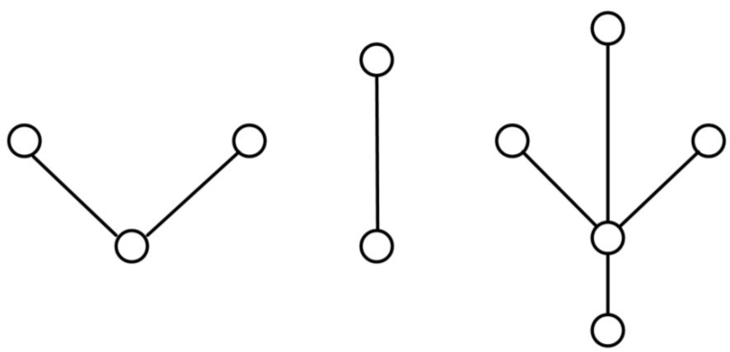
Obr. 7 Příklad stromu



Zdroj: vlastní zpracování

Les je graf, který neobsahuje kružnici. (Demel, 2002, s. 58)

Obr. 8 Příklad lesu



Zdroj: vlastní zpracování

Z definic stromu a lesu vyplývá, že les je širší pojem než strom. Pokud je graf stromem, je současně i lesem. Opačná implikace neplatí. Současně platí, že každý les je složený z jednotlivých stromů, tj. komponentami souvislosti lesa jsou stromy. Také lze říct, že strom je konečný souvislý les. (Demel, 2002; Fuchs, 1986)

Jednotažky

„Řekneme, že graf G lze **sestrojit jedním tahem**, když v G existuje tah obsahující všechny hrany tohoto grafu.“ (Fuchs, 1986, s. 109)

„Konečný graf bez izolovaných uzlů, jehož každý uzel je sudého stupně, se nazývá **eulerovský**.“ (Fuchs, 1986, s. 110)

Pravidla jednotažek

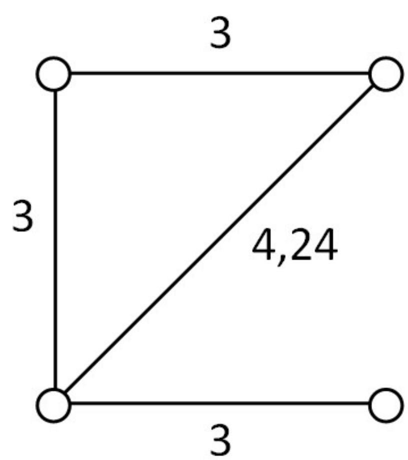
Věta: „Konečný souvislý graf lze sestrojit jedním uzavřeným tahem právě tehdy, když je tento graf eulerovský.“ (Fuchs, 1986, s. 110)

Věta: „Buď G konečný souvislý graf. Pak lze G sestrojit jedním otevřeným tahem právě tehdy, když G obsahuje právě dva uzly lichého stupně. Obsahuje-li G právě dva uzly lichého stupně, pak otevřený tah v jednom z těchto uzlů nutně začíná a ve druhém končí.“ (Fuchs, 1986, s. 111)

Ohodnocené grafy

„Graf, jehož hrany a (nebo) vrcholy jsou opatřeny hodnotami, nazýváme **ohodnoceným grafem**.“ (Demel, 2002, s. 14)

Obr. 9 Příklad ohodnoceného grafu



Zdroj: vlastní zpracování

1.2.2 Aplikace teorie grafů v některých algoritmech řešících otázky optimalizace

Jednou z potenciálních aplikací teorie grafů jsou optimalizační úlohy. Tato kapitola bude pojednávat o algoritmu řešícím hledání nejkratší možné cesty a o některých algoritmech vyhledávajících minimální kostru, což se v praxi využívá například při optimalizaci nákladů rozvodných sítí.

Hledání minimální cesty

Hledání minimální cesty řeší **Dijkstrův algoritmus**. Podmínkou pro využití Dijkstrova algoritmu je, že hodnoty hran jsou nezáporné.

Dle požadavků konkrétní úlohy se volí jeden výchozí uzel. Z něj lze pomocí Dijkstrova algoritmu nalézt nejkratší cesty do všech dalších uzlů grafu. Pokud tedy konkrétní úlohu zajímá nejkratší možná cesta z výchozího uzlu do jiného, ale ne do všech, je možné po nalezení této cesty algoritmus ukončit.

Mějme množinu N uspořádaných dvojic uzlů s přiřazenou hodnotou označující nejkratší cestu z výchozího uzlu. Do této množiny bude umístěn výchozí uzel s hodnotou 0. Ke každému dalšímu uzlu se postupně přiřadí číselné hodnoty. Číselné hodnoty se nejprve určí u uzlů, do kterých vede hrana z výchozího uzlu. Tato hodnota se rovná hodnotě hrany, kterou jsou tyto uzly spojeny s výchozím uzlem. Následně se z uzlů opatřených číselnou hodnotou vybere ten, jehož hodnota je nejnižší. Pro tento uzel už je nalezena nejkratší cesta, lze jej tedy společně s jeho hodnotou přiřadit do množiny N.

V dalším kroku se přiřadí číselné hodnoty k některým uzlům, kterým zatím nebyly přiřazeny. Pokud je některý uzel bez číselné hodnoty spojen přímo hranou s nově přidaným uzlem z N, bude mu přiřazena hodnota tohoto uzlu z N zvýšená o hodnotu hrany, kterou je s tímto uzlem spojen. Dále bude v tomto kroku vyšetřena hodnota uzlů, které zatím nejsou přidány do množiny N, ale mají společnou hranu s nově přidaným uzlem z N. Pokud je součet hodnoty nově přidaného uzlu z N s hodnotou hrany spojené k příslušnému uzlu nižší než aktuální hodnota tohoto uzlu, pak se hodnota přepíše na novou. Opět se provede výběr z uzlů, které ještě nejsou v N. Uzel, jehož hodnota je nejnižší, se do N nově zařadí. Postupuje se stále dokola podle pokynů tohoto odstavce do okamžiku, než $|N| = |U|$.

Hledání minimální kostry

Pro hledání minimální kostry je nejprve potřeba pojem kostra zavést.

Faktor grafu G, který je stromem, nazýváme **kostrou** grafu G. (Demel, 2002, s. 58)

Dále platí věta: „Každý konečný souvislý graf obsahuje alespoň jednu kostru.“ (Fuchs, 1986, s. 94)

Algoritmů, jak minimální kostru získat, existuje mnoho. Zde jsou uvedeny tři nejznámější.

Hladový algoritmus

Jednotlivé hrany grafu G je důležité nejprve seřadit od nejmenší po největší podle jejich hodnoty. Pokud mají některé hrany stejnou hodnotu, na pořadí nezáleží a může být zvoleno libovolně. Nechť je dán prázdný graf L. Seřazené hrany grafu G se budou postupně vyšetřovat a přidávat se svými uzly do grafu L, pouze pokud svým přidáním nezpůsobí vznik kružnice. Hrany se budou přidávat do grafu L tak dlouho, dokud v něm nebudou obsaženy všechny uzly grafu G. (Demel, 2002)

Jarníkův-Primův algoritmus

Nejprve se zvolí jeden uzel v grafu G. Ten se přidá do zatím prázdného grafu L. Dále se vybere hrana, která vede ze zvoleného uzlu a je nejkratší. Tato hrana se přidá společně s uzly do grafu L. Graf L už je nyní tvořen komponentou. V dalším kroku se vybírá hrana z grafu G, která je přímo spojená s komponentou L a je nejkratší možná. Tato hrana se opět společně se svými uzly přidá do grafu L. Graf L je stále tvořen komponentou. Postup se opakuje do chvíle, kdy se počet uzlů L rovná počtu uzlů G. (Demel, 2002)

Borůvkův algoritmus

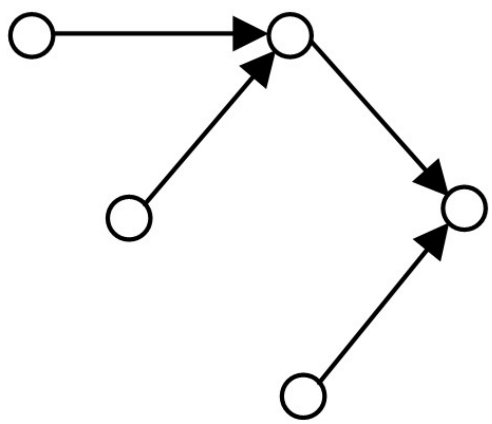
Podmínkou správného fungování tohoto algoritmu je, že každá hrana má jinou hodnotu. Pokud tomu tak v grafu není, je možné hodnoty dvou hran, které jsou stejné, zapsat nově s malou odchylkou, která je bude odlišovat. Ke každému uzlu grafu G se vybere nekratší hrana, která z něj vede. Tato hrana se společně s uzly přidá do zatím prázdného grafu L. Tím vznikne graf L, který je les a skládá se z jednotlivých komponent. Ke každé z těchto komponent se poté vybere nejkratší hrana, která z ní vede. Tato hrana se rovněž přidá do grafu L. Hrany se přidávají stále stejným způsobem, dokud se z lesa nestane jeden strom. (Demel, 2002)

1.2.3 Orientovaný graf

Zde se v postupu definic Fuchs (1986) a Demel (2002) rozcházejí. Zatímco Fuchs (1986) nejprve postupuje v definicích od neorientovaných grafů a na závěr pojem grafu zobecní a připustí existenci orientovaných hran, Demel (2002) definuje orientovaný graf již na začátku:

Orientovaný graf je trojice $G = (V, E, \varepsilon)$ tvořená neprázdnou konečnou množinou V, jejíž prvky nazýváme vrcholy, konečnou množinou E, jejíž prvky nazýváme **orientovanými hranami**, a zobrazením $\varepsilon: E \rightarrow V^2$, které nazýváme vztahem incidence. Toto zobrazení přiřazuje každé hraně $e \in E$ uspořádanou dvojici vrcholů (x, y). Prvý z nich x nazýváme **počátečním vrcholem hrany** a značíme jej $P_V(e)$ druhý nazýváme **koncovým vrcholem hrany** a značíme jej $K_V(e)$. (s. 11)

Obr. 10 Příklad orientovaného grafu



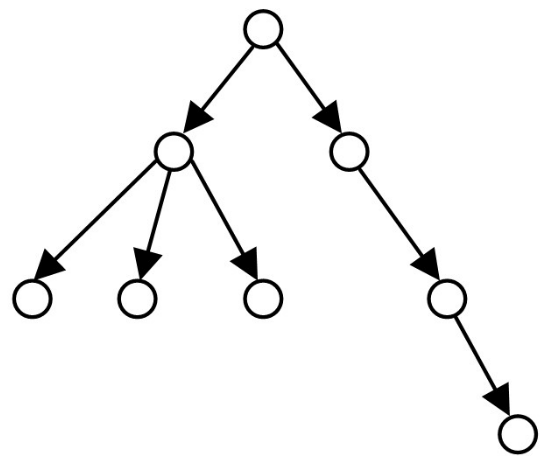
Zdroj: vlastní zpracování

Jestliže $P_V(e) = K_V(e)$, pak hranu e nazýváme (orientovanou) smyčkou. (Demel, 2002, s. 11)

Cyklus je orientovaná uzavřená cesta. (Demel, 2002, s. 20)

Kořenový strom je orientovaný graf, v němž existuje význačný vrchol r, tzv. **kořen**, takový, že do kořene nevede žádná hrana, do každého jiného vrcholu vede přesně jedna hrana a navíc jsou všechny vrcholy z kořene r orientovaně dostupné. (Demel, 2002, s. 21)

Obr. 11 Příklad kořenového stromu



Zdroj: vlastní zpracování

Je-li graf G kořenovým stromem a vede-li hrana z vrcholu x do vrcholu y, pak vrchol x nazýváme **otcem** vrcholu y a vrchol y nazýváme **synem** vrcholu x. Vrchol, který nemá žádného syna, nazýváme **listem**. (Demel, 1989, s. 54)

Řehák & Gregor (1984) používají označení počáteční uzel pro kořen a koncový uzel pro list. Dále definují pojem větev: „Každé spojení počátečního uzlu s některým z koncových uzlů se nazývá **větví**.“ (s. 20)

1.3 Obdobné pojmy užívané ve školské matematice

Jedním z mnohoznačných termínů, které mají jiný význam v teorii grafů (viz kapitola Základní pojmy z teorie grafů) a jiný v eukleidovské geometrii, je kružnice. Definice pojmu kružnice z eukleidovské geometrie je uvedena ze skript Francová & Lvovská (2014):

Nechť je dán bod S ležící v rovině ρ a úsečka r. **Kružnicí** k o středu S a poloměru r se nazývá množina všech takových bodů X roviny ρ, pro které platí, že úsečka $|SX|$ je shodná s úsečkou r.

Symbolicky: $k(S, r) = \{X \in \rho;\ SX \cong r\}$. (s. 59)

Na první pohled se může zdát, že definice kružnic toho nemají mnoho společného. V teorii grafů kružnice při zakreslení představuje uzavřenou rovinnou křivku, která prochází danými uzly. Dokonce lze říct, že je tato křivka jednoduchá, protože kružnice je uzavřená cesta. Jednotlivé uzly se v ní tudíž neopakují, a ke každému grafu jsme proto schopni nalézt graf izomorfní tak, aby v něm příslušná kružnice představovala jednoduchou uzavřenou rovinnou křivku. K tomuto tématu se přímo pojí dvě různé definice Jordanovy křivky:

„Jordanova křivka je jednoduchá rektifikovatelná (konečně dlouhá) uzavřená křivka.“ (Rektorys, 2000, s. 547)

„Buď $n \in \mathrm{N}$, $\mathrm{J} \subseteq \mathrm{R}^{n}$. Pak řekneme, že množina J je **Jordanova křivka**, jestliže J **je homeomorfní s kružnicí** $\mathbb{S}$ (jednotková kružnice v rovině R^2 se středem v počátku), tj. existuje-li homeomorfismus $\mathrm{H}: \mathrm{S} \twoheadrightarrow \mathrm{J}$.“ (Dudák, 2017, s. 3)

Jeden z možných typů Jordanových křivek dle první definice může být výše zmíněná kružnice z teorie grafů. Oproti tomu druhá definice popisuje homeomorfní zobrazení jednotkové kružnice z eukleidovského metrického prostoru na Jordanovu křivku. Obě definice tedy směřují k Jordanově křivce, tudíž je již etymologická souvislost jednotlivých významů mnohoznačného pojmu kružnice patrná.

Jordanovou křivkou podle v pořadí třetí níže uvedené definice rozumíme i jednoduchou uzavřenou lomenou čáru, kterou žáci 1. stupně z hodin geometrie běžně znají.

Francová & Lvovská, 2014:

Lomenou čárou $\mathrm{A}_0\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2 \ldots \mathrm{A}_\mathrm{n}, (\mathrm{n} > 1)$, rozumíme sjednocení všech úseček $\mathrm{A}_0\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2, \ldots, \mathrm{A}_{\mathrm{n}-1}\mathrm{A}_\mathrm{n}$ konečné posloupnosti úseček, z nichž žádná neleží v přímce, která obsahuje předcházející (následující) úsečku této posloupnosti.

Jednoduchou lomenou čárou rozumíme lomenou čáru, jejíž každé dvě nesousední strany jsou disjunktní – tzn. žádné dvě nesousední strany nemají společný bod.

Jednoduchou uzavřenou lomenou čárou rozumíme jednoduchou lomenou čáru $\mathrm{A}_0\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2 \ldots \mathrm{A}_\mathrm{n}$, kde $\mathrm{A}_0 = \mathrm{A}_\mathrm{n}$. (s. 74–75)

Z důvodu netriviální etymologické souvislosti jednotlivých významů mnohoznačného pojmu kružnice není žákům pojem kružnice v kontextu teorie grafů v rámci výukového programu zaveden. Žáci pojem kružnice znají z hodin geometrie v kontextu eukleidovské geometrie. Říct jim náhle v kontextu teorie grafů, že nejkratší kružnicí je trojúhelník, by pro ně mohlo být matoucí. Navíc pokud jsou v grafu hrany mezi jednotlivými uzly zakresleny pomocí úseček, pak se s kružnicí v kontextu teorie grafů žáci běžně setkávají v podobě jednoduché uzavřené lomené čáry. Proto je pro žáky zavedení pojmu kružnice v kontextu teorie grafů nadbytečné.

Dalším mnohoznačným termínem objevujícím se v eukleidovské geometrii i v teorii grafů je pojem vrchol. Žáci na 1. stupni ZŠ se setkávají s pojmem vrchol zpravidla v souvislosti s vrcholem úhlu.

„Úhel se nazývá část roviny ohraničená dvěma polopřímkami se společným počátkem. Polopřímky se nazývají ramena úhlu, společný počátek obou polopřímek je **vrchol úhlu**.“ (Odvárko & Kadleček, 2004, s. 151)

Polopřímka je jednoznačně zadána počátečním bodem a pomocným bodem. V případě úhlu mají 2 polopřímky společný počátek, tj. vrchol úhlu. Obdobně v případě, kdy jdou dány 2 podmnožiny U_1, U_2 tvořené prvky $U_1 = \{u_1, u_2\}$, $U_2 = \{u_2, u_3\}$, je jejich průnikem vrchol u_2. Hrany u_1u_2, u_2u_3 mohou být analogií ramen úhlu a vrchol u_2 může být analogií vrcholu úhlu. Je však důležité nezaměnit pojem vrchol z teorie grafů za vrchol úhlu z eukleidovské geometrie, protože je význam vrcholu v teorii grafů širší. Např. prvky u_1, u_3 jsou rovněž nazývány vrcholy, ale pomocné body polopřímek vrcholy nazývány nejsou.

