Míry asociace

- obecná definice – síla a směr vztahu
- míry asociace pro nominální data
- míry asociace pro ordinální data
- korelace

Míry asociace

- míry asociace vyjadřují **těsnost vztahu proměnných** (a případně **směr** vztahu)
- z chí-kvadrátu se dozvíme pouze, **zda nějaký vztah mezi proměnnými existuje** (tj. zda se liší četnosti pozorované a četnosti očekávané za předpokladu, že proměnné jsou nezávislé)

Míry asociace

- **těsnost (síla) vztahu** – vyjádřena absolutní hodnotou koeficientu
- není shoda v tom, od jaké hodnoty je vztah považován za těsný (někdy uváděno >0.70, jindy >0.30), středně těsný či slabý

Míry asociace

- **směr vztahu** – pouze u ordinálních a kardinálních proměnných
- **pozitivní vztah** – čím vyšší hodnoty jedné proměnné, tím vyšší hodnoty druhé proměnné
- **negativní vztah** - čím vyšší hodnoty jedné proměnné, tím nižší hodnoty druhé proměnné

Míry asociace pro nominální data

- míry asociace pro nominální data ukazují pouze sílu vztahu dvou proměnných, nikoli směr či jiné informace o povaze vztahu

Míry asociace pro nominální data

- rozsah koeficientů je obvykle mezi 0 a 1
  - čím vyšší hodnota, tím těsnější vztah
  - 0 – žádný vztah
  - 1 – absolutní vztah (z hodnot jedné proměnné můžeme předpovědět hodnoty druhé proměnné)
- pro koeficienty je možno spočítat statistickou významnost

Míry založené na chí-kvadrátu

- velikost hodnoty chí-kvadrát je ovlivněna velikostí výběru a počtem kategorií (políček tabulky)
- účelem koeficientů založených na chí-kvadrátu je eliminovat tyto vlivy

Míry založené na chí-kvadrátu

- mezi nejčastěji užívané míry asociace založené na chí-kvadrátu patří koeficienty
  - Fí (Phi)
  - Cramerovo V (Cramer’s V)
  - koeficient kontingence (Contingency Coefficient)

Míry založené na chí-kvadrátu

- **Fí koeficient** - užívá se pro tabulky 2x2 (tj. pro dichotomické proměnné, např. pohlaví)
- vypočte se tak, že se hodnota chí-kvadrátu vydělí počtem osob a výsledek se odmocní

Míry založené na chí-kvadrátu

- (Pearsonův) koeficient kontingence – užívá se někdy místo Fí pro tabulky větší než 2x2
- bohužel jeho max. hodnota je nižší než 1 (závisí na počtu políček tabulky)
- neužívá se proto příliš často

Míry založené na chí-kvadrátu

- Cramerovo V – podobný výpočet jako Fí; počet osob se navíc násobí (počtem řádků – 1)
  - (pokud je počet řádků menší než počet sloupců, jinak počtem sloupců – 1)
- používá se pro tabulky větší než 2x2

Příklad

- příklad z přednášky o Chí-kvadrátu - jak souvisí model manželství s jeho vydařeností
- Chí-kvadrát = 18.71
- počet osob N = 154
- m = (počet řádků – 1) = 3 – 1 = 2

Kontingenční tabulka

MODEL_M: model rodic. rodiny - muz	2-rozměrná tabulka: Pozorované četnosti (family)			
	RODICE_M vydarene	RODICE_M prumerne	RODICE_M nevydarene	Řádk. součty
matka dominance	22	29	18	69
Řádk. četn.	31,88%	42,03%	26,09%	
otec dominance	14	19	11	44
Řádk. četn.	31,82%	43,18%	25,00%	
kooperativnost	29	8	4	41
Řádk. četn.	70,73%	19,51%	9,76%	
Celk.	65	56	33	154

Příklad

- tabulka 3x3 – použijeme Cramerovo V
- $V = \sqrt{\chi^2/(N*m)}$
- $V = \sqrt{18.71/(154*2)}$
- **V = 0,246**

Příklad

- **interpretace:** hodnota 0,246 je poměrně nízká – vztah mezi modelem manželství a jeho vydařeností není příliš těsný (i když statisticky významný – viz výstup ve Statistice)

