

Parciální korelace

Regresní analýza

Parciální korelace

- parciální (dílčí) korelace nám umožňují při výpočtu **uměle vyloučit vliv některých proměnných**
 - a odhalit tak případné zkreslení při zkoumání vztahů mezi proměnnými (viz přednášky z metodologie)
-

Parciální korelace

- příklad – zkoumáme vztah mezi proměnnými X a Y , a zajímá nás, zda tento vztah nějak není ovlivněn proměnnou Z
-

Parciální korelace - příklad

□ zjistíme následující **korelace**

$$X \text{ versus } Y: \mathbf{r}_{XY} = 0.50 \quad (\mathbf{r}^2_{XY} = 0.25)$$

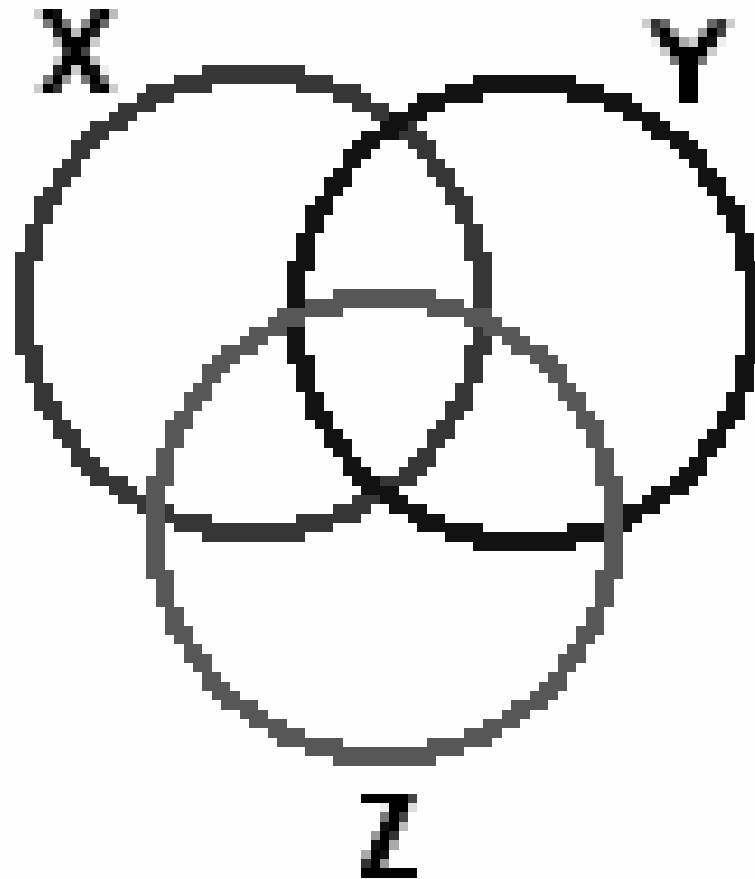
$$X \text{ versus } Z: \mathbf{r}_{XZ} = 0.50 \quad (\mathbf{r}^2_{XZ} = 0.25)$$

$$Y \text{ versus } Z: \mathbf{r}_{YZ} = 0.50 \quad (\mathbf{r}^2_{YZ} = 0.25)$$

Parciální korelace - příklad

- r^2 = koeficient determinace, tj. podíl společného rozptylu obou proměnných
 - pro každý pár proměnných je v tomto případě 25% (25% rozptylu proměnné X můžeme vysvětlit rozptylem v proměnné Y, atd.)
-

Parciální korelace - příklad



Parciální korelace - příklad

- z obrázku je zřejmé, že nastává určité prolínání rozptylů všech tří proměnných
 - to znamená, že určitá část korelace mezi každou dvojicí proměnných (např. X a Y) souvisí s korelacemi těchto dvou proměnných se třetí proměnnou (tj. např. X se Z a Y se Z)
 - tj. z 25% společného rozptylu proměnných X a Y se určitá část (odhadem z obrázku více než polovina) prolíná s rozptylem proměnné Z
-

Parciální korelace

- výpočet parciální korelace nám umožní „změřit“ tuto oblast překrývajících se rozptylů přesně
 - a tak určit, jaká by byla korelace mezi dvěma proměnnými v případě, že by (hypoteticky) ani jedna z nich nekorelovala s touto třetí proměnnou (nebo také můžeme říct – kdyby byly hodnoty třetí proměnné konstatní)
-