1.4 Teorie grafů ve slovních úlohách

Už z výše zmíněného případu, kdy se poprvé objevil graf jako řešení úlohy o sedmi mostech města Královce, je patrné, že zadání matematického problému právě pomocí slovní úlohy má v této matematické disciplíně výsadní postavení. Bez slovního zadání matematického problému bychom nevěděli, proč má smysl graf vůbec sestavovat, které jeho aspekty má smysl zkoumat a ani které informace v grafu číst. Graf zde slouží především jako zjednodušené a strukturované znázornění situace a vzájemných vztahů mezi prvky. Někdy z něj můžeme přímo vyčíst i řešení.

Žáci na prvním stupni základních škol jsou učiteli již od prvního ročníku vedeni při řešení slovních úloh i k jejich grafickému znázornění. Z tohoto pohledu teorie grafů nabízí jen další způsob, jakým si vztahy mezi informacemi ve světě, který žáky bezprostředně obklopuje, znázornit.

Blažková et al. (2002) o grafickém znázornění slovních úloh píšou:

> Vztahy mezi údaji v úloze je vhodné znázornit na konkrétním modelu nebo graficky. Žáci by měli poznávat různé možnosti grafického znázornění a vhodně si je podle charakteru úlohy vybírat. (…) Grafické znázornění situace, které je důležitou součástí rozboru, dobrým žákům usnadní, slabším žákům někdy přímo umožní řešení úlohy. (s. 8)

Obdobně jako u jakýchkoli jiných slovních úloh vhodně zvolené slovní úlohy týkající se teorie grafů mohou žáky při jejich řešení vést k manipulaci s předměty nebo ke dramatickému ztvárnění situace. Některé slovní úlohy, především ty kombinatorického charakteru, lze samozřejmě řešit i jiným způsobem než znázorněním pomocí grafu. Proto mohou žáci své postupy mezi sebou nebo i s učitelem vzájemně porovnávat. Rovněž některé úlohy přímo cílí na nalezení většího počtu různých řešení.

Tato tvrzení dokazují i slova Blažkové et al. (2002, s. 13) k žádaným vlastnostem slovních úloh: „Náměty úloh by měly být pestré, dětem blízké. Je velmi prospěšné, podílejí-li se děti samy na formulaci slovních úloh. Úlohy by měly být dobře a srozumitelně formulovány. Vhodné jsou zejména ty úlohy, jejichž zadání umožňuje úlohu řešit více způsoby."

Řešení slovních úloh pomocí teorie grafů lze podložit i očekávanými výstupy žáků v RVP ZV 2021, konkrétně:

> M-5-2-02 čte a sestavuje jednoduché tabulky a diagramy
>
> M-5-4-01 řeší jednoduché praktické slovní úlohy a problémy, jejichž řešení je do značné míry nezávislé na obvyklých postupech a algoritmech školské matematiky (s. 33–34)

2. Použité diagnostické metody

2.1 Sebereflexe učitele

V rámci determinace pojmu sebereflexe tato kapitola postupně poskytne odpovědi na 3 klíčové otázky: „Co je to sebereflexe? Jak by měla sebereflexe vypadat? Proč by ji měli učitelé provádět?“

Slavík & Siňor (1993) definují pojem reflexe následovně:

> Význam termínu reflexe je odvozen z latinského pojmu re-flecto = obracet se nazpátek. Reflektovat znamená uvažovat o tom, co bylo učiněno, tj. popisovat, vysvětlovat a hodnotit (svoje) minulé jednání. Smyslem reflexe je získat náhled na ty jevy v dosahu naší zodpovědnosti, které mají nezanedbatelný vliv na nás nebo na naše okolí, a proto vyžadují hodnotící diskusi a kontrolu. (s. 156–157)

Oproti tomu jiným, ale ne zcela odlišným způsobem definuje pojem sebereflexe Švec (1997):

> Profesionální sebereflexí se obvykle rozumí zamýšlení se učitele nad jednotlivými stránkami jeho pedagogické činnosti, např. nad učivem, které zprostředkovává žákům, uplatňovanými výukovými metodami a formami, průběhem pedagogické komunikace (nad tím, jak komunikace probíhala, co učitel dělal, jak reagovali žáci, jak tuto komunikaci prožíval), nad svým vztahem k žákům a třídě apod. Součástí této sebereflexe je však také zamýšlení nad tím, jak probíhala komunikace s kolegy, rodiči atd. Profesionální sebereflexe tedy představuje zpětné ohlédnutí se učitele za svým vyučováním a jednáním ve třídě, za svými myšlenkami, postoji, činnostmi i emocemi, které se vztahují i k jeho ostatním pedagogickým aktivitám. (s. 3)

Tato definice je již směrem k učitelské profesi podstatně konkrétnější. Nicméně obě definice spojuje to, že se učitel během sebereflexe dívá zpět do minulosti, kterou popisuje a přemýšlí o ní.

V prvním kroku sebereflexe si učitel začne postupně vybavovat jednotlivé situace a jevy. K tomu mu může pomoci vlastní příprava na výuku, případně videozáznam nebo audiozáznam, u kterých je však potřebné dopředu řešit informovaný souhlas týkající se všech zúčastněných osob. To je nutné proto, aby nebyla porušena ochrana osobních údajů účastníků. V dalším kroku učitel jednotlivé jevy a situace popisuje. Z tohoto popisu vybere pro reflexi podstatné úseky, tj. to, co chce reflektovat, na co se chce zaměřit. Jednotlivé vybrané jevy učitel následně analyzuje a zkoumá jejich možné příčiny a důsledky. Dále učitel odhaduje, jak by mohl vypadat budoucí vývoj daných jevů. V závěrečném kroku učitel popíše, jak by se daly případné chyby napravit, z čeho se poučil, co by udělal v budoucnosti jinak. (Slavík & Siňor, 1993)

Sebereflexe by měla co nejvíce odpovídat realitě, tomu, co se opravdu stalo. Neměla by pohled na jednotlivé situace a jevy zjednodušovat, naopak by se na ně měla dívat v celé šíři a ideálně z různých úhlů pohledu. Měla by být strukturovaná, mít jasně stanovené, které jevy bude hodnotit, za jakým účelem a podle jakého klíče. Měla by se maximálně přizpůsobit aktuální situaci, nelpět na zaběhnutých postupech. (Slavík & Siňor, 1993)

Švec (1997) uvádí výčet pozitivních dopadů na učitele, pokud pravidelně provádějí sebereflexi.

Při provádění sebereflexe učitel rozvíjí svoje pedagogické myšlení, které se může týkat:

- vhodnosti použití různých výukových metod
- didaktické transformace učiva
- cílového zaměření hodin – naplňování jednotlivých cílů a jejich kognitivní náročnosti
- rozvíjení klíčových kompetencí u žáků
- speciálních potřeb žáků
- diagnostiky žáků a jejich hodnocení

Dále si učitel při provádění sebereflexe upevňuje své názory týkající se:

- školy, na které vyučuje
- jednotlivých funkcí školy
- našeho školského systému
- kurikulárních dokumentů
- postoje k jednotlivým aktérům výchovně-vzdělávacího procesu – k žákům, ke kolegům, k vedení, k rodičům, případně ke kontrolním orgánům

Učitel v průběhu provádění sebereflexe rovněž analyzuje:

- svoje chování směrem k jednotlivým aktérům výchovně-vzdělávacího procesu

- svoje chování v jednotlivých situacích
- vliv vlastních emocí

Dalším pozitivním dopadem provádění sebereflexe a vedení si pedagogického deníku může být prevence vzniku syndromu vyhoření. (Nevypusť duši, 2019)

Výčet možných pozitivních dopadů sebereflexe s sebou souhrnně přináší rozvíjení profesních kompetencí učitele, zejména té reflexivní, jejíž definici popsali Slavík a Siňor (1993):

> Reflexivní kompetenci učitele chápeme jako míru připravenosti učitele reflektovat a hodnotit pedagogické jednání. Reflexivní kompetence tedy označuje kvalitu toho, jak učitel dokáže diagnostikovat vlastní činnost a vyvodit z ní poznatky, které mají do budoucna pozitivně ovlivnit jeho pedagogické působení. Jednoduše řečeno, míra reflexivní kompetence učitele je vyjádřena hodnotou odpovědi na otázku „Jaký jsem učitel?“ (s. 157)

2.2 Metoda analýzy výkonů žáků a výsledků učebních činností žáků

Tato metoda je součástí pedagogické diagnostiky. Žáky pedagog diagnostikuje na základě informací, které od nich získá. U této metody pedagog potřebné informace získává různými způsoby, kterými jsou např.: písemné projevy žáků – slohové práce, vyplněná učebnicová cvičení, domácí úkoly, kresby, portfolio,…; pozorování žáků – jejich chování, jednání… Dopředu by měl pedagog vědět, za jakým účelem informace sbírá, co je cílem jeho diagnostické práce. Tyto informace následně pedagog analyzuje a vyvozuje na základě nich závěry. Analýza se může týkat vývoje žáka, jeho specifických výkonů (zájmů a nadání), specifických chyb, laterality, vzorců chování, soustředěnosti. (Spáčilová, 2003)

2.3 Didaktický test

Průcha (2009) definuje didaktický test následovně:

> Didaktický test (angl. achievement test) je zkouška, která se zaměřuje na objektivní zjišťování úrovně zvládnutí učiva u určité skupiny osob. Od běžné zkoušky se didaktický test ovšem liší zejména tím, že je navrhován, ověřován, hodnocen a interpretován podle určitých (předem stanovených) pravidel. (…) Dobré didaktické testy by měly postihovat obě sféry výsledků výuky, tj. rozsah a kvalitu vědomostí, ale rovněž úroveň dovedností. (s. 594)

Spáčilová (2003) se věnuje pozitivům a negativům didaktického testu. Mezi hlavní pozitiva se řadí jejich vyšší objektivita oproti jiným metodám. Na druhou stranu to s sebou přináší nerespektování individuálních zvláštností jednotlivých žáků, nastavení stejné úrovně všem. Jako negativní se dá dále považovat (podobně, jak už bylo zmíněno v definici výše) větší zacílení na rozsah a kvalitu vědomostí, oproti zjišťování aktuální úrovně dovedností. S tím se pojí i možná nízká kognitivní náročnost jednotlivých testových úloh. Pro komplexnější pohled je proto vhodné využít více diagnostických metod.

Průcha (2009) rozděluje didaktické testy do dvou kategorií jako standardizované a nestandardizované. Standard značí normu, proto se standardizované testy nejprve zkouší na velkém množství respondentů, kteří tuto normu určí. Následně při práci se standardizovanými testy (tj. při zadávání a vyhodnocování testů) obvykle mívá examinátor k dispozici i testovou příručku. Někdy dokonce examinátor musí pro práci s určitými testovými bateriemi absolvovat kurz. Oproti tomu testy nestandardizované nejsou ověřovány na velkém množství respondentů, učitel si je zpravidla vymýšlí sám, a tudíž výsledky testu nemusejí být vypovídající.

2.4 Dotazník

Spáčilová (2003) definuje dotazník následovně:

„Dotazník je způsob psaného řízeného rozhovoru. Je sestaven z otázek a položek, u kterých se používá forma písemných odpovědí. Zaměřuje se na zjištění skutečností a informací o respondentovi, zjišťování jeho názorů, postojů, mínění, zálib, chování za určitých okolností apod. Při sestavování dotazníku je třeba promyslet a přesně určit cíl dotazníkového šetření, logicky a stylisticky správně připravit konkrétní otázky.“ (s. 44)

Gavora (2000, s. 99) oproti tomu souvislost s rozhovorem nezmiňuje: „Je to způsob písemného kladení otázek a získávání písemných odpovědí.“ (Termín rozhovor se v jeho publikaci vůbec nevyskytuje, místo něj je používáno interview ve smyslu výzkumné metody založené na mezilidském kontaktu respondenta a výzkumníka.)

Mezi pozitiva dotazníku se řadí:

- ekonomičnost – zisk velkého množství informací za krátký čas

- snadné vyhodnocení – kvantitativně pomocí statistických metod nebo kvalitativně jako diagnostická metoda učitele
- anonymita – pokud je dotazník koncipován jako anonymní

Mezi negativa dotazníku se řadí:

- odpovídání sociálně žádoucím způsobem, nikoli podle pravdy
- zjednodušování komplexnějších situací, názorů,… (Spáčilová, 2003; Gavora, 2000)

Typy otázek v dotazníku

- Otevřené – respondent na otázky odpovídá vlastními slovy, tvoří vlastní formulace vět. Výhoda otevřených otázek spočívá v lepším postihnutí reality, nevýhoda v problematičtějším statistickém vyhodnocení.
- Uzavřené – respondent vybírá z několika možných předem daných odpovědí. Rovněž je uvedeno, zda výzkumník očekává právě jednu odpověď (otázka výběrová), nebo více odpovědí (otázka výčtová). Tuto skutečnost lze odlišit dle tvaru odrážek. Kulaté odrážky označují odpovědi na výběrovou otázku, čtvercové na výčtovou otázku. Speciálním případem je tzv. dichotomická otázka, na kterou respondent odpovídá pouze ano, nebo ne. U uzavřených otázek je vhodné jako jednu alternativu uvést i odpověď „nevím“.
- Škálované – respondent může své odpovědi značit na číselnou škálu (bipolární škála), rovněž je vhodné jako jednu alternativu uvést i odpověď „nevím“. Další možností je respondenta požádat, aby k jednotlivým odpovědím přiřadil číselné hodnoty a vyjádřil tím např. svůj preferenční žebříček (pořadová škála). Respondenta lze také požádat, aby vyjádřil míru svého souhlasu s daným výrokem (Likertova škála). U bipolárních a Likertových škal se upřednostňují liché počty stupňů škal za účelem existence možnosti volby prostřední varianty.
- Polouzavřené – respondent má možnost volby z předem připravených možností, současně může nabídku možností doplnit, případně svou volbu odpovědi zdůvodnit (Spáčilová, 2003; Gavora, 2000).

3. Tradice sivických hodů

Sivické hody, jakožto nejvýznamnější a nejdůležitější svátek obce, se dle tradice slaví vždy nejbližší srpnovou neděli termínu svátku patrona obce sv. Rocha. Je to tedy svátek pohyblivý. Svatý Roch má v liturgickém kalendáři svátek 16. srpna. Protože obec Sivice spadá pod farnost Pozořice, kde se koná pouť nejbližší neděli ke slavnosti Nanebevzetí Panny Marie 15. srpna, hody se v Sivicích slaví vždy týden po farní pouti v Pozořicích.

3.1 Přípravy na hody

Přípravy na hody obvykle začínají s koncem školního roku a začátkem prázdnin. Stárkovat u nás může každý, kdo je občanem Sivic, je svobodný a má dokončenou základní školu. Stárkovat lze i opakovaně. Všichni, kteří stárkovali předchozí rok i noví zájemci, se nejprve sejdou na akci zvané „první-poslední“. Při ní se ještě nic důležitého neřeší, spíše dochází k vzájemnému seznamování a při rozhovorech zájemců o stárkování se již některé páry dávají dohromady.

Na další schůzce proběhne volba hlavního páru a poté už se stárci pravidelně scházejí dvakrát týdně ve večerních hodinách. Učí se společně zpívat hodové písně, tančit, řeší se organizační záležitosti. V průběhu prázdnin se také obvykle jeden den věnuje údržbě parketu. Protože rodiny některých stárek i stárků vlastní svůj kroj, zodpovědnost za jeho přichystání (tzn. naškrobení a nažehlení) k hodovému dni a na kácení spadá na každého individuálně. Pokud tomu tak není, je třeba si již začátkem prázdnin zamluvit zapůjčení kroje v některé z mnoha půjčoven.

V sobotu týden před hody probíhá žádání stárků rodičů o stárku. Skupina stárků přijde společně s písní na rtech k domu stárky. Poté stárek před rodiči poklekne a pronese žádost. Každý rok hlavní stárek sestavuje text této žádosti, lépe řečeno drobně jej oproti předchozímu roku pozmění. Proto se nezřídka stává, že obzvlášť zkušenější stárci text slibu popletou. Současně ostatní stárci dělají různé žerty, aby znemožnili říct text slibu správně a v odpovídající důstojnosti. Poté, co se stárci shodnou na tom, že text byl pronesen správně, a rodiče udělí souhlas, čeká všechny v domě stárky drobné občerstvení.

V předhodový, místně nazývaný „svatý“, týden už se scházejí stárci každý den navečer. Dívky vyrábí dekorace, zdobí sál, umývají lahve na víno, připravují rozmarýny a tombolu, doma pečou cukroví a uklízejí svá obydlí. Chlapci ve středu jedou do lesa pro máju, opracovávají ji, chystají místa k sezení pro hosty večerní zábavy, připravují bary, staví podium, parket, atd. Společně se nacvičuje nástup. V sobotu se na návsi staví ručně mája za pomoci obyvatel obce. Je také pozván kněz a stárci mají možnost v místní kapli přijmout svátost smíření. V sobotu večer stárky přišívají stárkům na klobouk rozmarýn a na džbánek asparágus.