Výstup ve Statistice

Statist.	Statist. : MODEL_M(3) x RODICE_M(3) (family)		
	Chí-kvadr.	sv	p
Pearsonův chí-kv.	18,71174	df=4	p=,00090
M-V chí-kvadr.	18,83684	df=4	p=,00085
Fí	,3485754		
Kontingenční koeficient	,3291517		
Cramér. V	,2464800		

Další míry asociace

- **Cohenova kappa** – koeficient shody
- většinou používán pro měření shody mezi posuzovateli

Další testy

- **McNemarův test** – pro závislé výběry (opakovaná měření)
- pro tabulky 2x2 – zachycuje míru změny (kolik osob z určité kategorie při prvním měření přejde při druhém měření do jiné kategorie)
- obdobný test pro více než dvě měření – Cochranův test

Míry asociace pro ordinální data

- u ordinálních dat je výpočet založen na poměru tzv. souhlasných a nesouhlasných párů případů
- **souhlasný** pár případů – hodnota obou proměnných je u jednoho člena páru vyšší (nebo nižší) než u druhého
- **nesouhlasný** pár případů – hodnota jedné proměnné je u jednoho člena páru vyšší a hodnota druhé proměnné je nižší než u druhého člena páru

Příklad

- souvisí spokojenost v manželství
  - 3 velmi šťastné, 2 spíše šťastné, 1 ne příliš šťastné
- s hodnocením života
  - jako 3 vzrušujícího, 2 stereotypního až 1 nudného?

Příklad

Případ	manželství	život
Osoba 1	2	3
Osoba 2	1	2
Osoba 3	2	1

Příklad

- PÁR 1: osoba 1 (2, 3) a osoba 2 (1, 2) - souhlasný
- PÁR 2: osoba 1 (2, 3) a osoba 3 (2, 1) – nerozhodně (tzv. tie)
- PÁR 3: osoba 2 (1, 2) a osoba 3 (2, 1) - nesouhlasný

Míry asociace pro ordinální data

- koeficient gamma = počet souhlasných mínus počet nesouhlasných párů, tento rozdíl vzhledem k celkovému počtu párů (jen souhlasných a nesouhlasných)
- nerozhodné páry nebere gamma v úvahu

Míry asociace pro ordinální data

- gamma = $\dfrac{\text{souhlasné - nesouhlasné}}{\text{souhlasné + nesouhlasné}}$

- gamma = (1-1)/2 = **0**

Míry asociace pro ordinální data

- pokud je většina párů souhlasných, je hodnota gamma kladná – tj. **pozitivní vztah** (až +1)
- pokud je většina párů nesouhlasných, je hodnota gamma záporná – tj. **negativní vztah** (až -1)
- pokud je počet souhlasných a nesouhlasných párů vyrovnán – gamma kolem 0

Míry asociace pro ordinální data

- gamma je symetrická míra – nedělá rozdíly mezi závislou a nezávislou proměnnou
- asymetrická varianta koeficientu gamma – **Sommerovo D**
- **Kendallovo tau b**– stejný výpočet jako gamma, ale bere v úvahu i nerozhodné páry (tzv. ties); hodnoty v rozsahu -1 až +1 mohou být získány pouze pro čtvercové tabulky (tj. stejný počet kategorií obou proměnných)
- **Kendallovo tau c**– kromě korekce pro ties obsahuje i korekci pro velikost tabulky
- **Spearmanův koeficient korelace** (viz dále)

Shrnutí

- u nominálních dat hodnota míry asociace proměnných indikuje sílu vztahu – rozsah od 0 do 1
- u ordinálních dat míry asociace indikují jak sílu vztahu (abs. hodnota koeficientu), tak směr vztahu

Pearsonův korelační koeficient

- u intervalových a poměrových dat můžeme jako míru asociace – vztahu mezi proměnnými použít **Pearsonův korelační koeficient**
- **korelace**
  - ko = s, spolu, vzájemně
  - relace = vztah
  - korelace = vzájemný vztah proměnných

Pearsonův korelační koeficient

- absolutní hodnota koeficientu vyjadřuje **sílu (těsnost) vztahu**
- znaménko (+ nebo -) **směr vztahu**
- **rozsah -1 až +1**
- označuje se **r**