Parciální korelace - příklad

□ **výpočet parciální korelace mezi X a Y s kontrolou proměnné Z**

$$\square r_{XY \cdot Z} = \frac{(r_{XY} - (r_{XZ}r_{YZ}))}{\sqrt{(1 - r_{XZ}^2)(1 - r_{YZ}^2)}}$$

$$\square r_{XY \cdot Z} = \frac{(0.50 - (0.50)(0.50))}{\sqrt{(1 - 0.25)(1 - 0.25)}}$$

$$\square r_{XY \cdot Z} = 0.25/0.75 = \mathbf{0.33}$$

$$\square (r_{XY \cdot Z}^2 = 0.11)$$

Parciální korelace

- příklad „ze života“
 - chceme zjistit, jaký je vztah mezi počtem bodů ze závěrečného testu ze statistiky (Y) a celkovým počtem hodin stráveným během semestru studiem (X)
 - zjistíme, že $r_{XY} = \mathbf{0.20}$
-

Parciální korelace

- zajímá nás, jak je tento vztah ovlivněn třetí proměnnou – strachem studenta ze zkoušky ze statistiky
 - zjistíme, že $r_{XZ} = \mathbf{0.80}$ (tj. čím větší strach, tím více se student připravoval) a $r_{YZ} = \mathbf{-0.40}$ (tj. čím větší strach, tím horší výsledek testu)
-

Parciální korelace

- parciální korelace mezi dobou studia a počtem bodů v testu s kontrolou míry strachu ze zkoušky je

$$r_{XY.Z} = 0.95$$

- tj. pokud „odstraníme“ vliv strachu, je vztah mezi dobou strávenou přípravou na zkoušku a jejím výsledkem mnohem těsnější (0.20 vs 0.95)
-

Regresní analýza

- výsledkem regresní analýzy je **matematický model vztahu mezi dvěma nebo více proměnnými**
 - snažíme se z jedné proměnné nebo lineární kombinace více proměnných predikovat hodnoty další proměnné
-

Regresní analýza

- dva typy proměnných: **predikovaná** (závislá) **proměnná** a **prediktory** (nezávisle proměnné)
 - predikovaná proměnná se označuje **Y**, prediktory **$X_1, X_2 \dots X_n$**
 - pouze 1 prediktor – **jednoduchá regrese**
 - více prediktorů – **vícenásobná regrese**
-