3.2 Hodový den

Stárky musí vstávat brzy ráno, aby se oblékly do kroje. Stárci zase celou noc na návsi hlídají, aby jim přespolní nepodřezali máju. Okolo sedmé hodiny si přijde stárek vyzvednout svou stárku k ní domů, aby společně odešli slavit ranní mši svatou. Mše je slavnostní. Sjíždí se na ni lidé z širokého okolí a doprovází ji hrou na žesťové nástroje místní Sivická kapela. Nechybí ani úvodní slovo starosty obce. Po mši malé stárky z řad dětí roznášejí koláče, zatímco starší krojovaní tančí v párech.

Stárek poté odvede svou stárku zpět domů. Stárka se převlékne z kroje. Obvykle se následně stárky nechají učesat kamarádkou, příbuznou nebo kadeřnicí. V současné době, pokud má stárka dostatečně dlouhé vlasy, převažují jako účesy drdoly s copánky. Je nutné, aby byl účes pevný a vydržel opětovné oblékání do kroje i časté tancování. V průběhu dopoledne se v domě stárky rovněž chystá slavnostní oběd a případně přijíždějí pozvaní hosté. Po obědě se s ohledem na pořadí v průvodu stárka zpět obléká do kroje.

Stárci dopoledne ve dvojicích obcházejí vesnici a s ošatkou rozmarýn zvou místní občany na večerní zábavu. V průběhu obcházení vesnice rovněž vybírají příspěvky.

Okolo třinácté hodiny se stárci sejdou v kulturním domě, odkud vychází hodový průvod. Za zpěvu stárků a hraní kapely průvod přichází k jednotlivým domům stárek. Stárka ozdobí svého stárka bílou zástěrou a připne mu rozmarýn s ušitou mašlí na vestu. Ostatní stárci se mezitím chytí za ruce, utvoří kolo a zpívají písně. Pár poté za zvuku kapely přichází odtančit do kola sólo.

Po sóle se opět zpívají písně v kole a kapela dostane drobné občerstvení. Následuje sólo s rodiči stárky. Potom se všichni zpět seřadí a průvod putuje k dalšímu domu.

V letošním roce se poprvé v závěru průvodu nešlo tančit před místní hospodu z důvodu jejího zrušení. Místo toho si stárci zazpívali, zatančili a drobně se občerstvili před hasičskou zbrojnicí.

Na závěr dorazí průvod zpět ke kulturnímu domu pod máju, kde proběhne nástup všech stárek a stárků, zpěv písně „Čí só hode“ a tanec v párech.

Po něm jednotlivé páry odchází ke stárce domů na večeři a vrací se zpět okolo dvacáté hodiny na večerní zábavu. Večerní zábava začíná opět nástupem všech stárek a stárků, posléze hlavní pár přivítá všechny hosty a sdělí některé organizační informace. V průběhu hodové zábavy se tančí a zpívá v kolech pod májou. Bývá dobrým zvykem první taneční sérii věnovat krojovaným s rodiči.

Před půlnocí se stárky a stárci sejdou na parketu ke zpěvu písně „Mamičko, ožením sa“. Stárky a stárci stojí naproti sobě v řadách. Stárci se drží za ramena, stárky za pas. Po odzpívání písně mají sivičtí stárci sólo. Všichni, stárci i stárky, tančí v párech, kolem nich se tvoří kola tvořená hosty večerní zábavy a po skončení písně krojované „vynesou“ na ramenou na bar, kde za to dostanou lahev vína. Poté se vyhlašuje tombola. Oficiální část hodového dne tím končí, ale hodová zábava pravidelně pokračuje do ranních hodin.

3.3 Jednotlivé části současného sivického selského kroje

Mužský kroj

V současné době chlapci nosí dlouhé černé kalhoty a bílou košili s dlouhými rukávy. Na košili oblékají červenou vestu s kovovými knoflíky. Na nohou mají obuté černé polobotky a v nich černé ponožky. Hlavu pokrývá klobouk zdobený po bocích umělými květy a rozmarýnem, vzadu mašlí. Na průvodu rovněž oblékají bílou zástěru. V ruce drží stárek malovaný ozdobený džbánek s vínem.

Ženský kroj

Dívky oblékají tělové silonové punčochy. Na nohy obouvají černé boty na podpatku. Okolo pasu uvazují nejprve jelito, na něj se následně posadí obvykle 1 kratší spodní sukně a na ni poté 2 delší spodní sukně společně s jednou vrchní barevnou brokátovou sukní zdobenou květy. Dále dívky oblékají bílé škrobené rukávce a na ně šněrují černou zdobenou sametovou kordulku. Na závěr se umístí na přední stranu sukně bílá zástěrka a na zadní stranu sukně doprostřed bílá mašle. Kroj se dozdobí stuhami barvy brokátové sukně a malými nepříliš rozvitými růžemi umístěnými ve výstřihu a ve vlasech. V ruce drží stárka rozmarýn ze spodní části zabalený v plátěném kapesníku.

Obr. 12 Fotografie sivického kroje

(Kousalová, 2021a)

3.4 Kácení máje v Sivicích

Ke kácení máje dochází dva týdny po sivických hodech. V pátek dopoledne některé stárky připravují večeři. Odpoledne prochází krojovaný průvod obcí. Délka trasy průvodu je oproti hodům podstatně kratší. V místním kulturním domě stárci a stárky povečeří. Následuje večerní zábava. V sobotu odpoledne se za hojné účasti přihlížejících mája ručně skácí.

4. Venkovní výuka

Venkovní výuka, terénní výuka, učení venku, outdoorové vyučování, místně zakotvené učení a mnoho dalších. Všechny tyto termíny a jejich různé varianty jsou spojovány se situací, kdy učitel společně s žáky opustí vnitřní prostory školy a vydá se žáky učit pod širé nebe. Tato kapitola se zabývá některými pojmy spjatými právě s tímto způsobem vyučování a jejich zasazení do širšího kontextu.

4.1 Místně zakotvené učení

Jak už název napovídá, místně zakotvené učení (v anglicky psané literatuře place-based learning, place-based education) je vzdělávací přístup, který se snaží pro žáky soustředit vzdělávací obsah do místa jejich bydliště nebo jeho blízkého okolí. Tento vzdělávací přístup navíc neopomíjí afektivní výukové cíle spojené s aktivní občanskou angažovaností a postoji k problémům, které se žáků bezprostředně dotýkají. Proto bývá místně zakotvené učení spojováno s environmentální výukou, poznáváním místní kultury, ale i se seznamováním žáků s ekonomickými aspekty místního veřejného rozpočtu. Jako přirozený důsledek žáci touto formou výuky rozvíjejí komunikativní kompetence – komunikace s politickými představiteli obce, spoluobčany. (Hanuš et al., 2010)

4.2 Terénní výuka

Hofmann et al. (2003) charakterizuje terénní výuku následovně:

> Terénní výuka je komplexní výukovou formou, která v sobě zahrnuje různé výukové metody (pokus, laboratorní činnosti, pozorování, projektová metoda, kooperativní metody, metody zážitkové pedagogiky…) a různé organizační formy výuky (vycházka, terénní cvičení, exkurze, tematické školní výlety – expedice…), přičemž těžiště spočívá v práci v terénu – především mimo školu. (s. 6)

Dále Hofmann et al. (2003) terénní výuku dělí podle různých kritérií: časového, z hlediska vedení, z hlediska krajiny.

Z časového hlediska se dělí terénní výuka na:

- krátkodobou – v rámci jednotek vyučovacích hodin, z toho důvodu zpravidla v přímém nebo blízkém okolí školy ideálně pro tento způsob výuky dobře vybaveném;

- středně dlouhou – v rámci jednoho dne, zpravidla exkurze, komentované prohlídky, projektové dny v terénu, výlety, návštěvy vzdělávacích programů,…;
- dlouhodobou – v rámci vícedenního pobytu např. na škole v přírodě.

Z hlediska krajiny, ve které terénní výuka probíhá, Hofmannovo et al. (2003) rozdělení v podstatě odpovídá jednotlivým typům krajiny (přírodní, kulturní, městská, devastovaná,…).

Z hlediska vedení může terénní výuka podle Hofmanna et al. (2003) vypadat tak, že výuku:

- připravují a vedou žáci;
- připravují žáci společně s učitelem a vedou žáci;
- připravuje a vede učitel. (s. 4)

Vzhledem k tomu, že u středně dlouhé terénní výuky Hofmann et al. (2003) výslovně zmiňuje i možnost návštěvy muzea nebo planetária, domnívám se, že klasifikace terénní výuky z hlediska jejího vedení by se mohla doplnit ještě o možnost vedení některé její části externím pracovníkem nebo odborníkem z oboru.

Z hlediska harmonogramu výuky Hofmann et al. (2003) rozlišuje jednotlivé fáze terénní výuky:

- Přípravná fáze učitele – učitel vybírá lokalitu, sestavuje program a metody, které použije, sestavuje časový harmonogram, případně zajistí dovoz/odvoz žáků a zajistí finanční prostředky, vymyslí náhradní variantu v případě nepříznivého počasí
- Přípravná fáze žáků – motivace žáků, seznámení s výukovými cíli, poučení o bezpečnosti a zápis do třídní knihy, informování rodičů, které věci je nutné mít s sebou, vysvětlení teorie, kterou je nutné znát při práci v terénu
- Realizační fáze – samotná realizace programu
- Závěrečná fáze – závěrečné zhodnocení programu realizované aktivním zapojením žáků do tohoto procesu, diskuze s žáky nad naplněním vzdělávacích cílů programu, poskytnutí prostoru pro vyjádření jejich názorů na výukový program, sebereflexe učitele

4.3 Venkovní výuka, venkovní vzdělávání

Zahraniční literatura pracuje s pojmy „outdoor teaching“ a „outdoor education“, překlad obou těchto pojmů je ve své podstatě téměř totožný. První pojem by se dal přeložit jako venkovní výuka, druhý jako venkovní vzdělávání.

„Venkovní výuka je spojena s vyučovacími předměty a tématy, které jsou situovány do venkovního prostředí. Neznamená to, že by se pouze změnilo místo vyučování z interiéru do exteriéru, ale že existuje souhra mezi aktivitami uvnitř a venku.“ (Faskunger et al., 2018, s. 12)

„Venkovní vzdělávání je širší pojem než venkovní výuka a zahrnuje také pedagogické aktivity mimo instituci školy, např. přírodní a kulturní průvodcovství v rámci zážitkové turistiky, podporu zdraví realizovanou v místním prostředí.“ (Faskunger et al., 2018, s. 12)

Výhody a nevýhody venkovní výuky

Pozitivní aspekty venkovní výuky:

- pobyt na čerstvém vzduchu
- větší míra pohybu i aktivně trávené přestávky
- při kvalitně vytvořeném programu větší míra názornosti
- vede více učitele při přípravě k mezipředmětovému propojování

Negativní aspekty venkovní výuky:

- nepředvídatelnost počasí
- nutnost myslet na to, že veškeré papírové materiály a pomůcky, případně jiné lehké předměty je nezbytné ve venkovním prostředí zafixovat
- nevyhnutelnost nošení veškerých pomůcek a materiálů s sebou
- často nevhodné polohy a pozice žáků pro psaní
- delší pobyt venku si žádá promyšlenost přestávek pro naplnění základních biologických potřeb a pitného a stravovacího režimu žáků
- zvýšená náročnost na přípravu učitele, mimo sestavení programu taktéž nutnost výběru vhodné lokality

- zajištění bezpečnosti žáků, zavedení preventivních pravidel pro pobyt venku, nezbytnost výbavy učitele nabitým mobilním telefonem, lékárničky, reflexních prvků při pohybu na pozemních komunikacích
- zajištění informovanosti žáku či jejich zákonných zástupců o pobytu ve venkovních prostorách – prevence nevhodnosti oblečení, neočekávaných alergických reakcí apod.

Zajištění bezpečnosti žáků patří mezi časté obavy učitelů a důvody, proč nerealizují výuku ve venkovním prostředí. Někdy mohou tyto obavy pramenit z neznalosti předpisů a jejich překročení v případě úrazu, proto je v následující části přiložena citace metodického pokynu MŠMT k zajištění bezpečnosti a ochrany zdraví dětí, žáků a studentů ve školách a školských zařízeních zřizovaných Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy:

Čl. 9 Poučení žáků

(1) Škola zajistí, aby žáci byli poučeni o možném ohrožení zdraví a bezpečnosti při všech činnostech, jichž se účastní při vzdělávání nebo v přímé souvislosti s ním. Žáky zároveň seznámí s konkrétními pokyny, právními a ostatními předpisy k zajištění bezpečnosti a ochrany zdraví žáků a se zásadami bezpečného chování, s možnými riziky a odpovídajícími následnými opatřeními, se kterými se mohou žáci setkat ve škole, jejím okolí a při činnostech mimo školu (například nebezpečí od neznámých lidí, nebezpečí násilí a šikany, nálezy nebezpečných předmětů apod.). Dále žáky seznámí s ustanoveními předpisů a pokynů k zajištění bezpečnosti a ochrany zdraví žáků, pokud se vztahují na příslušnou činnost, akci nebo pracoviště a průběžně také s ustanoveními školního řádu, vnitřního řádu, řádů dílen, laboratoří, odborných pracoven, sportovních zařízení, tělocvičen a hřišť a jiných pracovišť a s dalšími opatřeními školy, jež mohou mít bezpečnostně preventivní význam.

(2) Dokladem o provedeném poučení je záznam poučení (např.: v třídní knize), přílohou je osnova poučení. Pokud to stanoví předpisy k zajištění bezpečnosti a ochrany zdraví, nebo je-li to odůvodněno rizikem činnosti, budou znalosti žáků ověřeny.

(3) Žáky, kteří nebyli v době poučení přítomni, je třeba v nejbližším vhodném termínu poučit. Ve složitějších případech, zejména při seznámení se s obsahem důležitých předpisů, pokynů a norem o bezpečnosti technických zařízení, se pořídí zápis podepsaný žáky, z něhož lze podle potřeby zjistit konkrétní obsah provedeného poučení.

Článek 10

(4) Při akcích konaných mimo školu, kdy místem pro shromáždění žáků není škola, začíná dozor 15 minut před dobou shromáždění na určeném místě. Po skončení akce dozor končí na předem určeném

místě a v předem stanoveném čase. Místo a čas shromáždění žáků a skončení akce oznámí škola nejméně jeden den před konáním akce, buď zákonným zástupcům žáků, nebo přímo zletilým žákům.

(5) Podle rozhodnutí ředitele školy mohou dozor konat vedle pedagogických pracovníků i jiné osoby, které jsou zletilé, plně způsobilé k právním úkonům a jsou v pracovněprávním vztahu ke škole. Tyto osoby musí být řádně poučeny o povinnostech dozoru a ředitel školy o tomto poučení provede písemný záznam, který osoba pověřená dozorem podepíše.

(6) Pedagogičtí pracovníci vykonávají podle pokynů ředitele dozor i mimo školu, např. při praktickém vyučování, při praktické přípravě, při kurzech, exkurzích a jiných činnostech vyplývajících ze školních vzdělávacích programů, při účasti na soutěžích, přehlídkách popřípadě při jejich přípravě a na jiných akcích organizovaných školou.

(7) Při akcích konaných mimo školu, kdy jsou jejich účastníci ubytováni v objektech jiných osob, dodržují žáci předpisy k zajištění bezpečnosti a ochrany zdraví a předpisy o požární ochraně platné v těchto objektech. Žáci dodržují stanovený režim dne a pokyny vydané pro dobu nočního klidu. Za seznámení žáků s těmito pokyny a za kontrolu jejich dodržování odpovídá vedoucí akce nebo jím určený pedagogický pracovník. Vedoucí akce rozhodne o způsobu provádění dohledu v době nočního klidu. (s. 5–6)

4.4 Outdoorová výuka a následné soustředění žáků

Vlivu hodin realizovaných ve venkovním prostředí na soustředění žáků v následujících vyučovacích hodinách v interiéru školy se věnuje studie publikovaná v roce 2018: „Do Lessons in Nature Boost Subsequent Classroom Engagement? Refueling Students in Flight“, jejímiž autory jsou Ming Kuo, Matthew H. E. M. Browning a Milbert L. Penner.

Tato studie ověřovala hypotézu: „Vyučovací hodiny uskutečněné ve venkovním prostředí mají pozitivní, nikoli negativní, vliv na soustředění žáků a jejich aktivity v následujících vyučovacích hodinách realizovaných uvnitř.“ (Kuo et al., 2018, s. 1)

Experiment byl proveden ve 2 třídách žáků třetí třídy ve věku 9–10 let, na stejné škole, se dvěma různými učiteli. Oba učitelé byli kvalifikování pedagogové s několikaletou praxí a se zkušenostmi s venkovní výukou. Oba při tvorbě příprav navzájem spolupracovali a dané téma zpracovali podle učebnice Project Learning Tree. Úkolem učitelů bylo v průběhu 10 týdnů připravit 20 vyučovacích hodin přírodovědy. To znamenalo na každý týden připravit dvě vyučovací hodiny, které se budou věnovat stejnému tématu. Podle harmonogramu se jedna z vyučovacích hodin odehrála ve venkovním prostředí a jedna uvnitř. Kontroloři, kteří nevěděli, zda se hodina odehrála uvnitř nebo venku, poté podle přesně zadaných kritérií sledovali míru aktivity a soustředěnosti žáků v následující vyučovací hodině po dobu 20 minut.