Pearsonův korelační koeficient

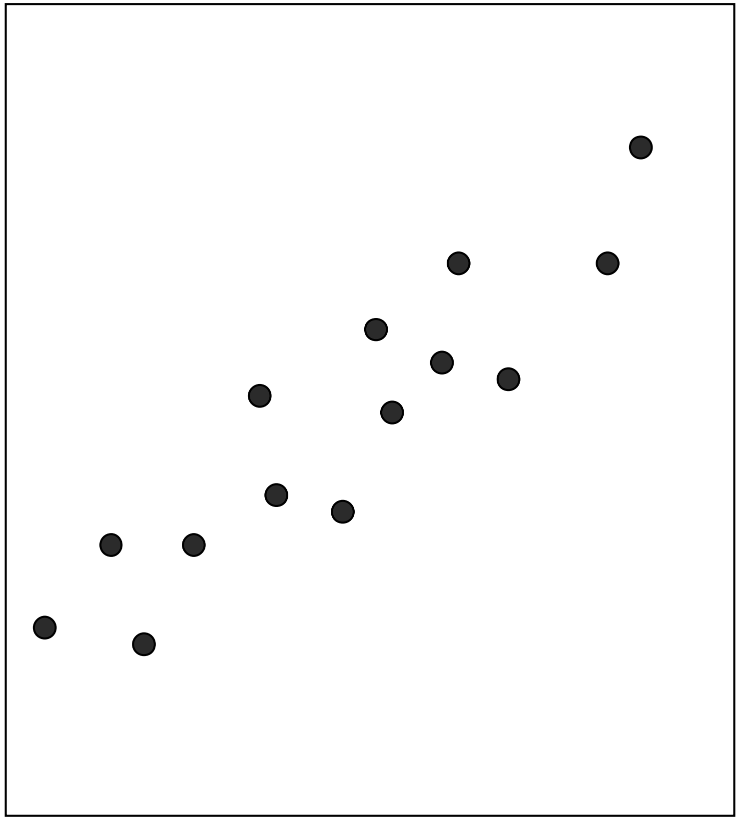
- sám o sobě je deskriptivní statistikou, ale podobně jako u ostatních měr asociace je možno spočíst **statistickou významnost**
- závisí na velikosti výběru – čím vyšší, tím nižší koeficient vychází průkazný

Pearsonův korelační koeficient

- je mírou **pouze pro lineární vztahy**
- před výpočtem je vhodné zobrazit vztah mezi proměnnými graficky – tzv. **scatter** (dvourozměrný bodový diagram)

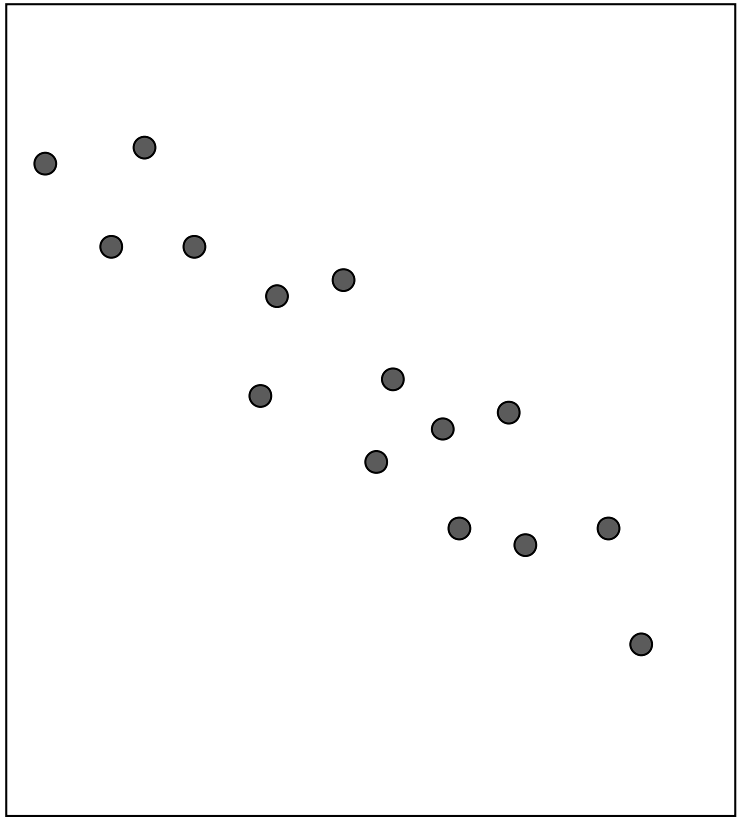
Scatter

- **pozitivní vztah** (přímá úměra) – čím vyšší hodnoty proměnné X, tím vyšší hodnoty proměnné Y
- r > 0