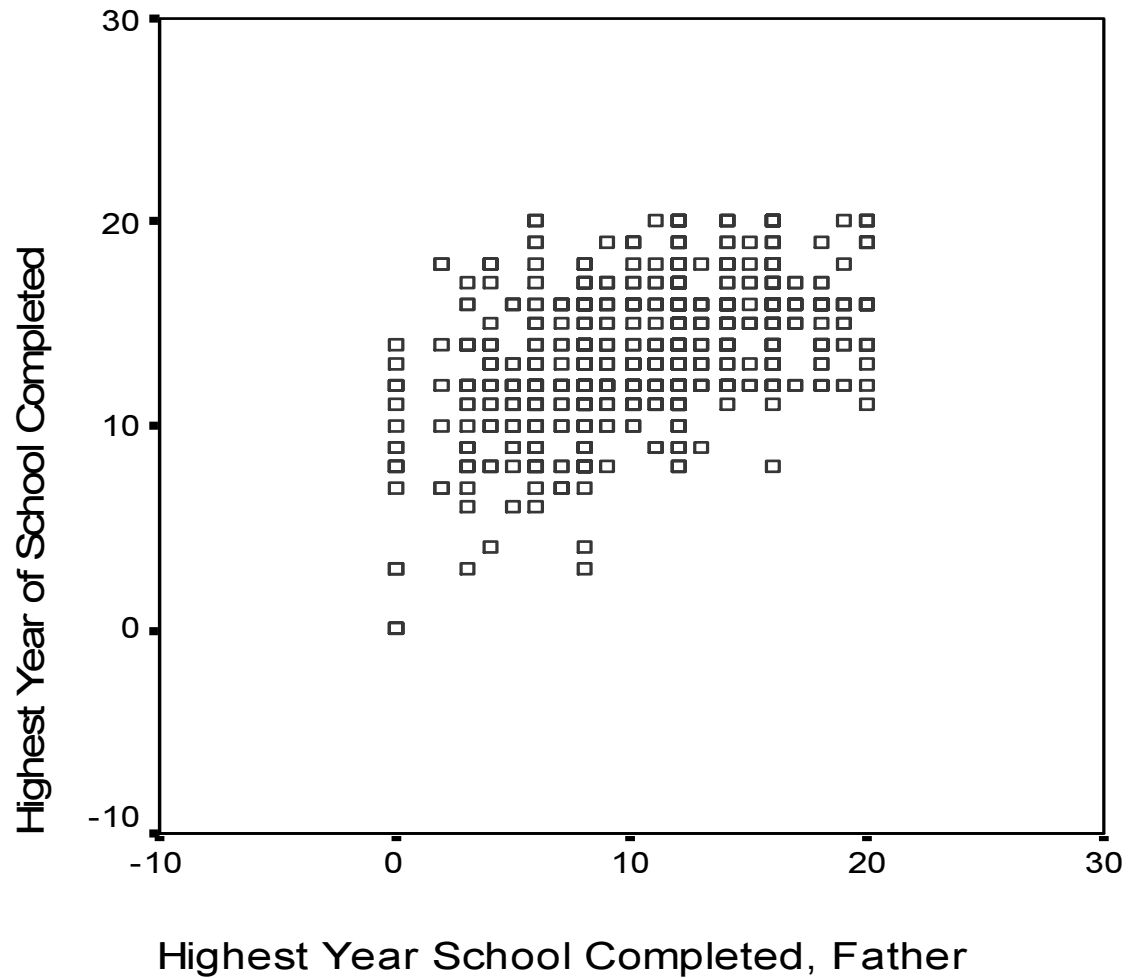
Regresní analýza

- regresní analýza umožňuje
 - porozumět vztahům mezi proměnnými,
 - predikovat hodnoty proměnné Y z hodnot proměnné X (s určitou přesností) – např. z hodnot známek na střední škole nebo z počtu bodů u přijímacího testu předpovědět úspěšnost na VŠ
-

Jednoduchá regresní analýza

- **příklad** – Jak souvisí vzdělání respondenta se vzděláním otce?
 - tj. jak dobře můžeme předpovědět počet let formálního vzdělání respondenta z údaje o počtu let vzdělání jeho otce?
-