Záznamy kontrolorů následně výzkumníci vyhodnotili. Studie prokázala vyšší míru soustředěnosti a aktivity po vyučovacích hodinách realizovaných ve venkovním prostředí. Současně studie vyvrátila, že by mohly být výsledky zkresleny jakýmkoli jiným faktorem. Tato studie tedy může posloužit jako dobrý argument pro vyvrácení některých mylných závěrů učitelů, kteří do výčtu negativních aspektů venkovní výuky řadí nižší míru soustředěnosti žáků v následující vyučovací hodině.

EMPIRICKÁ ČÁST

5. První výukový blok

Třída: 5.

Počet žáků: 11

Místo: ZŠ a MŠ Sivice

Téma 1. bloku: Jednotažky

Časová dotace: 90 minut

Cíle: Žák vysvětlí pojmy uzel, hrana. Žák vysvětlí, kdy lze a kdy nelze nakreslit graf jedním tahem a tato pravidla aplikuje v konkrétních situacích na konkrétních úlohách.

Pomůcky: lepicí kartičky se jmény žáků, provázek, vytištěné papíry s úlohami, desky na psaní

Poznámka: Záměrně jsem dala přednost termínu uzel, protože žáci termín vrchol znají z hodin geometrie v trochu jiném kontextu a mohlo by to bránit správnému pochopení tohoto pojmu. Současně se domnívám, že termín uzel lépe asociuje správnou představu o tomto pojmu v souvislosti s teorií grafů. Cíl: „Žák vysvětlí pojmy uzel, hrana.“ neznamená, že by žáci měli znát definici těchto pojmů. Pouze by jim měli správně rozumět a umět je správně používat. To můžeme zjistit například i pomocí otázky v dotazníku (viz níže), kde dané pojmy žáci vysvětlují na základě kresby.

Rozvíjené klíčové kompetence podle MŠMT (2021):

kompetence k řešení problémů:

- samostatně řeší problémy; volí vhodné způsoby řešení; užívá při řešení problémů logické, matematické a empirické postupy
- ověřuje prakticky správnost řešení problémů a osvědčené postupy aplikuje při řešení obdobných nebo nových problémových situací, sleduje vlastní pokrok při zdolávání problémů (s. 11)

5.1 Program včetně předpokládané časové dotace

Úvod: odehrává se v učebně: 10 minut

- Představení se třídě
- Rozdání jmenovek
- Stručné představení výukového programu: „Program je zaměřený na matematiku. Naučíme se řešit a znázorňovat matematické problémy pomocí teorie grafů. Program se bude odehrávat ve venkovním prostředí. Úlohy, které budeme řešit, budou motivovány místní tradicí hodů. Celkem se bude jednat o tři setkání – dvakrát po dvou vyučovacích hodinách, jednou čtyři vyučovací hodiny. Dnes nás čeká téma jednotažky."
- Představení cílů prvního bloku: „Po dnešním dvouhodinovém bloku byste měli:
    - rozumět pojmům uzel a hrana
    - vysvětlit, kdy lze a kdy nelze zakreslit útvar jedním tahem"
- Stručné poučení o bezpečném chování ve venkovním prostředí a následný zápis o tomto poučení do třídní knihy včetně zápisu prezence
- Žáci si s sebou vezmou: desky, pouzdro

Hlavní část: odehrává se venku

Ornament z kordulky: dvůr kulturního domu: 20 minut

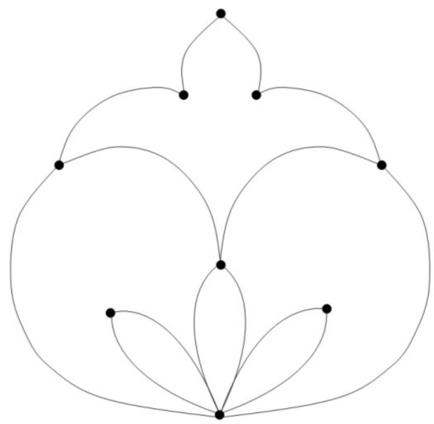
Motivace: autentická fotografie kordulky jedné místní stárky

Obr. 13 Ornament na kordulce

(Kousalová, 2021b) – upraveno autorkou

Vzhledem k nízkému počtu žáků ve třídě není problém tuto aktivitu provádět jako jedna velká skupina, všichni společně. Současně je to pro učitele příležitost diagnostikovat třídu jako sociální skupinu. Žáci mají nejprve za úkol si detailně prohlédnout obrázek s upraveným ornamentem, který byl pro potřeby úlohy zjednodušen. Jejich úkolem je následně vyšít podobný ornament pomocí vlastních těl a provázku. Na místě, kde se nachází černá tečka (uzel), stojí jeden žák, na místech hran se pak nalézá provázek. Jakým způsobem se žáci dohodnou na rozmístění, kdo bude pomocí provázku vyšívat a jak budou postupovat, nechá učitel plně v jejich režii.

Obr. 14 Graf ornamentu z kordulky

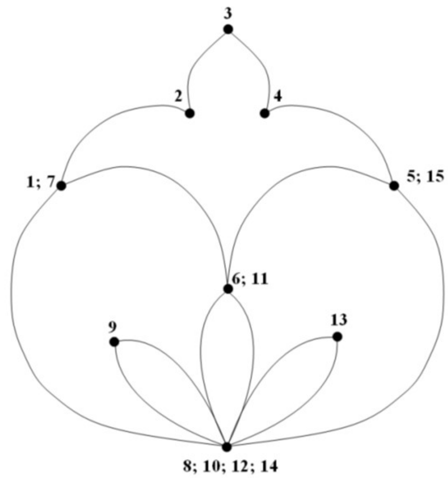


Zdroj: vlastní zpracování

Po vytvoření ornamentu se učitel žáků zeptá: „Na kterém místě jste začali s vyšíváním? Na kterém místě jste skončili? Pamatujete si, v jakém pořadí jste ornament vyšili?“

Každý žák dostane ornament vytištěný na papíru a jeho úkolem pak bude zapsat k jednotlivým uzlům čísla podle toho, v jakém pořadí ornament vyšívali. Pokud některý uzel žáci použili vícekrát, zapíší k němu příslušná čísla odděleně pomocí středníku. Na závěr si žáci čísla u ornamentu vzájemně zkontrolují. Neměla by se lišit, protože ornament vyšívali všichni společně. Rychlejším žákům může učitel dát za úkol vymyslet další způsob řešení, jak daný ornament vyšít, je proto dobré, aby měl listů papírů s ornamenty vytištěných více.

Obr. 15 Řešení grafu ornamentu z kordulky



Zdroj: vlastní zpracování

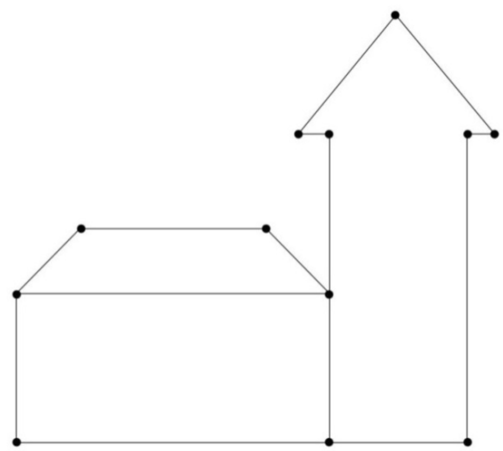
Kaple jedním tahem: u kaple sv. Rocha: 10 minut

Žáci už se pravděpodobně ve svém dosavadním životě setkali s úlohou, ve které se kreslí domeček jedním tahem. Tuto úlohu si s nimi může učitel podle časových možností výuky zopakovat. Protože se však sivické hody konají vždy nejbližší neděli ke svátku sv. Rocha, jakožto patrona vesnice a svatého, kterému je zasvěcena i místní kaple, mohou si žáci zkusit zakreslit jedním tahem graf právě jim dobře známé místní kaple. Tento důvod může učitel využít během motivační části související s touto aktivitou.

Obr. 16 Fotografie kaple

Foto autor

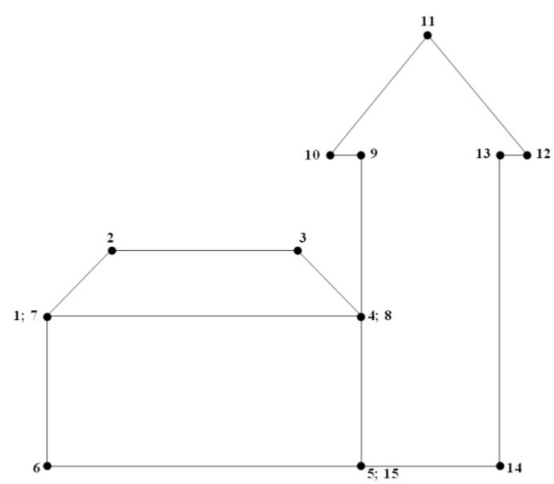
Obr. 17 Graf kaple



Zdroj: vlastní zpracování

Po zakreslení jedním tahem žáci opět připíšou k jednotlivým uzlům čísla. Následně mezi sebou svá řešení zkontrolují tak, že se daný žák pokusí zopakovat postup svého spolužáka a podle čísel zakreslí kapli znovu. Pokud bude řešení spolužáka korektní, měl by být žák schopen kapli zakreslit znovu jedním tahem. Současně mají žáci za úkol zjistit, kolik různých řešení se spolužáky objevili. Učitel jejich aktivitu doplní otázkou, zda mají tato řešení něco společného.

Obr. 18 Možné řešení grafu kaple



Zdroj: vlastní zpracování

Celkem je možné přijít až na 32 různých řešení. Po žácích samozřejmě nechceme přijít na všechna, ani na jejich počet. Cílem aktivity je převážně uvědomění si, že všechna řešení mají společné to, že začínají a končí v uzlech majících lichý počet hran.

Dveře kaple: u kaple sv. Rocha: 15 minut

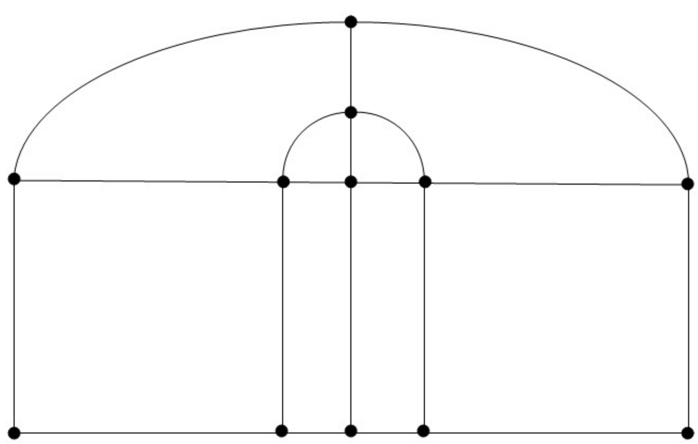
Žáci mají nyní za úkol překreslit si tvar dveří na kapli. Posléze se budou snažit tento tvar zakreslit jedním tahem. Tento tvar zakreslit jedním tahem nelze, proto se na závěr tohoto úkolu učitel pokusí s žáky vyvodit pravidlo, podle kterého bezpečně poznají, které útvary lze a které nelze zakreslit jedním tahem.

Pravidlo: Útvar lze zakreslit jedním tahem, pokud z každého uzlu vede sudý počet hran nebo pokud z počátečního a koncového uzlu vede lichý počet hran, ale pouze za předpokladu, že z ostatních uzlů vede sudý počet hran.

Obr. 19 Fotografie dveří kaple

Foto autor

Obr. 20 Graf dveří kaple

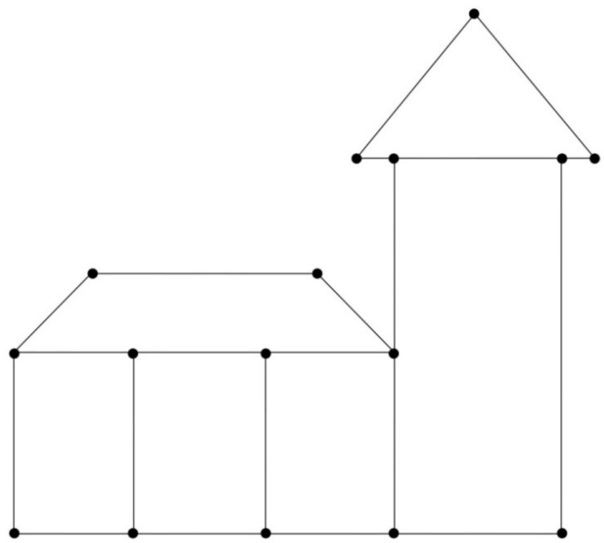


Zdroj: vlastní zpracování

Lze, nebo nelze obrazec zakreslit jedním tahem? Proč?: U kaple sv. Rocha: 5 minut

Žáci se sami rozdělí do dvojic. Tentokrát budou mít za úkol bez psacích potřeb pouze pohledem na obrázek rozhodnout, zda jej lze nebo nelze zakreslit jedním tahem.

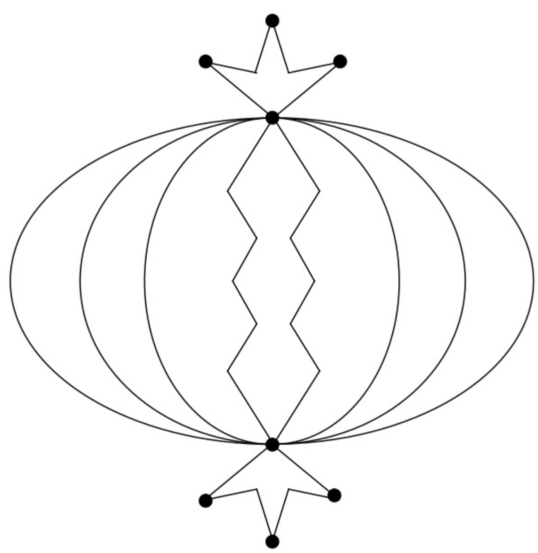
Obr. 21 Graf kaple 2



Zdroj: vlastní zpracování

Řešení: nelze zakreslit jedním tahem.

Obr. 22 Graf jablíčko



Zdroj: vlastní zpracování

Řešení: Lze zakreslit jedním tahem.

Gordický uzel: náves u rybníka: 15 minut

K hodům a jejich tradici patří i zpívání v kole pod májou. Žáci si nyní zahrají známou hru – gordický uzel. Nejprve si stoupnou všichni čelem k sobě – čím blíže, tím lépe. Následně zavřou oči. Dají obě své ruce před sebe a pokusí se někoho chytit jednou i druhou rukou. Vždy se mohou navzájem držet právě 2 ruce, nemohou se držet např. 3 dohromady. Až se každý někoho drží, otevřou všichni oči. Jakmile otevřou oči, nikdo nesmí promluvit. Žáci mají za úkol se jakýmkoliv povoleným způsobem rozplést, tj. musí dodržet podmínku, že dvě spojené ruce se v žádný moment nesmí pustit. Rozpletením vznikne jedno nebo více kol. Hru žáci s učitelem několikrát opakují. Na závěr se žáků učitel zeptá, proč vždy rozpletením vznikla kola.

Od žáků se očekává odpověď, že je to kvůli tomu, že každý z nich představuje uzel, ze kterého vedou 2 hrany – ruce. A jelikož zde platí pravidlo "Útvar lze zakreslit jedním tahem, pokud z každého uzlu vede sudý počet hran…“, lze graf nakreslit jedním tahem. A protože z každého žáka vedou právě 2 ruce, nikdo nepředstavuje ani začátek ani konec, kde by bylo potřeba s tvořením grafu jedním tahem začít. Zákonitě tak musí vzniknout, dle definice teorie grafů, kružnice, které v hodovém prostředí pro žáky představují kola.

Poznámka: V této hře se žáci setkají se speciálním případem eulerovského grafu – kružnicí. Problematika zavádění tohoto pojmu žákům je objasněna v teoretické části práce v kapitole Obdobné pojmy užívané ve školské matematice.

Přesnější matematický důkaz (pouze pro vyučující):

Nutný předpoklad pro důkaz je, že každý hráč má právě 2 ruce, které lze mezi sebou rozlišit jako levou a pravou a které jsou obě připevněny k tělu.

Pak lze uvažovat množinu rukou $A = \{a_{1,L}, a_{1,P}, a_{2,L}, a_{2,P}, \dots, a_{n,L}, a_{n,P}\}$, kde n představuje počet hráčů a prvek $a_{1,L}$ představuje levou ruku hráče, kterému bylo jednoznačně přiřazeno číslo 1.

Pro každé x, pro které platí: $1 \leq x \leq n$, libovolně právě jeden z prvků $a_{x,L}, a_{x,P}$ náleží do množiny X. Je zřejmé, že $|X| = \frac{1}{2}|A|$.

Následně do prvního řádku budou zapsány prvky množiny X podle pořadí první složky jejich indexů. Do druhého řádku budou zapsány všechny prvky z množiny $A - X$ v libovolném pořadí. Při zanedbání druhé složky indexu tedy prvky druhého řádku lze vnímat jako libovolnou permutaci prvků prvního řádku. (Druhou složku indexů je možné zanedbat, protože obě ruce, levá i pravá, náleží témuž tělu.)