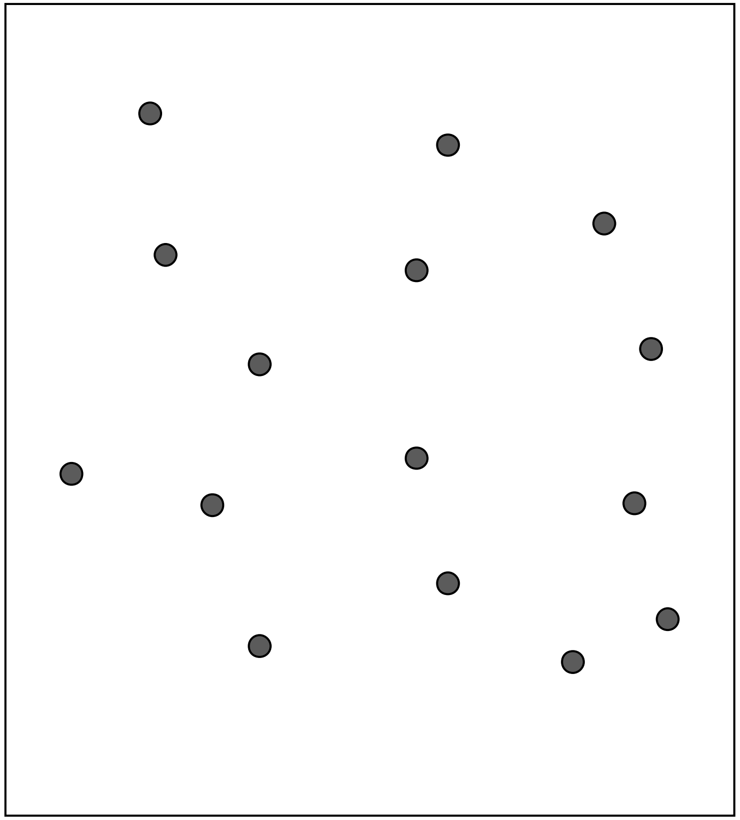
Scatter

- **negativní vztah** (nepřímá úměra) – čím vyšší hodnoty proměnné X, tím nižší hodnoty proměnné Y
- r < 0