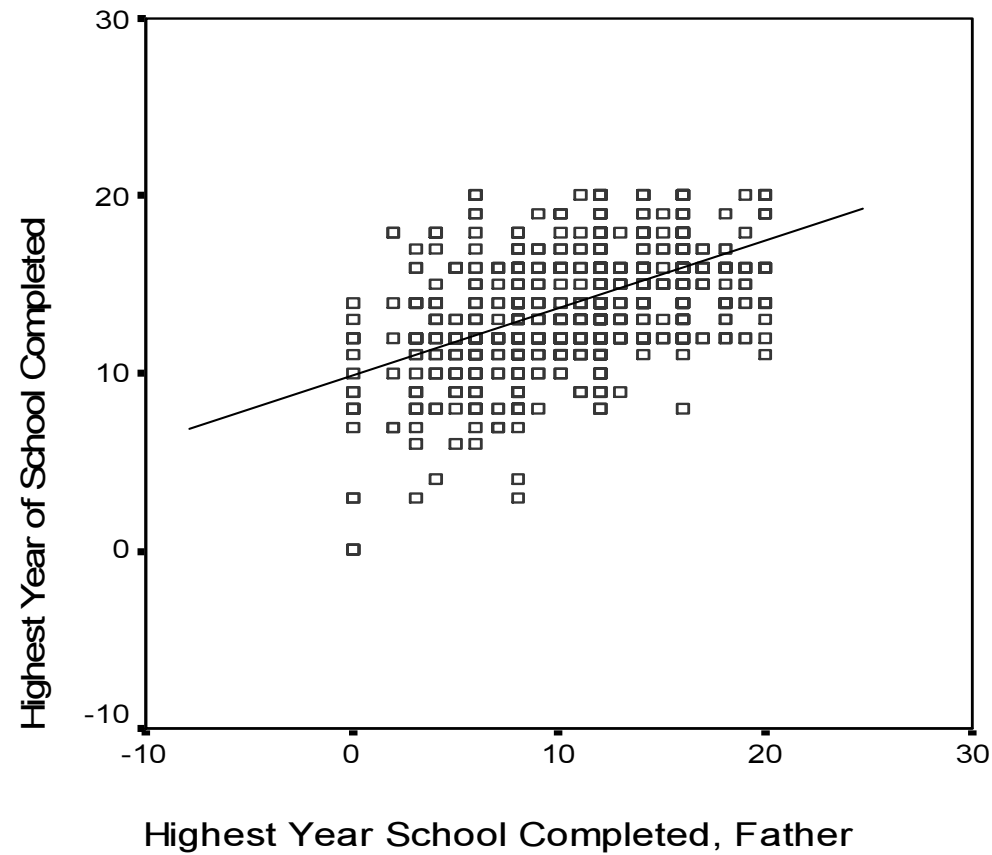
Jednoduchá regresní analýza



Jednoduchá regresní analýza

- snažíme se najít rovnici tzv. regresní přímky
 - **regresní přímka** je taková přímka, od které je vzdálenost bodů (představujících naměřená data) co nejmenší
 - taková přímka, která nejlépe vystihuje data
-

Jednoduchá regresní analýza



Jednoduchá regresní analýza

- jednou z metod, jak regresní přímku nalézt, je **metoda nejmenších čtverců**
 - je zvolena taková přímka, kdy platí, že součet čtverců vzdáleností jednotlivých bodů od přímky je minimální
-

Jednoduchá regresní analýza

- obecná rovnice regresní přímky

$$Y' = a + bX$$

- **a** je **konstanta** (predikovaná hodnota Y, když hodnota X je 0)
 - **b** je **směrnice** regresní přímky (úhel přímky vzhledem k ose; kolikrát se Y zvětší s každou jednotkou X);
-

Jednoduchá regresní analýza

- v příkladu vychází rovnice regresní přímky
 $Y' = 9,93 + 0,32 * X$
 - pro děti otců s 0 lety vzdělání
předpovíáme necelých 10 let vzdělání
 - s každým dalším rokem otcova vzdělání
předpovíáme o 0,32 roku vzdělání
respondenta více
 - např. pro děti otců s 12 lety vzdělání je
predikovaná hodnota jejich vlastního vzdělání
13,8 let
-

Výstup ve Statistice

N=1065	Výsledky regrese se závislou proměnnou : EDUC (us) R= ,46341505 R ² = ,21475351 uprav. R ² = ,21401480 F(1,1063)=290,72 p<0,0000 Směrod. chyba odhadu : 2,5348					
	Beta	Sm.chyba beta	B	Sm.chyba B	t(1063)	Úroveň p
	Abs.člen		9,925692	0,219305	45,25983	0,00
PAEDUC	0,463415	0,027179	0,321573	0,018860	17,05037	0,00



Vícenásobná regresní analýza

- predikujeme závislou proměnnou z více prediktorů
 - vliv každého z prediktorů na závislou proměnnou je **kontrolován** pro vliv všech ostatních prediktorů (jde tedy o vliv „očistěný“ od vlivů ostatních proměnných a tudíž počítáme **parciální** koeficienty)
-

Vícenásobná regresní analýza

□ **příklad** – kromě vzdělání otce (X_1) může mít na dosažené vzdělání vliv také počet dětí v rodině (X_2)

□ rovnice regresní přímky je

$$Y' = a + b_1X_1 + b_2X_2$$

Vícenásobná regresní analýza

- **$Y' = 10,68 + 0,30 * X_1 - 0,13 * X_2$**
 - vliv vzdělání otce ($b=0,30$) je o něco menší než u jednoduché regresní analýzy ($b=0,32$) – je kontrolován pro počet dětí v rodině, který je zřejmě ovlivněn také vzděláním otce
 - vliv počtu dětí v rodině je záporný – tj. čím více dětí, tím nižší vzdělání
-

Vícenásobná regresní analýza

- vícenásobná regresní analýza nám umožní srovnat vliv všech prediktorů na závislou proměnnou
 - můžeme dojít k závěru, že větší vliv na vzdělání respondenta má vzdělání otce než počet dětí v rodině?
-

Vícenásobná regresní analýza

- pokud chceme srovnávat vliv prediktorů měřených v různých jednotkách, je nutné použít tzv. **standardizované regresní koeficienty**
 - ukazují, kolikrát vzroste hodnota závislé proměnné, pokud se změní hodnota prediktoru o 1 směrodatnou odchylku a hodnoty ostatních prediktorů přitom zůstanou konstantní
-