Platí věta: „Každou permutaci na konečné množině lze (až na pořadí) jednoznačně rozložit na součin disjunktních cyklů.“ (Löwit, 2017, s. 39)

Předchozí věta tedy přímo říká, že při rozpletení rukou při hře vznikne jedno nebo více kol. Cyklus délky jedna představuje případného hráče, který se nestihl nikoho dalšího chytit za ruku a drží proto spojené své vlastní ruce.

Pokud hráč číslo 1 stojí čelem do kola, všichni ostatní hráči, kteří jsou s ním v kole, stojí také čelem do kola právě tehdy, když v zápisu prvního řádku mají uvedenu ruku stejné strany jako hráč číslo 1.

Závěr: odehrává se v učebně: 15 minut

V rámci empirické části diplomové práce je žákům v závěru každého výukového bloku rozdán k vyplnění dotazník. Záměrně je ve všech částech diplomové práce i při komunikaci s žáky používán právě termín dotazník, přestože se o dotazník v pravém slova smyslu nejedná. Část otázek je testového charakteru, část otázek má dotazníkový charakter. Pojem test by u žáků mohl vyvolat stresovou reakci, i když hlavním záměrem není žáky hodnotit. Hlavním záměrem dotazníku by mělo být zjištění, zda výukový program funguje, co se žáci naučili a jaký je názor žáků na program.

Učitel se v závěru bloku ještě jednou vrátí k výukovým cílům stanoveným na začátku. Následně žákům rozdá krátký dotazník s následujícími otázkami:

1) Jak se ti spolupracovalo s ostatními při plnění prvního úkolu (vyšívání ornamentu)?
2) Dařilo se ti řešit různé jednotažky rozdané na papírech? Které ano, které ne?
3) Byl pro tebe program lehký/těžký/tak akorát?
4) Co je to uzel? (Můžeš i nakreslit)
5) Co je to hrana? (Můžeš i nakreslit)
6) Nakresli vlastní obrázek jedním tahem:

7) Nakresli obrázek, který nejde nakreslit jedním tahem:
8) Je něco, co mi chceš vzkázat?

5.2 Vlastní zpětná vazba

Předpokládaný časový harmonogram se z organizačních důvodů zpočátku naplňovat nedařilo, ale při řešení úloh u místní kaple ve druhé polovině výukového bloku se podařilo časový deficit snížit. Celý výukový blok jsme tedy ukončili přesně načas.

U 1. úlohy jsem se nakonec po pár neúspěšných pokusech vytvoření ornamentu pomocí provázku rozhodla zaměnit pořadí postupu jednotlivých kroků. Žáci nejprve vyřešili úlohu společně na papíru a k vytvoření ornamentu pomocí provázku se vrátili později. Původně jsem se domnívala, že žákům bude bližší začít úlohu řešit pomocí hry, a tudíž prostřednictvím více smyslů. To se bohužel nepotvrdilo. V závěru aktivity se třída dohodla vyměnit roli vyšívajícího žáka a přiřadila ji žákovi, který úlohu správně vyřešil na papíru a ukázal ostatním řešení. Při samotném vyšívání si žáci navzájem pomáhali. Přece jen pro ně bylo náročné zorientovat se v plánku a následně mezi osobami. Původní vyšívající nepatřil dle mého názoru k vůdcům třídy, pouze projevil zájem o tuto činnost. Třída se jevila jako spolupracující, nikoho nevyčleňovala a ani přirození leadři své autority nikterak nezneužívali a nedávali ji příliš najevo.

U 2. úlohy se již projevily rozdíly mezi jednotlivými žáky, proto bystřejší a rychlejší žáci dostali příležitost přijít na více způsobů řešení. Každý měl dostatek času na řádné promyšlení a zvolení svého vlastního postupu. Pouze jedna žačka potřebovala individuálně moji drobnou dopomoc.

Po této aktivitě jsme si začali s žáky více všímat, ve kterých uzlech svůj tah začínají a ve kterých končí, a vyvodili si druhou část pravidla, na kterou žáci přišli sami. (Útvar lze zakreslit jedním tahem, pokud z každého uzlu vede sudý počet hran nebo **pokud z počátečního a koncového uzlu vede lichý počet hran, ale pouze za předpokladu, že z ostatních uzlů vede sudý počet hran.)** Bylo vidět, že u žáků stále ještě převažuje konkrétní způsob myšlení nad abstraktním. Při vyvozování druhé části pravidla nepoužili obecnější termín lichý počet hran, ale konkrétní počet hran – 3. V této fázi jsem jim tedy s obecnější podobou pravidla dopomohla. Je pravda, že k abstraktnější podobě pravidla by je mohla dovést úloha, která by obsahovala vyšší počet hran vycházejících z jednoho uzlu.

Žáci však s tímto tématem teprve začínali a nechtěla jsem pro ně vytvářet příliš komplikované grafy.

V další části bloku jsem pozměnila pořadí úloh a žákům představila lidový ornament jablíčka, který ještě bylo možné jedním tahem zakreslit – z každého uzlu tohoto ornamentu vedl sudý počet hran. V konkrétní situaci mi to připadalo vhodnější. Obávala jsem se, že úlohou bez řešení bych žáky zmátla. Dalším důvodem bylo, že jsme si touto změnou mohli přímo vyvodit první část pravidla o všech uzlech se sudým počtem hran, což jsme také udělali. Stejně tak jsme se žáky společně přišli na tvrzení, že nezáleží na tom, ze kterého uzlu na tomto obrázku začneme svůj tah, ale v tomto stejném uzlu nakonec svůj tah skončíme.

Následně jsme se s žáky přesunuli k druhé straně kaple a řešili úlohu týkající se dveří kaple. Žákům se podařilo úlohu správně zakreslit včetně uzlů. Po chvíli přišli s tím, že tato úloha mít řešení pravděpodobně nebude. To jsem jim potvrdila a zeptala se proč. Opět odpověděli konkrétněji a poukázali na vysoký počet uzlů se třemi hranami.

U poslední úlohy se hlasováním všichni správně shodli, že Graf kaple 2 jedním tahem zakreslit nelze. Nakonec jsem tuto úlohu ponechala jako samostatnou práci. V dané situaci mi to připadalo vhodnější. Lépe jsem si tím zkontrolovala, zda skutečně každý pravidlu o jednotažkách rozumí.

Myslím si, že pokud by se teorie grafů a konkrétně jednotažky staly jako téma samostatnou součástí učebnic pro 1. stupeň ZŠ, bylo by pro hlubší pochopení tématu nutné zajistit daleko vyšší počet úloh, než jsem ve své práci nabízela já, aby si praxí žáci pravidla lépe zafixovali a vnímali je abstraktněji.

Poslední odpočinkovější hru Gordický uzel (kterou jsem záměrně zvolila tak, že případné vynechání by nebránilo naplnění cílů programu) jsem nakonec neuvedla motivací. Pouze jsme se na místo, kde dříve stála mája, přesunuli. Nejprve jsme museli hrát 2 cvičné hry, než žáci plně pochopili pravidla. Během těchto her jsme vynechali pravidlo o mlčení. Následně nám, jak se dalo předpokládat, vycházela při rozplétání kola tvořená žáky, kteří sami přišli na to, proč jsem s nimi tuto úlohu dělala právě na místě, kde mája stála. Přeci jen už byla na žácích patrná známka únavy, tudíž si myslím, že otázku, proč nám nyní vyšly pokaždé při rozpletení kola, s následnou odpovědí nemuseli někteří pochytit.

5.3 Analýza dotazníků

Na první otázku týkající se spolupráce s ostatními při plnění úkolu z 9 žáků 2 odpověděli neutrálně a zbylých 7 pozitivně. To odpovídalo i mému dojmu z pozorování spolupráce třídy v průběhu této aktivity.

Na druhou otázku týkající se obtížnosti různých úloh žáci odpovídali velmi individuálně. 3 žáci nepociťovali obtíže při řešení žádné úlohy. 1 žák na otázku vůbec neodpověděl. 1 žák přiznal, že mu činila obtíže úloha o dveřích kaple, ale další úlohy týkající se kaple se mu dařily. To nepovažuji za nic zásadního, protože v této úloze se žáci poprvé setkali s grafem, který nelze zakreslit jedním tahem. 1 žák napsal, že mu činily obtíže úlohy s kaplí. 1 žák připustil, že mu činily obtíže úlohy, které nešlo zakreslit jedním tahem. 2 žáci vypsali pouze úlohy, které se jim dařily. V obou případech šlo o úlohy týkající se kaple, jeden z nich ještě uvedl, že se mu dařilo při řešení úlohy s ornamentem.

Třetí otázka se týkala náročnosti programu jako celku. 2 žáci uvedli, že pro ně byl program lehký, 7 žáků zvolilo z pohledu obtížnosti prostřední variantu, tedy „tak akorát“. Žádný žák neuvedl, že by pro něj byl program těžký. Z odpovědí na tuto otázku vyplývá, že obtížnost výukového bloku byla pro žáky optimální.

Čtvrtá a pátá otázka se týkala vysvětlení pojmů uzel a hrana. Vyjma jednoho žáka všichni využili možnosti tyto pojmy nakreslit. 5 žáků odpovědělo na tyto otázky správně. 1 žák u pojmu hrana zakreslil z mého pohledu spíše hranu stolu, ale pojem uzel zakreslil správně. 1 žák odpověděl zcela chybně. 1 žák zakreslil správně pojem hrana, ale u pojmu uzel zakreslil hranu ohraničenou dvěma uzly. 1 žák odpověděl obdobně jako předchozí žák, ale pojmy mezi sebou zaměnil. Většina žáků tedy na tyto otázky odpověděla správně. Zcela chybně odpověděli pouze 2 žáci. U 2 žáků byla jedna z jejich odpovědí sporná.

Na šestou a sedmou otázku, které se týkaly zakreslení vlastního obrázku jedním tahem, 8 žáků z 9 vytvořilo obrazce z pohledu zadaných podmínek správně. Většina se inspirovala úlohami z programu. To může vypovídat o tom, že žáci učivu zatím nerozumí do hloubky. Stejně tak je ale možné, že zvolili pro sebe tu nejjednodušší variantu. Čerpali z toho, co už znali, a nemuseli tudíž přemýšlet nad tvorbou něčeho nového.

Na poslední otázku 5 žáků neodpovědělo, případně napsalo „ne“ nebo „nic“. Ostatní vzkazy obsahovaly pozitivní reakce týkající se programu a mojí osoby.

Domnívám se, že cíle 1. výukového bloku se u většiny žáků podařilo naplnit. S pojmy hrana a uzel se budou žáci ještě v rámci dalších výukových bloků setkávat. Pokud tedy u některých zatím nedošlo k jejich plnému pochopení, věřím, že se to podaří později.

6. Druhý výukový blok

Téma 2. bloku: Kořenový strom

Časová dotace: 90 minut

Cíle: Žák vysvětlí pojmy kořenový strom, kořen, list, větev, orientovaná hrana. Žák aplikuje v konkrétních úlohách zaznačení situace pomocí kořenového stromu.

Pomůcky: brýle, čelenka, třásně, hláška, krepové růže, sáčky s papírovými penězi (stokorunové a dvousetkorunové bankovky, padesátikoruny), vytištěná zadání úkolů společně s papíry k řešení, vytištěné grafy s ukázkou možného řešení, desky na psaní

Rozvíjené klíčové kompetence podle MŠMT (2021):

kompetence k učení: vyhledává a třídí informace a na základě jejich pochopení, propojení a systematizace je efektivně využívá v procesu učení, tvůrčích činnostech a praktickém životě

kompetence k řešení problémů: vyhledá informace vhodné k řešení problému, nachází jejich shodné, podobné a odlišné znaky, využívá získané vědomosti a dovednosti k objevování různých variant řešení, nenechá se odradit případným nezdarem a vytrvale hledá konečné řešení problému (s. 10–11)

6.1 Program včetně předpokládané časové dotace

Úvod: odehrává se v učebně: 15 minut

- Stručné vyjádření k dotazníkům z předchozího setkání
- Představení cílů druhého bloku: „Po dnešním dvouhodinovém bloku byste měli:
    - rozumět pojmům kořenový strom, kořen, list, větev, orientovaná hrana
    - dokázat využít zaznačení pomocí kořenového stromu k vyřešení úlohy“
- Stručné poučení o bezpečném chování ve venkovním prostředí a následný zápis o tomto poučení do třídní knihy včetně zápisu prezence
- Žáci si s sebou vezmou: desky, pouzdro

Hlavní část: odehrává se venku

Vstupné: vstup do dvora kulturního domu: 10 minut

Motivace: „Když půjdeme večer na hodovou zábavu, jako první musíme zaplatit vstupné. Současně máme u vstupu příležitost koupit si lístky do tomboly. Vy si nyní práci u kasy vyzkoušíte. U kasy se většinou pracuje ve dvojicích, případně ve trojici. Proto i vás rozdělím do dvojic."

Po rozdělení (pomocí losu) každá dvojice obdrží sáček s papírovými penězi a zadání úkolu.

Zadání úkolu:

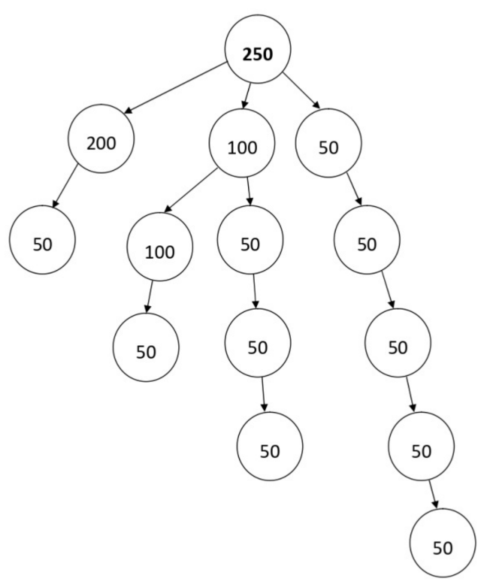
- Vstupné: 150 Kč
- Tombola: 50 Kč/obálka

První návštěvnice přišla sama a koupila si dvě obálky tomboly. Platila pětisetkorunovou bankovkou. Kolik jí vrátíte nazpět? V jakých bankovkách a mincích, které máte k dispozici ve své kase, jste jí mohli vrátit? Zkuste najít všechny možnosti.

Obsah kasy (sáčku):

- 1 dvousetkorunová bankovka
- 2 stokorunové bankovky
- 5 padesátikorunových mincí

Obr. 23 Řešení vstupné



Zdroj: vlastní zpracování

Učitel si společně s žáky prohlédne jejich řešení a hlavně zjistí, jakým způsobem je zapisovali. Vyzdvihne systematičtější postupy a zápisy. Současně předvede svůj způsob řešení a zápisu. Zjistí, jestli si žáci pamatují pojmy uzel a hrana z minulého setkání. Porovná společně s žáky grafy z minulého výukového bloku se svým ze vzorového řešení. Může se zeptat na tyto otázky: „Co je na tomto obrázku oproti jednotažkám z minulého setkání jinak? Co vám tento graf připomíná? Viděli jste už někde něco podobného?“

Žáky nyní učitel seznámí s novými termíny:

- Jeden důležitý uzel – **kořen**
- Uzel, ze kterého nevede šipka/orientovaná hrana – **list**
- Cesta od kořene k listu – **větev**

Poznámka: V rámci vysvětlení pojmu větev žáci pracují s pojmem cesta intuitivně, protože pojem cesta dosud nebyl zaveden.

Učitel následně klade otázky. „Kolik má náš graf listů? Kolik má větví? Souvisí nějak počet listů a počet větví s počtem řešení?“

Můj rodokmen: dvůr kulturního domu: 5 minut

Tato úloha slouží k nácviku zápisu situací pomocí kořenového stromu na příkladu, který je žákům důvěrně známý – na jejich rodině.

Motivace a zadání: „Nezřídka se stává, že se vás na hodech některá zvědavější babička zeptá: ‚Čí ty vlastně seš?‘ Nyní si proto každý z vás vytvoří malý vlastní rodokmen, který se pokusí zapsat pomocí podobného grafu, který před chvílí viděl. V rodokmenu by se měla objevit jména nejbližších příbuzných – matky, otce, prarodičů.“

Poznámka: Pokud by nebylo vhodné tuto úlohu v konkrétní třídě zařadit (adopce žáka, neúplná rodina, aj.), může být zadána univerzální úloha pro všechny například s tímto zadáním: „Amálka je žákyní 5. třídy. Bydlí ve velkém domě. Naproti jejímu pokojíku se nachází ložnice rodičů – táty Viléma a mámy Sofie. O patro níž s nimi bydlí tatínkovi rodiče – babička Vanda a dědeček Robert. Každou neděli Amálka s rodiči jezdí na návštěvu za babičkou Gabrielou, které před dvěma lety zemřel manžel – Amálčin dědeček František. Sestav Amálčin rodokmen.“

Krepové růže: dvůr kulturního domu: 20 minut

Motivace a zadání: „Naše návštěvnice z prvního úkolu by si nyní dala kolu. Dojde tedy k baru, kde je, jako obvykle, dlouhá fronta. Zaměří tedy svůj zrak více nahoru a povšimne si krepové výzdoby. Konkrétně ji zaujaly krepové růže a začne přemýšlet, že by si doma také ráda podobné vyrobila (ukázka krepových růží). Na jednu růži potřebuje krepové papíry 2 různých barev. Doma má krepové papíry celkem 5 barev – žluté, oranžové, červené, modré a zelené. Všechny barvy má v dostatečném množství. Kolik různých růží si může vyrobit? Zkus použít k řešení zápis pomocí grafu. Pozor, je rozdíl, jestli vytvoří oranžový okraj a žlutý střed, nebo žlutý střed a oranžový okraj.“

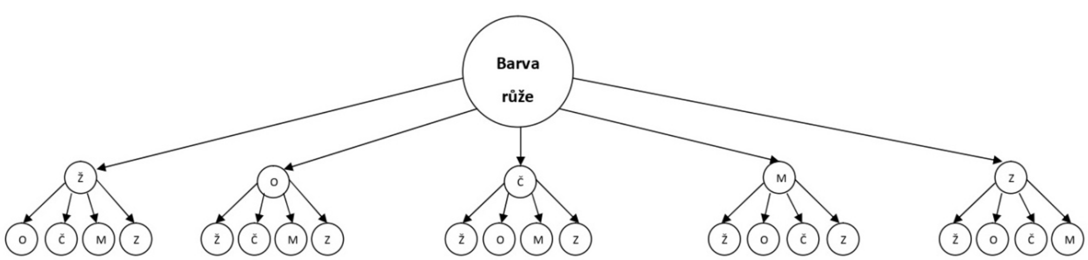
Rychlejší žáci si mohou vybrat ze dvou variant. Buď pomoci pomalejším žákům s řešením, nebo řešit stejnou úlohu s jiným počtem barevných krepových papírů.