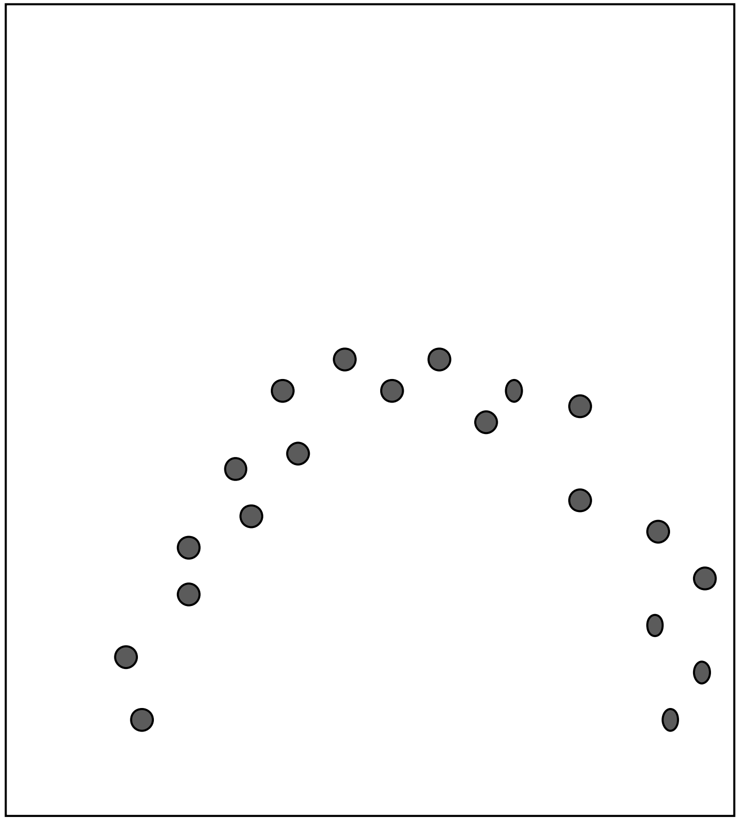
Scatter

- **žádný vztah** - hodnoty proměnné X nesouvisí s hodnotami proměnné Y
- r = 0



Scatter

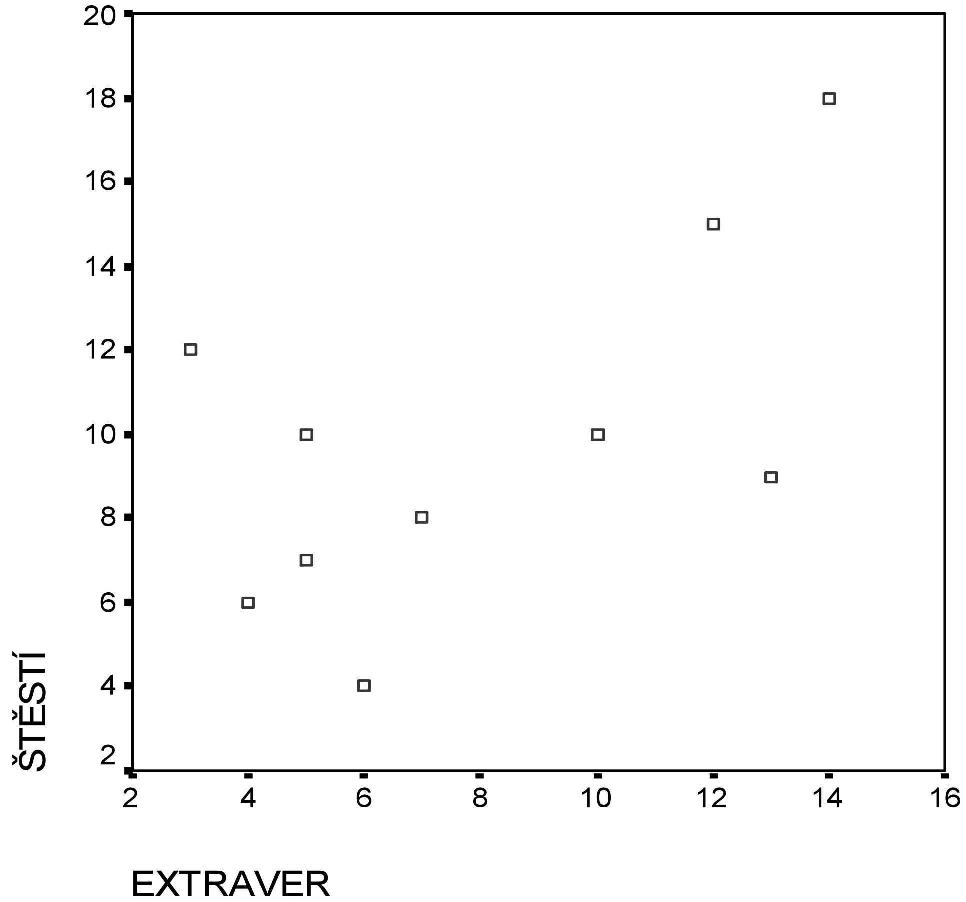
- **nelineární vztah**
- r = 0



Příklad

- jak spolu souvisí pocit štěstí a míra extraverze?
- 10 osob, 2 proměnné – skór z dotazníku štěstí a skór ze škály extraverze

Příklad



Příklad

štěstí	**15**	**8**	**7**	**18**	**4**	**12**	**10**	**10**	**6**	**9**
extraverze	**12**	**7**	**5**	**14**	**6**	**3**	**5**	**10**	**4**	**13**