Výstup ve Statistice

Výsledky regrese se závislou proměnnou : EDUC (us) R= ,47898587 R ² = ,22942746 uprav. R ² = ,22797492 F(2,1061)=157,95 p<0,0000 Směrod. chyba odhadu : 2,5117						
N=1064	Beta	Sm.chyba beta	B	Sm.chyba B	t(1061)	Úroveň p
Abs.člen			10,67468	0,270874	39,40827	0,000000
SIBS	-0,128882	0,028046	-0,12766	0,027780	-4,59535	0,000005
PAEDUC	0,427009	0,028046	0,29631	0,019462	15,22516	0,000000



Vícenásobná regresní analýza

- beta pro vzdělání otce je 0,43
 - pro počet dětí v rodině -0,13
 - větší vliv má tedy vzdělání otce než počet dětí v rodině
-

Vícenásobná regresní analýza

- kromě regresních koeficientů je počítán také tzv. **koeficient vícenásobné korelace** – korelace všech prediktorů se závislou proměnnou; ozn. **R**
 - jde vlastně o korelaci mezi pozorovanými hodnotami závislé proměnné a hodnotami predikovanými na základě regresního modelu
-

Vícenásobná regresní analýza

- koeficient **vícenásobné determinace** – tzv. % vysvětleného rozptylu (závislé proměnné) lineární kombinací prediktorů; ozn. **R^2**
-

Výstup ve Statistice

	Statistické shrnutí; ZP: EDUC (us)	
Statist.	Hodnota	
Vícenás. R	0,4790	
Vícenás. R ²	0,2294	
Přizpůs. R ²	0,2280	
F(2,1061)	157,9491	
p	0,0000	
Sm. chyba odhadu	2,5117	

Vícenásobná regresní analýza


- u jednoduché regresní analýzy je **koeficient vícenásobné korelace** roven korelaci mezi oběma proměnnými
-

Testování hypotéz v regresní analýze

- jsou testovány 2 typy hypotéz
 - 1) zda se R průkazně liší od 0
 - testuje se analýzou rozptylu (porovnává rozptyl vysvětlený regresním modelem a reziduální rozptyl)
 - 2) zda se regresní koeficienty průkazně liší od 0
 - testuje se t-testem
-

Výstup ve Statistice

	Statistické shrnutí; ZP: EDUC (us)	
Statist.	Hodnota	
Vícenás. R	0,4790	
Vícenás. R ²	0,2294	
Přizpús. R ²	0,2280	
F(2,1061)	157,9491	
p	0,0000	
Sm. chyba odhadu	2,5117	



Výstup ve Statistice

	Výsledky regrese se závislou proměnnou : EDUC (us) R= ,47898587 R ² = ,22942746 uprav. R ² = ,22797492 F(2,1061)=157,95 p<0,0000 Směrod. chyba odhadu : 2,5117					
N=1064	Beta	Sm.chyba beta	B	Sm.chyba B	t(1061)	Úroveň p
Abs.člen			10,67468	0,270874	39,40827	0,000000
SIBS	-0,128882	0,028046	-0,12766	0,027780	-4,59535	0,000005
PAEDUC	0,427009	0,028046	0,29631	0,019462	15,22516	0,000000



Reziduály

- výsledkem regresní analýzy jsou **predikované skóry** (na základě regresní rovnice)
 - z nich je možno odvodit **reziduální skóry** – rozdíl mezi skutečnou a predikovanou hodnotou proměnné
-

Předpoklady regresní analýzy

- skóry v proměnných jsou nezávislé
(nejde např. o opakovaná měření)
 - dostatečná variabilita všech proměnných
 - rozdělení hodnot proměnných je normální
 - u malých výběrů zkontrolovat extrémní hodnoty
-

Předpoklady regresní analýzy

- vztahy mezi Y a každou X jsou lineární
 - zkontrolovat scatterem
 - vzájemné korelace mezi prediktory nejsou příliš vysoké (tzv. problém multikolinearity)
 - pokud ano, je vhodné buď některou z nich vyřadit, nebo z nich vytvořit např. faktorovou analýzou jeden skór
-

Předpoklady regresní analýzy

- rozdělení hodnot reziduálů je normální
 - zkontrolovat analýzou reziduálů – histogramem, pravděpodobnostním grafem
 - dostatečně velký počet osob ve výběru vzhledem k počtu prediktorů v modelu (nejméně 10-20x více osob než prediktorů)
-

Literatura

- Hendl, kapitoly 9 a 10
-