Obr. 24 Ukázka krepové růže

Foto autor

Učitel se na závěr zeptá: „Jak vypadá tvůj kořen? Kolik máš v grafu listů? Kolik větví? Na kolik řešení jsi přišel?“

Obr. 25 Řešení barva růže



Zdroj: vlastní zpracování

Kola: dvůr kulturního domu: 15 minut

Motivace a zadání: „Naše návštěvnice konečně vystála dlouhou frontu a nyní si už opravdu objednává kolu, která stojí 40 Kč. Musí dát ještě 50 Kč zálohu na kelímek, zaplatí tedy stokorunovou bankovkou. Kolik jí barman vrátí? V jakých mincích jí může vrátit, jestliže jich má v kase od všech hodnot dostatek? Zkus přijít na všechna řešení a zakreslit je pomocí grafu.“

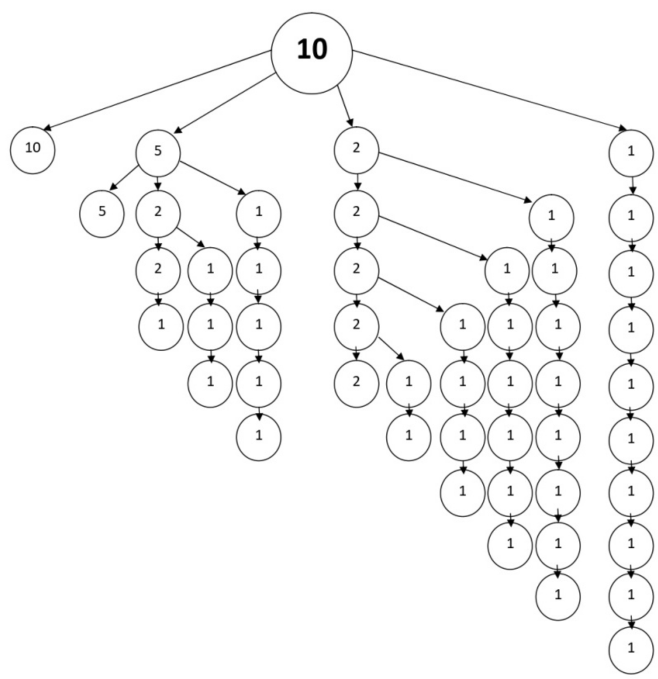
Učitel přečte a rozdá zadání včetně papírů pro výpočty, každý žák pracuje samostatně.

Poznámka: Pro žáky tento úkol znamená vyšší míru abstrakce – už nepoužívají reálné předměty (papírové peníze) a je třeba, aby si uvědomili, jaké mince v ČR používáme.

Učitel se na závěr zeptá: „Jak vypadá tvůj kořen? Kolik máš v grafu listů? Kolik větví? Na kolik řešení jsi přišel?“

Rychlejší žáci mají možnost volně se pohybovat na území blíže specifikovaném učitelem.

Obr. 26 Řešení kola



Zdroj: vlastní zpracování

Fotokoutek: 15 minut

Zadání úlohy proběhne formou dramatizace.

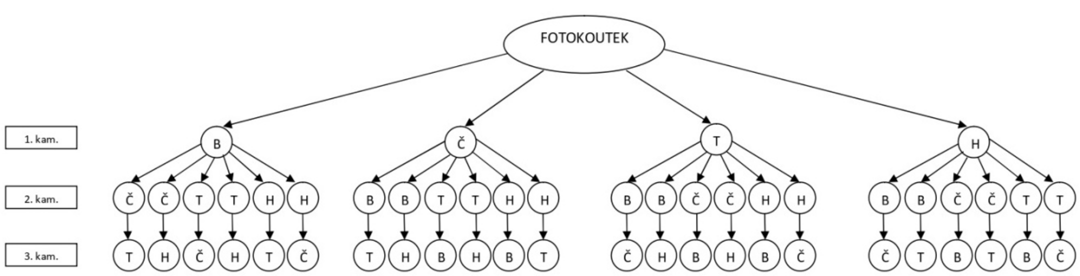
Motivace a zadání: „Naše návštěvnice nyní potkala své 2 kamarádky a společně se rozhodly, že se vyfotí ve fotokoutku. (Žáci zvolí v okolí jedno pěkné místo, které bude představovat fotokoutek.) U fotokoutku obvykle bývá k dispozici několik propriet, se kterými se můžeme vyfotit. V tom našem máme k dispozici brýle, čelenku, hlášku a třásně. Nyní potřebuji 3 dobrovolníky, kteří by návštěvnici a její 2 kamarádky hráli. Každá dívka si vždy vybere a na focení vezme přesně jednu z propriet. Kolik fotografií si mohou s různými variacemi propriet udělat? (Dobrovolníky ve fotokoutku vždy, když vymyslí novou variantu, vyfotíme. Toto několikrát zopakujeme, abychom dobře vysvětlili zadání úkolu.)

Obr. 27 Fotografie propriet

Foto autor

Žáci úlohu řeší na papíru ve skupinkách po 3. Učitel dbá na dodržování termínů hláška, třásně, čelenka, brýle, protože mají odlišné počáteční písmeno, což se bude při zápisu řešení hodit.

Obr. 28 Řešení fotokoutek



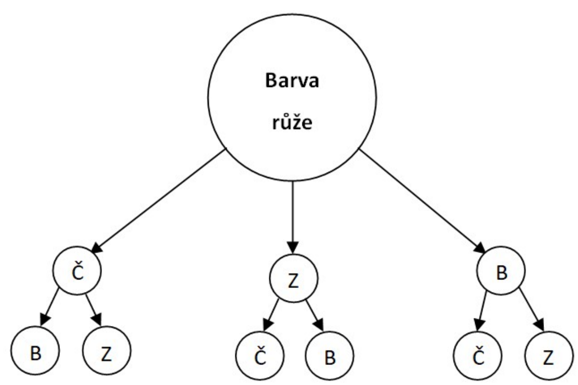
Zdroj: vlastní zpracování

Závěrečná část: odehrává se v učebně: 10 minut

Učitel se ještě jednou vrátí k výukovým cílům stanoveným na začátku výukového bloku. Společně s žáky prodiskutuje, zda došlo k jejich naplnění. Následně rozdá krátký dotazník s následujícími otázkami:

1) Dařilo se ti dnes řešit úlohy? Které ano, které ne?
2) Byl pro tebe program lehký/těžký/tak akorát?
3) Zakresli libovolný kořenový strom a vyznač kořen, větev, list a orientovanou hranu.
4) I ty si chceš vyrobit krepové růže různých barev. Doma máš k dispozici 3 barvy – červenou, bílou a zelenou, všechny v dostatečném množství. Kolik různých růží můžeš vytvořit?
5) Je něco, co mi chceš vzkázat?

Obr. 29 Řešení otázky z dotazníku



Zdroj: vlastní zpracování

6.2 Vlastní zpětná vazba

1. úloha žákům nečinila zásadnější obtíže. Každá dvojice přišla alespoň se třemi různými řešeními. Vzhledem k nízkému počtu možných řešení (4) jsem si nevšimla, že by některá dvojice svá řešení zapisovala systematičtěji. Spíše žáci kontrolovali, aby jim pokaždé vyšel výsledný součet 250 Kč. Strukturování úlohy do grafu pro ně tedy bylo něco naprosto nového.

Sestavování rodokmene bylo pro žáky náročnější, než jsem předpokládala, tudíž jsem jim s jejich tvorbou často musela individuálně dopomoci. Největší obtíže nastaly v případě, když chtěl daný žák do svého rodokmene přidat ještě sourozence. Potom už totiž daný graf přestává být stromem. Pro příště by tedy bylo vhodnější, aby učitel jasně určil kořen stromu – to bude jméno žáka a následně by žák do svého rodokmene doplňoval pouze jména svých rodičů a prarodičů.

Nakonec jsem se rozhodla, že bude pro žáky lepší řešit úlohu o krepových růžích ve stejných dvojicích jako v úloze o vstupném. Tato úloha byla pro žáky opravdu velmi náročná. Mým záměrem při tvorbě programu však bylo vymyslet dostatečně složitou úlohu, aby byli žáci tímto nuceni využít pro její správné a názorné řešení právě systematičtější zápis pomocí grafu. Na 20 různých řešení, které úloha nabízí, už totiž pouhou metodou pokus-omyl nepřijdou. Jedna dvojice úlohu zdárně vyřešila s použitím tabulky. Pochválila jsem je za systematický způsob řešení, a protože skončili dříve než ostatní dvojice, pobídla jsem je i k tomu, aby se nyní pokusili řešení zapsat pomocí grafu. Největší obtíže činilo žákům rozpoznat kořen. V tomto konkrétním případě se totiž jedná pouze o něco připomínající nadpis. Mnoho dvojic tento problém vyřešilo tím, že vytvořily 5 menších grafů, které odpovídaly ukázkovému řešení po odstranění kořenu. Vytvořily tím tedy les sestávající z jednotlivých stromů. Nicméně i tato úloha si žádala velkou dopomoc ode mě směrem k žákům.

Vzhledem k pokročilým časovým podmínkám jsem byla nucena úlohu o kole zcela vynechat.

Dramatizaci úlohy o fotokoutku si žáci velmi intenzivně užívali. Jako dobrovolníci k realizaci úkolu se přihlásili tři kluci, kteří se svých rolí zhostili velmi zdařile. Rebelsky si zvolili jako „pěkné“ místo v okolí barevné kontejnery na tříděný odpad ve dvoře kulturního domu. Všichni žáci pochopili zadání úlohy správně. Toto tvrzení jsem si v průběhu jejího řešení několikrát ověřovala. Na všechny způsoby řešení však nepřišel nikdo. Vhodnou motivací se mi podařilo probudit v žácích nadšení a zvědavost na její řešení. Vzhledem k chladnému počasí jsme se tedy přesunuli zpět do školy, kde jsem na tabuli provedla ukázkový způsob zápisu všech řešení. Z reakce žáků jsem pochopila, že způsobu zápisu řešení nyní rozumí a největší problém pro ně byl uvědomit si, kam zařadit kamarádky – odpovídají jim totiž jednotlivé řádky/úrovně grafu.

6.3 Analýza dotazníků

V první otázce týkající se náročnosti jednotlivých úloh žáci opět odpovídali velmi individuálně. Oproti dotazníku z minulého týdne už žáci častěji přiznali, že jim některé úlohy činily obtíže. Nejčastěji se objevovala odpověď, že jim činila obtíže úloha o fotokoutku.

U druhé otázky týkající se náročnosti programu 8 žáků z 10 uvedlo prostřední náročnost, tedy „tak akorát“. 2 žáci uvedli, že se jim program zdál těžký. Odpovědi na první a druhou otázku odpovídají i mému pozorování žáků v průběhu výukového bloku.

Ve třetí otázce všichni žáci správně vytvořili kořenový strom. 3 žáci vyznačili všechny termíny zcela správně. 3 žáci s jednou chybou, případně drobnou nepřesností – nejčastěji se týkala pojmu větev. 4 žáci zakreslili pouze kořenový strom. Je otázkou, jestli to bylo tím, že nedočetli otázku dál, nebo daným pojmům nerozuměli.

Ve čtvrté otázce všichni žáci přišli na správnou odpověď 6. Tím, že v otázce záměrně nebylo uvedeno, jakým způsobem mají žáci úlohu řešit, volili různé strategie. 5 žáků zakreslilo situaci pomocí grafu. 3 žáci možnosti vypsali, ale ne náhodně, bylo patrné, že při vypisování postupovali systematicky. 1 žák růže kreslil a 1 vyřešil úlohu zcela zpaměti.

Podobně jako v předchozím výukovém bloku si myslím, že pokud by se teorie grafů a konkrétně kořenové stromy staly samostatným tématem učebnic pro 1. stupeň ZŠ, bylo by třeba přidat úloh daleko více, než nabízím já ve své diplomové práci. Žáci by si tím způsob práce s grafy a jejich zápis lépe zafixovali. Je otázkou, jakou náročnost u jednotlivých úloh zvolit. Při menším počtu řešení žáci nejsou úlohou dostatečně motivováni ke schematičtějšímu zakreslení situace pomocí grafu, jak je i patrné z odevzdaných dotazníků u otázky 4. Úlohy s vyšším počtem řešení zase mohou žákům především na začátku činit obtíže. To je rovněž patrné i z dotazníku, především u otázek 1 a 2.

Na poslední otázku 5 žáků neodpovědělo, případně napsalo „ne“ nebo „nic“. Ostatní vzkazy byly pozitivní. Jeden žák zmínil chladné počasí.

Domnívám se, že cíle stanovené na začátku výukového bloku se nepodařily naplnit u některých žáků v plném rozsahu. V příštím výukovém bloku je naplánované úlohy na využití zápisu pomocí kořenového stromu ještě zopakovat, proto věřím, že se podaří dosáhnout stanovených cílů u všech žáků později.

7. Třetí výukový blok

Téma 3. bloku: Nejkratší cesta, obecné grafy, opakování

Časová dotace: 180 minut

Cíle: Žák vysvětlí pojem ohodnocený graf. Žák vybere z grafu potřebné informace. Žák aplikuje v konkrétních úlohách řešení pomocí grafu.

Pomůcky: vytištěné mapy, vytištěné ohodnocené grafy, volné papíry pro 1. a 2. úkol

Rozvíjené klíčové kompetence podle MŠMT (2021):

kompetence k řešení problémů:

- vyhledá informace vhodné k řešení problému, nachází jejich shodné, podobné a odlišné znaky, využívá získané vědomosti a dovednosti k objevování různých variant řešení, nenechá se odradit případným nezdarem a vytrvale hledá konečné řešení problému
- samostatně řeší problémy; volí vhodné způsoby řešení; užívá při řešení problémů logické, matematické a empirické postupy (s. 11)

7.1 Program včetně předpokládané časové dotace

Úvod: odehrává se v učebně: 15 minut (včetně cesty)

- Stručné vyjádření k dotazníkům z předchozího setkání
- Představení cílů druhého bloku: „Po dnešním čtyřhodinovém bloku byste měli:
    - rozumět pojmu ohodnocený graf
    - umět sestavit různé typy grafů, pomocí kterých vyřešíte slovní úlohy
    - vyčíst z grafu potřebné informace“
- Stručné poučení o bezpečném chování ve venkovním prostředí a následný zápis o tomto poučení do třídní knihy včetně zápisu prezence
- Žáci si s sebou vezmou: desky, pouzdro, svačinu, pití

Mapa: u kulturního domu: 30 minut (včetně cesty)

Obr. 30 Mapa se stanovišti

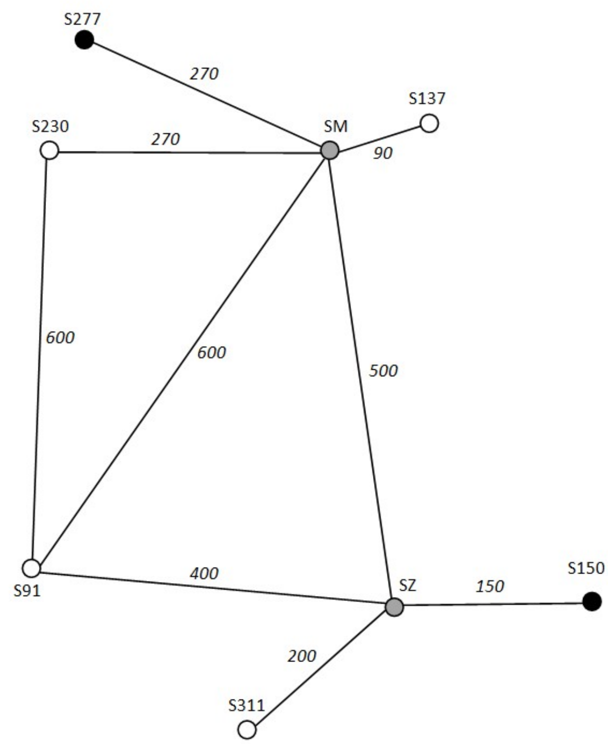
Zdroj: https//www.google.com/maps, upraveno autorkou

Žáky rozdělí učitel do dvojic, případně trojic pomocí losu. Následně dá každé dvojici mapu. Učitel nechá žáky přibližně minutu seznámit se s mapou, žáci tedy mapu pouze pozorují. Poté položí několik otázek: „Co vidíme na mapě? Kde se nyní nacházíme? Co znázorňují body zakreslené na mapě? Proč jsou 2 z těch očíslovaných bodů vyznačené červenými tečkami? Později se dozvíme, co znamenají žluté tečky.“

Motivace a zadání: „Dnes si vyzkoušíme jednu z práce hlavní stárky. Vaším úkolem bude vymyslet trasu průvodu. Průvod vychází od kulturního domu. Nejdříve se průvodem přichází k hlavní stárce. Tento bod máte vyznačený v mapě červenou tečkou – budeme ho považovat za začátek trasy. Průvod bude končit na hasičské zbrojnici – tu máte rovněž vyznačenou v mapě červenou tečkou. Mimochodem, všimli jste si, jaké číslo popisné má naše hasičská zbrojnice? Požadavky na trasu průvodu tedy jsou, aby byla trasa průvodu co nejkratší, začínalo se u hlavní stárky, po cestě jsme navštívili domy všech stárek, které jsou vyznačeny na mapě, a průvod skončil na hasičské zbrojnici.“

Poté učitel rozdá dvojicím žáků grafy, kde budou zaznačeny konkrétní vzdálenosti. Nyní učitel vysvětlí, co znamená SM a SZ (Sivice most, Sivice zastávka). Tyto body mohou žáci rovněž najít ve svých mapách v podobě žlutých teček. Následně se učitel zeptá: „Změnili byste trasu na základě číselných údajů z grafu? Vypočítejte, kolik metrů podle vaší trasy ujdeme."