Příklad

- **výpočet r**

$$r = \frac{SP_{XY}}{\sqrt{SS_X \, SS_Y}}$$

Příklad

- $\mathbf{SP_{XY}=}$ $\Sigma(X-\bar{X})(Y-\bar{Y}) = \Sigma XY-(\Sigma X)(\Sigma Y)/N$

$\mathbf{SS_{X}=}$ $\Sigma(X-\bar{X})^2 = \Sigma X^2-(\Sigma X)^2/N$

$\mathbf{SS_{Y}=}$ $\Sigma(Y-\bar{Y})^2 = \Sigma Y^2-(\Sigma Y)^2/N$

Příklad

- **SP_{XY}=** 91,9
  SS_X= 158,9
  SS_Y= 144,9

r = 91,9/($\sqrt{158,9*144,9}$)

r = 0,606

Výstup ve Statistice

	Korelace (data příklad přednáška 2) Označ. korelace jsou významné na hlad. p < ,0500 N=10 (Celé případy vynechány u ChD)	
Proměnná	štěstí	extraverze
štěstí	1,00	0,61
extraverze	0,61	1,00

Interpretace r

- není shoda v tom, jaká hodnota r je považována za těsný vztah
- interpretace navržená Guilfordem:
  - <0.20 zanedbatelný vztah
  - 0.20-0.40 nepříliš těsný vztah
  - 0.40-0.70 středně těsný vztah
  - 0.70-0.90 velmi těsný vztah
  - >0.90 extrémně těsný vztah

Interpretace r

- pro lepší interpretaci je možné převést koeficient korelace na **koeficient determinace (r^2)**
- ukazuje, kolik rozptylu v jedné proměnné může být vysvětleno rozptylem ve druhé proměnné

Interpretace r

- v našem příkladu
  - $r = 0{,}606$
  - $r^2 = 0{,}367$
- 36,7% rozdílů v míře štěstí můžeme vysvětlit rozdíly v míře extraverze

Interpretace r

- **korelace neznamená příčinný vztah mezi proměnnými**
  - ten můžeme ověřovat např. experimentem, kdy jsou všechny ostatní proměnné udržovány konstantní, proměnná X předchází Y v čase atd.

Faktory ovlivňující r

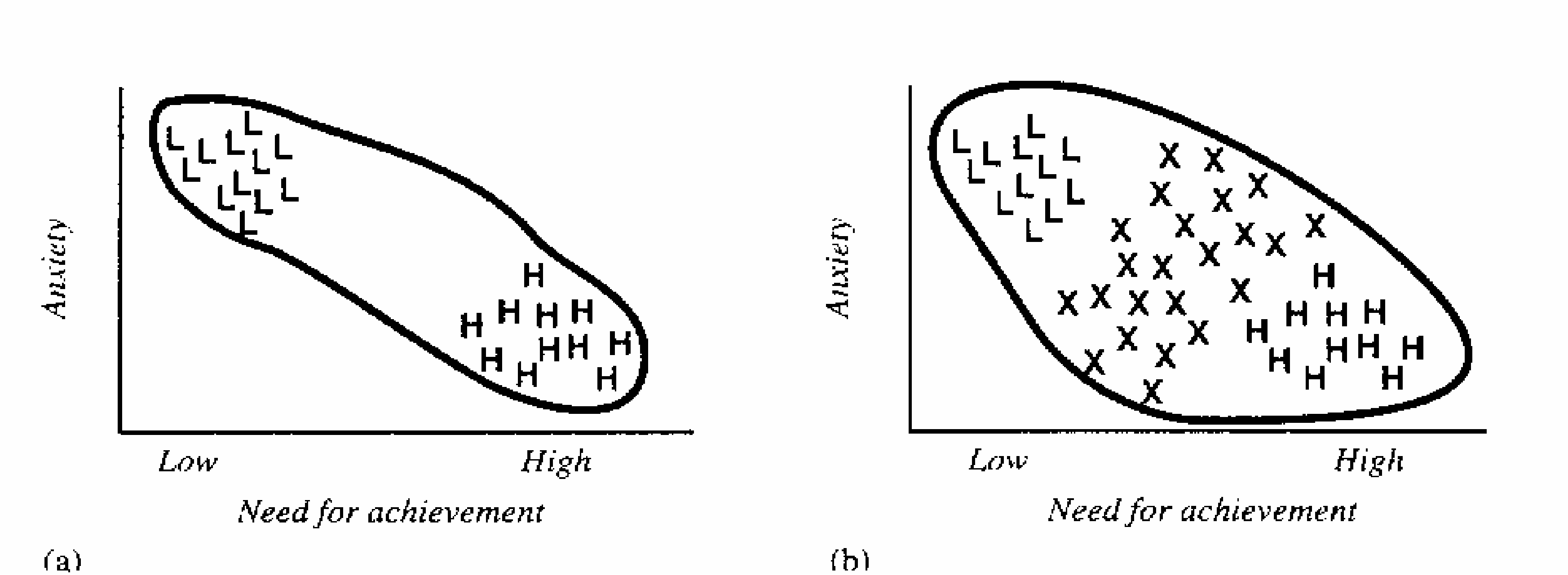
- omezený rozsah hodnot proměnné
- použití extrémních skupin
- nehomogenní soubor
- extrémní hodnoty (outliers)
- nelineární vztahy
- reliabilita použitých nástrojů