Obr. 31 Ohodnocený graf domy stárek



Zdroj: vlastní zpracování

Následuje diskuze s žáky o jejich řešení a společné rozhodnutí o trase.

Očekávaná trasa: S277, SM, S137, SM, S230, S91, SZ, S311, SZ, S150 – 2270 m

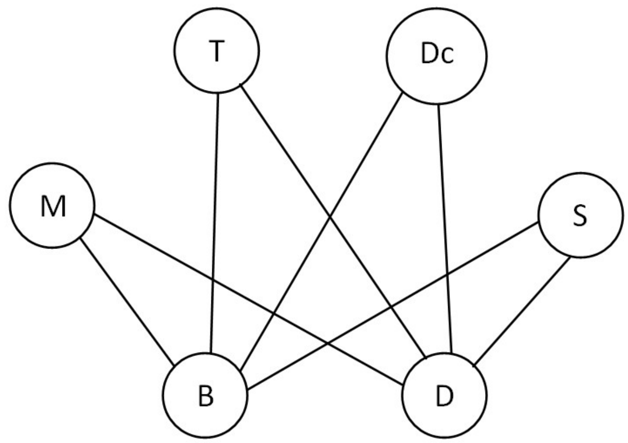
Podávání rukou: S277: 20 minut (včetně cesty)

Motivace: „Máme hodový den, je právě něco málo před polednem. Na oběd přijede návštěva. Je třeba se s ní přivítat podáním ruky."

Zadání: Naše rodina má 4 členy: tatínka, maminku, dceru a syna. Na návštěvu přijela babička a děda. Kolikrát si mezi sebou podají ruce?

Dramatizace: „Situaci nejprve zahrajeme. Bude si babička podávat ruku s dědou? (Ne.) Bude si maminka podávat ruku s dcerou? (Ne.) Kolikrát si tedy mezi sebou podají ruce účastníci slavnostního oběda? Zakresli grafem.“

Obr. 32 Řešení podávání rukou



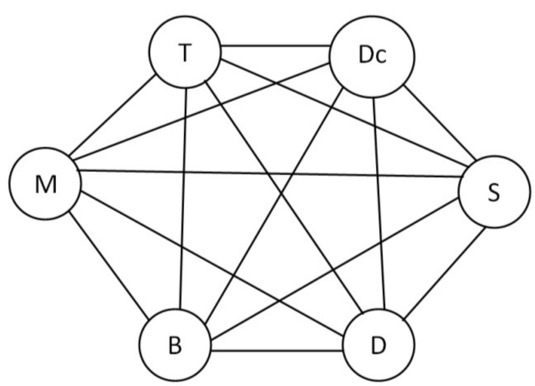
Zdroj: vlastní zpracování

Celkem si podají ruce 8krát. (Pozn. jedná se o úplný bipartitní graf)

Cinkání skleniček: S137: 20 minut (včetně cesty)

Zadání: Než účastníci slavnostního oběda z předchozí úlohy začnou jíst, připijí si na zdraví. Skleničkou si cinkne každý s každým (můžeme předvést dramatizací). Kolikrát cinknutí uslyšíme? Zkus to zakreslit grafem a spočítat.

Obr. 33 Cinkání skleniček řešení



Zdroj: vlastní zpracování

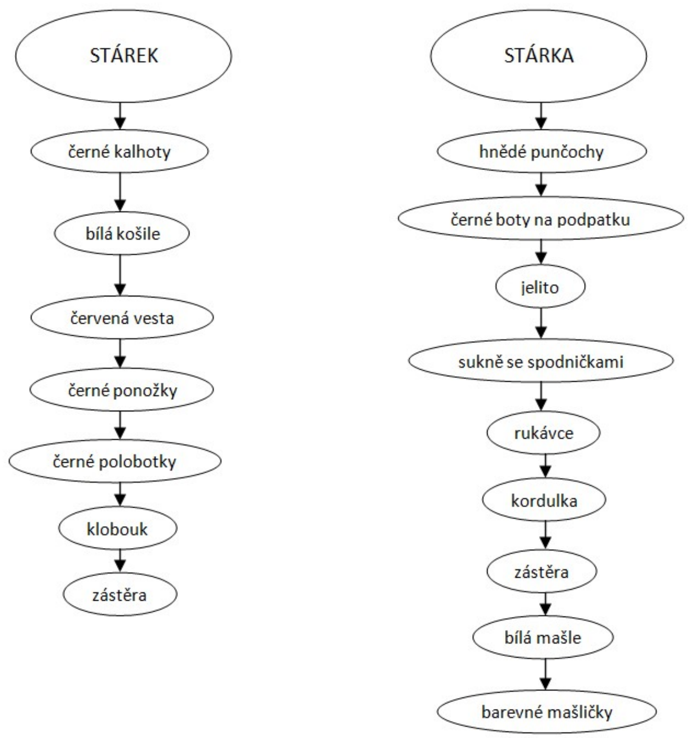
Poznámka: Jedná se o úplný graf.

Oblékání do kroje: S230: 20 minut (včetně cesty)

Zadání: Nejprve napiš, co všechno si musí v hodový den obléci stárek a co všechno stárka. Následně očísluj jednotlivé části kroje v pořadí, ve kterém si ho budou oblékat. Na závěr zapiš do grafu.

Žáci pracují ve dvojicích, ale mají možnost v případě potřeby spolupracovat i s jinými dvojicemi, protože ne každý zná všechny součásti kroje a nemusí vědět, jakým způsobem se obléká.

Obr. 34 Řešení oblékání do kroje



Zdroj: vlastní zpracování

Poznámka: Řešení této úlohy pomocí grafu lze později využít například v hodině českého jazyka. Může zde plnit funkci osnovy při tvorbě popisu pracovní činnosti (mezipředmětové propojení).

Přestávka: 20 minut + 5 minut přesun

Žáci se občerství a mají možnost navštívit v případě potřeby toaletu na obecním úřadě.

Zpěvník: S91: 20 minut (včetně přesunu)

Žáci pracují stále ve stejných dvojicích.

Zadání: Během průvodu se u každého domu z grafu (viz Obr. 31 Ohodnocený graf domy stárek) musí zazpívat 2 písně. Platí to i pro budovu hasičské zbrojnice. Současně se zpívá i po cestě. Mezi 2 domy stárci začnou zpívat novou píseň každých 400 m. Kolik jich musí minimálně znát, když se nesmí opakovat? Kolik si myslíte, že jich máme ve zpěvníku?

Řešení: Dohromady je 6 domů, to odpovídá $6 \cdot 2 = 12$ písním. Z grafu lze vypočíst, že po cestě stárci zazpívají 7 písní. Dohromady jich tedy musí znát alespoň $12 + 7 = 19$.

Ve stárkovském zpěvníku je celkem 68 písní.

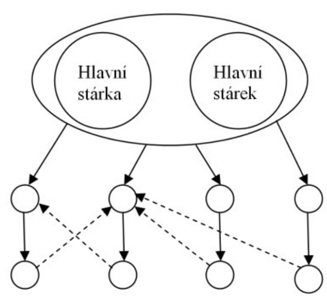
Svolávání: S311: 20 minut (včetně přesunu)

Žáci řeší úlohu opět ve dvojicích.

První část úlohy: Z grafu průvodu zjisti, kolik máme stárků a stárek, když v žádném domě současně nestárkují sestry.

Zadání: O večerní zábavě se začali stárci a stárky svolávat dohromady, protože se blížila půlnoc a vynášení. „Po této sérii všichni na parketu," řekl hlavní pár. Hlavní pár tuto informaci sdělil 4 stárkům. Každý z nich tuto informaci sdělil dalšímu 1 stárkovi (stárce), který to ještě nevěděl. Tito stárci informaci rovněž předali dalšímu 1 stárkovi (stárce). Kolikrát se tuto informaci mohl 1 stárek maximálně dozvědět?

Obr. 35 Řešení svolávání



Zdroj: vlastní zpracování

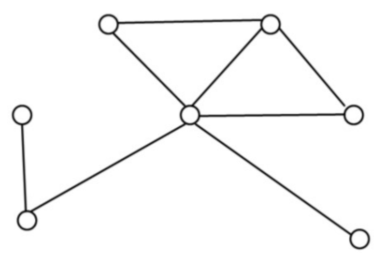
Řešení: 10 stárků a stárek, maximálně 4krát

Závěr: S150: 25 minut

Učitel se ještě jednou vrátí k výukovým cílům stanoveným na začátku výukového bloku. Společně s žáky prodiskutuje, zda došlo k jejich naplnění. Následně rozdá krátký dotazník s následujícími otázkami:

1) Dařilo se ti dnes řešit různé úlohy? Které ano, které ne?
2) Byl pro tebe program lehký/těžký/tak akorát?
3) Co je to ohodnocený graf? (Můžeš i nakreslit)
4) U svátečního stolu sedělo 7 lidí. Všichni si navzájem přiťukli skleničkami. Kolik jsme mohli uslyšet cinknutí? Vypočítej a zakresli grafem.
5) V jakých mincích můžeš někomu zaplatit 5 Kč. Najdi všechny možnosti a zakresli grafem.
6) Jde zakreslit tento obrázek jedním tahem?

Obr. 36 Jednotažka zpětná vazba

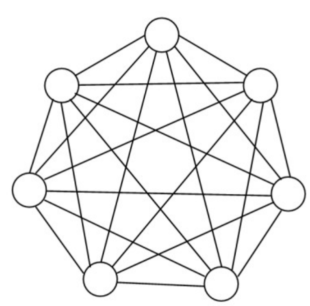


Zdroj: vlastní zpracování

7) Je něco, co mi chceš vzkázat?

Řešení úloh z dotazníku

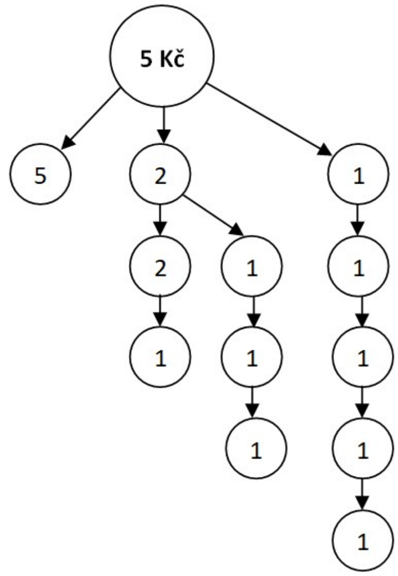
Obr. 37 Řešení otázky 4 dotazník



Zdroj: vlastní zpracování

Řešení: 21krát

Obr. 38 Řešení otázky 5 dotazník



Zdroj: vlastní zpracování

Řešení: 4 možnosti

Řešení otázky 6: Ne

Přestávka: 20 minut + 10 minut přesun zpět

Žáci mají možnost se proběhnout na hřišti.

7.2 Vlastní zpětná vazba

První úkol týkající se nejkratší trasy průvodu žáci zvládli dobře. V mapě i v grafu se snadno zorientovali, nalezli nejkratší trasu, která splňovala zadané podmínky, a potřebné číselné informace z grafu správně vyčetli. U některých dvojic se pouze projevily obtíže při sčítání čísel pod sebou. Chyby byly způsobeny nedůsledným opsáním odpovídajících si číselných řádů pod sebe.

Situace venku, kdy žáci v rukou drželi mapy, přímo vybízela k mezipředmětovému propojení výukového programu s vlastivědou. Vždy jsme tedy zvolili jednu dvojici žáků, která nás od jednoho stanoviště ke druhému pomocí mapy dovedla. Výhodou pro žáky byla orientace ve známém prostředí. Společně jsme si zopakovali i světové strany v souvislosti se správným zorientováním mapy. Práci s mapou si tudíž žáci mohli prakticky vyzkoušet v bezpečném prostředí. Kromě jedné dvojice se tento úkol žákům dařil bez problémů.

Po minulém výukovém bloku jsem měla obavy, zda žáci pochopili, jakým způsobem se zapisují grafy pomocí kořenového stromu, a jestli tento způsob zápisu dokážou někdy v budoucnu využít. Moje obavy rozptýlila úloha týkající se podávání rukou. K jejímu řešení totiž všechny dvojice přistoupily tak, že vytvořily jeden nesouvislý graf typu les složený ze dvou komponent typu kořenový strom. V první komponentě byla kořenem babička a ve druhé dědeček. Za způsob řešení jsem tedy žáky pochválila a svoji variantu řešení jsem jim ukázala pouze jako další možnou alternativu. Věděla jsem totiž, že můj způsob řešení budu potřebovat využít v následující úloze.

I následující úlohu týkající se cinkání skleniček zvládli žáci dobře. Pro příště bych se je pouze snažila motivovat k vytvoření rozměrem opravdu velkého grafu, protože se někteří ztráceli ve velkém množství hran.

V úloze o oblékání do kroje jsme společně s žáky přišli na to, že se postup v různých rodinách může mírně lišit. Stejně tak se mírně odlišovala přítomnost těch části kroje, které nejsou vidět, tzn. počet a délka spodniček, přítomnost jelita, přítomnost šlí pod rukávci. Jedna dvojice chlapců pojala úkol velmi podrobně a do svého řešení zahrnula i části spodního prádla. Proti tomu samozřejmě nešlo cokoli namítat, nicméně si jako přirozený důsledek svého jednání úkol zbytečně prodloužili, zatímco ostatní už úkol zdárně dokončili a mohli začít svačit.

V úloze týkající se zpěvníku žákům činilo největší obtíže pochopení formulace: „Mezi 2 domy stárci začnou zpívat novou píseň každých 400 m.“ Po individuálním vysvětlení už žáci řešení bez problému našli. Zajímavé byly odhady žáků o počtu písní ve zpěvníku – častokrát několikanásobně vyšší oproti skutečnosti.

Protože už byli žáci na konci programu unavení, úlohu o svolávání jsme řešili všichni společně. Snažila jsem se, aby s nápady, jak úlohu řešit, přišli samotní žáci, rovněž jsem používala návodné otázky.

7.3 Analýza dotazníků

Na první otázku týkající se náročnosti jednotlivých úloh žáci odpovídali velmi individuálně. 1 žák uvedl, že měl dnes obtíže při řešení téměř všech úloh (pozn. ten stejný žák poté ve druhé otázce uvedl, že byl pro něho program těžký). 3 žáci uvedli, že měli potíže při řešení pouze jedné úlohy, v ostatních úlohách se jim dařilo. 4 žáci uvedli, že se jim dařilo řešit všechny úlohy. 2 žáci vypsali pouze úlohy, které se jim dařilo řešit, a k ostatním se nevyjádřili.

U druhé otázky týkající se náročnosti zvolilo 9 žáků z 10 prostřední variantu, tedy „tak akorát". 1 žák zvolil variantu těžký.

Ve třetí otázce 9 žáků z 10 správně zakreslilo libovolný ohodnocený graf. 1 žák otázku nevyplnil.

Ve čtvrté otázce se objevil obdobný problém jako v průběhu výukového programu. Bohužel jsem pod otázkou nenechala dostatečné místo pro řešení, tudíž se ve svých grafech někteří žáci nebyli schopní zorientovat. 1 žák na otázku neodpověděl. 3 žáci odpověděli zcela chybně. 1 žák situaci správně znázornil, ale nebyl následně schopen vyčíst počet řešení – to považuji spíše za svoji chybu. 2 žáci vyřešili úlohu zcela správně a řešení zakreslili pomocí kořenového stromu. 1 žák situaci znázornil pomocí více kořenových stromů, ale vyšel mu dvojnásobný výsledek (protože když si první člověk přiťukne s druhým, současně to znamená, že si druhý přiťukl s prvním). 1 žák vyřešil úlohu správně, ale algebraicky. 1 žák si vytvořil pyramidu a úlohu správně vyřešil.