Omezený rozsah hodnot

- omezený rozsah hodnot jedné nebo obou proměnných snižuje hodnotu r
- stejně tak nízká variabilita (extrémní případ:pokud by všechny hodnoty 1 proměnné byly stejné, zákonitě r=0)

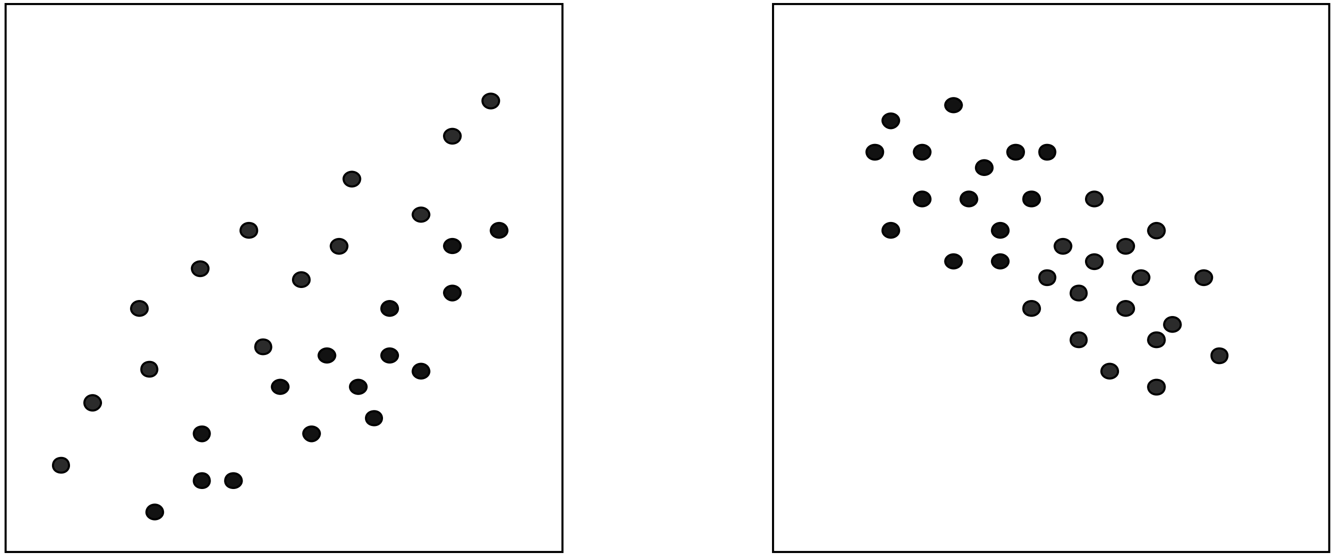
Použití extrémních skupin

- použití extrémních skupin (např. jen osob s vysokým IQ) vede k vyššímu r



Nehomogenní soubor

- může zkreslit r jak směrem nahoru, tak dolů

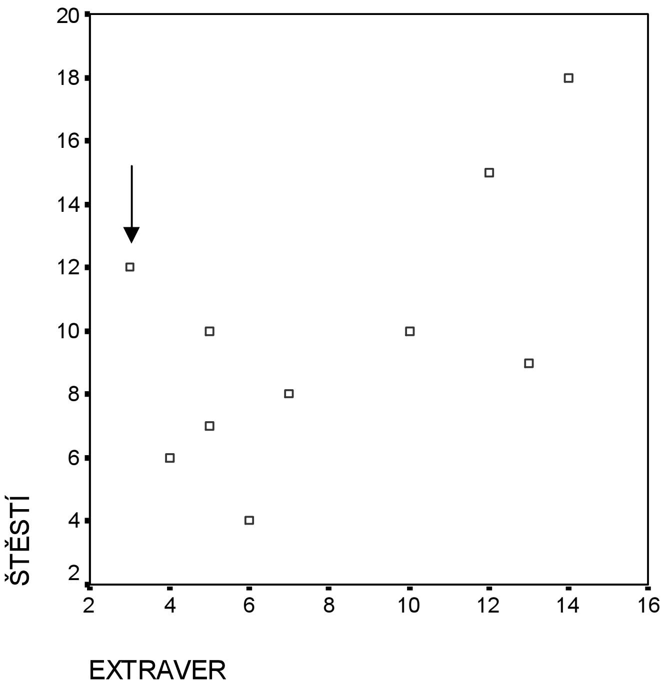


Extrémní hodnoty

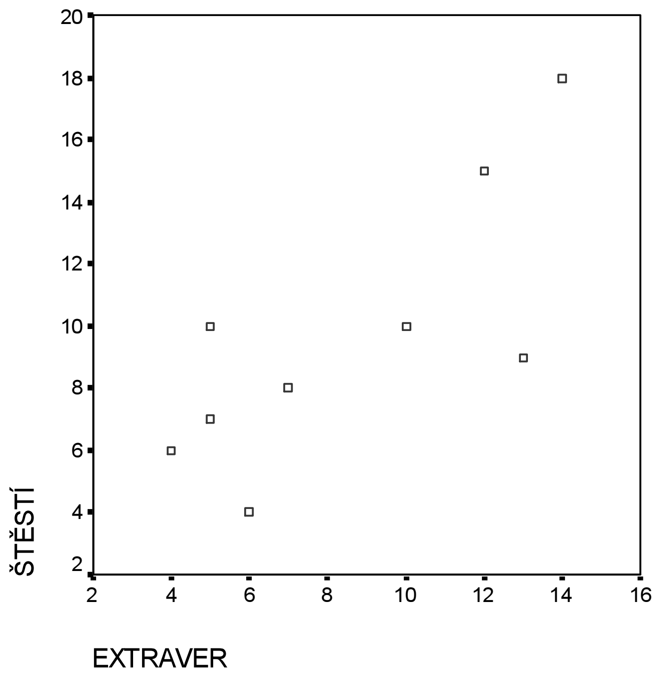
- extrémní hodnoty v jedné nebo obou proměnných mohou r výrazně zkreslit (nejen hodnotu, ale i směr), zvláště když je počet osob v souboru nízký

Extrémní hodnoty

- r= 0,606



- r= 0,766



Neparametrický koeficient

- pro ordinální data je možno spočítat **Spearmanův koeficient pořadové korelace** (ρ)
- počítá se tak, že
  - hodnoty obou proměnných se seřadí od nejnižší po nejvyšší a přidělí se jim pořadí
  - z pořadí se pak počítá Pearsonův koeficient korelace

Parciální korelace

- parciální korelace je taková korelace mezi dvěma proměnnými, kdy kontrolujeme vliv třetí proměnné na obě z nich
- např. chceme zjistit, jaký je vztah mezi prospěchem na SŠ a prospěchem na VŠ; obě proměnné jsou nejspíš ovlivněny IQ

Kontrolní otázky

- k čemu slouží míry asociace proměnných?
- nejužívanější míry pro nominální data
- nejužívanější míry pro ordinální data

Kontrolní otázky

- co vyjadřuje absolutní hodnota Pearsonova koeficientu korelace? a co jeho znaménko (+ nebo -)?
- co je to koeficient determinace?
- čím může být zkreslen korelační koeficient?

Literatura

- **Hendl: kapitoly 8.3, 7.1 a 7.2**