Na pátou otázku 3 žáci z 10 odpověděli zcela správně, 3 žáci z 10 odpověděli zcela chybně. 2 žáci z 10 pouze opomněli 1 možnost a to platit pětikorunou. 1 žák měl správně zapsaná všechna řešení v grafu, ale chybně z něj vyčetl jejich počet. 1 žák vytvořil rozklady i za pomocí čísel, jejichž hodnoty nemáme na mincích a rovněž mu jedno řešení chybělo.

Na šestou otázku 8 žáků z 10 správně odpovědělo, že graf nelze zakreslit jedním tahem. Jeden žák nechal otázku nevyplněnou a jeden napsal, že ano. Dle jeho náčrtku předpokládám, že některé hrany využil při řešení vícekrát.

Na poslední otázku 4 žáci neodpověděli, případně napsali „ne“ nebo „nic“. Ostatní dotazníky obsahovaly pozitivní zpětnou vazbu.

Domnívám se, že cíl: „Žák vysvětlí pojem ohodnocený graf,“ byl téměř u všech žáků naplněn. Rovněž se na základě pozorování žáků během výukového programu a z analýzy dotazníků domnívám, že u většiny žáků byl naplněn cíl: „Žák aplikuje v konkrétních úlohách řešení pomocí grafu.“ V dotaznících znázornilo alespoň jednu ze dvou úloh pomocí grafu 8 žáků z 10. Na základě pozorování žáků v průběhu výukového bloku se rovněž domnívám, že cíl: „Žák vybere z grafu potřebné informace,“ byl naplněn. Žáci se v ohodnoceném grafu bezpečně orientovali bez jakékoli mojí pomoci a s potřebnými informacemi z něho dále pracovali.

Závěr

Hlavním záměrem diplomové práce bylo navázat na již obhájené diplomové práce a rozšířit povědomí o teorii grafů a jejím možném využití již na 1. stupni ZŠ. Současně si kladla za cíl poskytnout příklady aktivit týkajících se této matematické disciplíny, které je možné s žáky ve venkovním prostředí realizovat, a analyzovat jejich průběh. Teorie grafů svým širokým uplatněním nabízí neomezené možnosti funkčního propojení jednotlivých výukových předmětů mezi sebou. Tato práce využívá cílené začlenění místních tradic a zvyků do úloh spjatých s teorií grafů. Není to ale jediná možnost využití. Motivaci jednotlivých úloh lze libovolně měnit podle aktuálních vzdělávacích potřeb.

V empirické části práce je předložen výukový program pro žáky 5. ročníku ZŠ. Program byl realizován ve 3 výukových blocích. Ve výstupech ze všech 3 výukových bloků se objevovala potřeba poskytnutí většího časového prostoru pro žáky, aby nastala hlubší fixace nových poznatků a postupů pomocí vyššího množství principiálně stejných úloh. V prvním výukovém bloku bylo zjištěno, že je třeba u první úlohy zvolit opačný postup při zadávání, tedy nejprve nechat žáky vyřešit danou úlohu na papíru (přiřadit k jednotlivým uzlům čísla) a poté teprve nechat žáky vytvořit ornament pomocí provázku. Ve druhém výukovém bloku bylo zjištěno, že je třeba zadání úlohy s rodokmenem ještě podrobněji specifikovat. Dále je třeba věnovat se pečlivěji pojmu kořen a různým podobám, které může mít. V neposlední řadě vyvstala otázka, zda počty řešení kombinatorických úloh nesnížit. Ve třetím výukovém bloku bylo zjištěno, že u úloh zaměřených na řešení pomocí úplných grafů je třeba nabídnout žákům dostatečně velký prostor pro zápis řešení a k jeho využití je motivovat. U všech úloh uvedených ve výukovém programu byla uvedena jejich řešení. Dále byly uvedeny podrobnější informace týkající se průběhu jednotlivých výukových bloků a úrovně osvojených znalostí a dovedností žáků na jejich konci.

V teoretické části je předložena syntéza poznatků a informací spjatých s kladenými cíly diplomové práce a potřebných k jejich úspěšnému naplnění. Je možné v ní najít výčet základních pojmů, které se používají v teorii grafů. Z pojmů byly záměrně uvedeny ty, které se v empirické části aktivně používají nebo jejichž znalost je pro učitele pro pochopení a realizaci výukového programu klíčová. V návaznosti na tyto pojmy je zařazena kapitola týkající se mnohoznačnosti některých pojmů teorie grafů s pojmy běžně užívanými ve školské matematice. Ta má za cíl na tuto skutečnost a možná úskalí poukázat, aby se zamezilo vzniku miskonceptů u žáků. Další podkapitola začleňuje do kontextu teorie grafů slovní úlohy. Akcentuje se zde zejména důležitost grafického znázornění matematického problému. Teorie grafů zde slouží jako další způsob, jakým toto znázornění provést. Teoretická část dále obsahuje informace týkající se tradice sivických hodů potřebné k pochopení motivace jednotlivých úloh. V neposlední řadě se teoretická část práce z důvodu realizace výukového bloku ve venkovním prostředí zabývá specifiky tohoto způsobu vyučování.

Doufám, že jsem svojí diplomovou prací napomohla otevřít diskuzi o zařazení teorie grafů do kurikulárních dokumentů jako samostatného tématu. Budu ráda, když se moje práce stane pro učitele inspirací k zařazení úloh z teorie grafů do vyučování nebo motivací k realizaci vlastních výukových programů dalších pedagogů ve venkovním prostředí. Pokud by tak chtěl některý pedagog učinit, nechť mě neváhá kontaktovat. Poskytnu mu grafy v odpovídající velikosti a kvalitě.

Seznam zdrojů

Blažková, R., Matoušková, K., & Vaňurová, M. (2002). *Kapitoly z didaktiky matematiky (slovní úlohy, projekty).* Masarykova univerzita.

Demel, J. (1989). *Grafy: Matematika pro vysoké školy technické.* SNTL.

Demel, J. (2002). *Grafy a jejich aplikace.* Academia.

Dudák, J. (2017). *Jordanova věta o kružnici* [Bakalářská práce, Univerzita Karlova]. Digitální repozitář UK. https://dspace.cuni.cz/bitstream/handle/20.500.11956/86213/BPTX_2015_1_11320_0_410300_0_139602.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Faskunger, J. Szczepanski, A., & Åkerblom, P. (2018). Teaching with the Sky as a Ceiling, *A review about the significance of outdoor teaching for children's learning in compulsory school*. Linkóping University

Francová, M., & Lvovská, L. (2014). *Texty k základům elementární geometrie: pro studium učitelství 1. stupně základní školy.* Masarykova univerzita.

Fuchs, E. (1986). *Kombinatorika a teorie grafů.* SPN.

Gregor, M., & Řehák, J. (1984). *Matematika pro sociology*. SPN.

Gavora, P. (2000). *Úvod do pedagogického výzkumu* (V. Jůva, překl.). Paido.

Hanuš, L., Hušková, B., Kulich, J., Munzarová, L., & Richterová, K. (2010). *Učíme se dobře rozhodovat pro budoucnost: Budování vztahů mezi školami, obcemi a správci veřejných pozemků a prostor cestou místně zakotveného učení a zapojování občanů.* https://www.skolaprozivot.cz/wp-content/uploads/Ucime-se-dobre-rozhodovat-pro-budoucnost.pdf

Hofmann, E. (2012). *Současný stav a perspektivy integrovaného terénního cvičení na PdF MU: Teze k tvorbě koncepce terénní výuky.* Masarykova univerzita. [online]. Dostupné z: https://is.muni.cz/auth/el/1441/podzim2012/Ze0043/um/uvod_TV_12.pdf

Kousalová, M. (2021a). *Sivické hody 2021* [fotografie 915]. Majky Kousalová | Zonerama.com. Dostupné z: https://eu.zonerama.com/MajkyKousalova/Photo/7600929/282859507

Kousalová, M. (2021b). *Kácení máje – Sivice 2021* [fotografie 197]. Majky Kousalová | Zonerama.com. Dostupné z: https://eu.zonerama.com/MajkyKousalova/Photo/7649158/285699061

Kuo, M., Browning, M. H. E. M., & Penner M. L. (2018). Do Lessons in Nature Boost Subsequent Classroom Engagement? Refueling Students in Flight. *Frontiers in Psychology*, 8 (2253). 10.3389/fpsyg.2017.02253

Löwit, J. (2017). *PraSe. Permutace.* https://prase.cz/library/PermutaceJL/PermutaceJL.pdf

MŠMT. (2006). *Metodický pokyn k zajištění bezpečnosti a ochrany zdraví dětí, žáků a studentů ve školách a školských zařízeních zřizovaných Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy.* https://www.msmt.cz/file/38377

MŠMT. (2021). *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. Výzkumný ústav pedagogický. http://www.nuv.cz/file/4982_1_1/

Nevypusť duši. (2019, 09. září). *Syndrom vyhoření u učitelů.* https://nevypustdusi.cz/2019/09/09/syndrom-vyhoreni-u-ucitelu/

Odvárko, O., & Kadleček, J. (2004). *Přehled matematiky pro základní školy a víceletá gymnázia.* Prometheus.

Průcha, J. (2009). *Pedagogická encyklopedie.* Portál.

Rektorys, K. (2000). *Přehled užité matematiky I* (7. vyd.). Prometheus.

Slavík, J., & Siňor, S. (1993). Kompetence učitele k reflektování výuky. *Pedagogika*, 53(2), 155–164. file:///C:/Users/Admin/Downloads/Pedag_1993_2_06_Kompetence_155_164%20(2).pdf

Spáčilová, H. (2003). *Pedagogická diagnostika v primární škole I.* Univerzita Palackého.

Šišma, P. (1997). *Teorie grafů 1736–1963.* Prometheus.

Švec, V. (1997). Sebereflexe jako nástroj profesního (sebe)rozvíjení začínajících učitelů. *Pedagogická orientace*, 7(3), 2–13. https://journals.muni.cz/pedor/article/view/10679/9567

Seznam obrázků

Přílohy

Foto 1 Vyšívání ornamentu

Foto 2 Úloha o fotokoutku

Ukázka vyplněných dotazníků

1) Jak se ti spolupracovalo s ostatními při plnění prvního úkolu (vyšívání ornamentu)?

Dobře

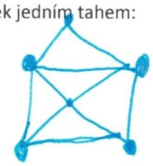
2) Dařilo se ti řešit různé jednotažky rozdané na papírech? Které ano, které ne?

ano

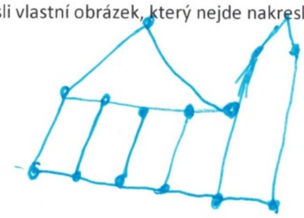
3) Byl pro tebe program lehký/těžký/tak akorát?
4) Co je to uzel? (Můžeš i nakreslit)

5) Co je to hrana? (Můžeš i nakreslit)

6) Nakresli vlastní obrázek jedním tahem:



7) Nakresli vlastní obrázek, který nejde nakreslit jedním tahem:



8) Je něco, co mi chceš vzkázat?

Tento den byl hezký

1) Jak se ti spolupracovalo s ostatními při plnění prvního úkolu (vyšívání ornamentu)?

bylo to dobré

2) Dařilo se ti řešit různé jednotažky rozdané na papírech? Které ano, které ne?

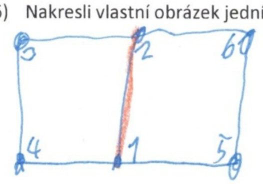
ano všechny

3) Byl pro tebe program lehký/těžký/tak akorát?

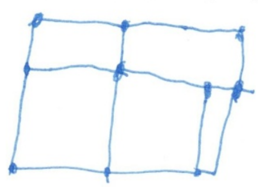
4) Co je to uzel? (Můžeš i nakreslit)

5) Co je to hrana? (Můžeš i nakreslit)

6) Nakresli vlastní obrázek jedním tahem:



7) Nakresli vlastní obrázek, který nejde nakreslit jedním tahem:



8) Je něco, co mi chceš vzkázat?

ne

1) Jak se ti spolupracovalo s ostatními při plnění prvního úkolu (vyšívání ornamentu)?

docela dobře

2) Dařilo se ti řešit různé jednotažky rozdané na papírech? Které ano, které ne?

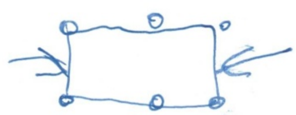
dařilo = kaplička

nedařilo = dveře

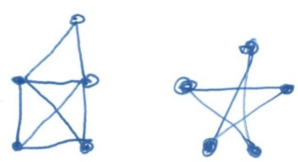
3) Byl pro tebe program lehký/těžký/tak akorát?

4) Co je to uzel? (Můžeš i nakreslit)

5) Co je to hrana? (Můžeš i nakreslit)



6) Nakresli vlastní obrázek jedním tahem:



7) Nakresli vlastní obrázek, který nejde nakreslit jedním tahem:

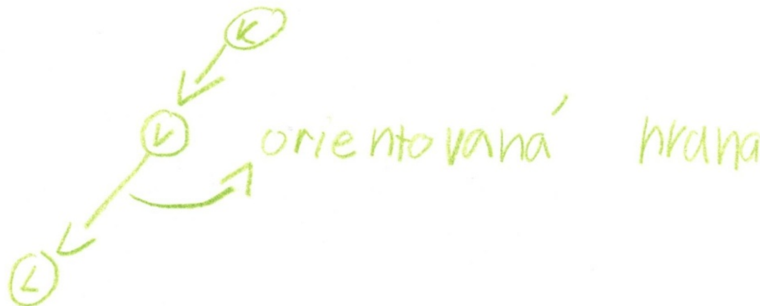
8) Je něco, co mi chceš vzkázat?

bavilo mě to s vámi

1. Dařilo se ti dnes řešit úlohy? Které ano, které ne?

všechy šlo ob bdlo ne

2. Byl pro tebe program lehký/těžký/tak akorát?
3. Zakresli libovolný kořenový strom a vyznač kořen, větev, list a orientovanou hranu.



4. I ty si chceš vyrobit krepové růže různých barev. Doma máš k dispozici 3 barvy – červenou, bílou a zelenou, všechny v dostatečném množství. Kolik různých růží můžeš vytvořit?

Č + Z
C +B
B + Č
B + Z
Č + B
C + Z

5. Je něco, co mi chceš vzkázat?

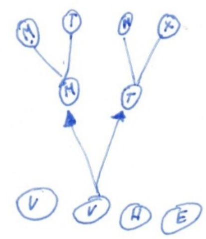
lepší než diktát

1. Dařilo se ti dnes řešit úlohy? Které ano, které ne?

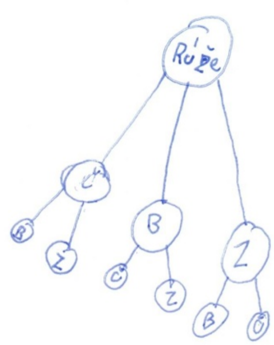
všechny ale
Dařilisemi poslední ne

2. Byl pro tebe program lehký/těžký/tak akorát?

3. Zakresli libovolný kořenový strom a vyznač kořen, větev, list a orientovanou hranu.



4. I ty si chceš vyrobit krepové růže různých barev. Doma máš k dispozici 3 barvy – červenou, bílou a zelenou, všechny v dostatečném množství. Kolik různých růží můžeš vytvořit?



5. Je něco, co mi chceš vzkázat?

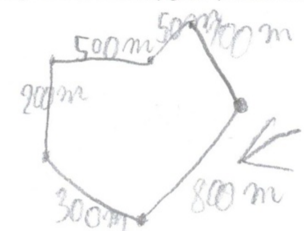
NE

Dařilo se ti dnes řešit různé úlohy? Které ano, které ne?

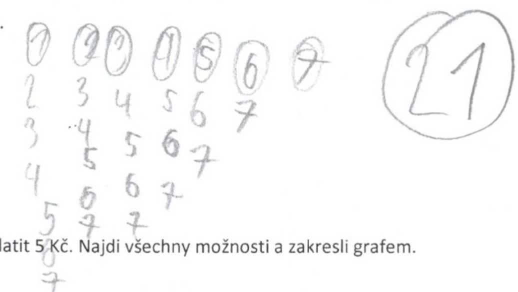
většina ano

Byl pro tebe program lehký/těžký/tak akorát?

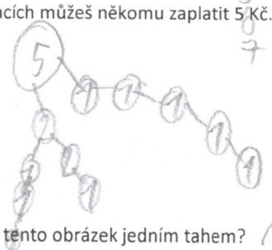
Co je to ohodnocený graf? (Můžeš i nakreslit)



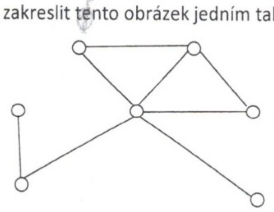
U svátečního stolu sedělo 7 lidí. Všichni si navzájem přiťukli skleničkami. Kolik jsme mohli uslyšet cinknutí? Vypočítej a zakresli grafem.



V jakých mincích můžeš někomu zaplatit 5 Kč. Najdi všechny možnosti a zakresli grafem.



Jde zakreslit tento obrázek jedním tahem? ne



Je něco, co mi chceš vzkázat?

Pamatuješ jak sme spolu tancovali?