

Neparametrické testy

- parametrické a neparametrické testy
 - pořadové neparametrické testy
 - test Chí-kvadrát
 - test nezávislosti proměnných
 - test dobré shody
-

Parametrické testy

- ❑ t-testy a analýza rozptylu jsou tzv. parametrické testy
 - ❑ parametr = charakteristika populace (průměr, rozptyl)
 - ❑ parametrické testy používají při výpočtech charakteristiky populace (parametry)
-

Parametrické testy

- parametrické testy pracují s předpoklady o charakteristikách populace
 - např. u t-testu předpokládáme, že směrodatné odchyly výběrů mohou posloužit jako odhad pro směrodatnou odchylku populace
 - podobně počítají s normálním rozdělením měřeného znaku
-

Parametrické testy

- pokud nejsou tyto předpoklady splněny, můžeme dojít k nepřesným výsledkům
-

Neparametrické testy

- neparametrické testy nezávisí na charakteristikách populace ani o nich nečiní žádné závěry
 - není vyžadováno normální rozdělení znaku
 - proto jsou tyto testy označovány také jako „distribution-free“ testy
-

Neparametrické testy

- proč potom vůbec používat parametrické testy?
 - mnoho parametrických testů je poměrně „odolných“ (tzv. robustních) vůči narušení předpokladů testu (např. menší odchylky od normálního rozdělení výsledky nezkreslí)
 - parametrické testy mají větší statistickou sílu než neparametrické (větší pravděpodobnost zjištění rozdílu, pokud skutečně existuje)
 - pro některé typy analýz neparametrické metody nejsou (např. neexistuje obecně přijímaná neparametrická faktoriální ANOVA)
-

Neparametrické testy

- hlavní **výhody** neparametrických testů
 - nejsou omezeny předpokladem normálního rozdělení
 - jsou často založeny na pořadí, dají se použít i pro ordinální data (kde můžeme spočítat pouze medián, nikoli průměr) i pro nominální (test Chí-kvadrát)
 - nejsou citlivé na extrémní hodnoty (jsou většinou založeny na mediánu)
-

Neparametrické testy

- hlavní **nevýhody** neparametrických testů
 - menší statistická síla
 - pro složitější analýzy často není neparametrická varianta metody k dispozici
-

Neparametrické testy

- přehled neparametrických ekvivalentů parametrických testů
 - t-test pro nezávislé výběry – Mann-Whitney U test
 - t-test pro závislé výběry – Wilcoxon test
 - analýza rozptylu – Kruskal-Wallis test
 - opakovaná měření (ANOVA) – Friedman Rank Test
-

Mann-Whitney U test - příklad

- chceme zjistit, zda se levoruké a pravoruké osoby liší v prostorových schopnostech
 - náhodně vybereme 10 leváků a 10 praváků (podobného věku, stejný počet mužů a žen) a zadáme jim test prostorových schopností
-

Mann-Whitney U test - příklad

jaká bude naše hypotéza?

Mann-Whitney U test - příklad

- jaká bude naše hypotéza?
 - skóry v testu prostorových schopností se **liší** u leváků a praváků
-

Mann-Whitney U test - příklad

jaká bude nulová hypotéza?

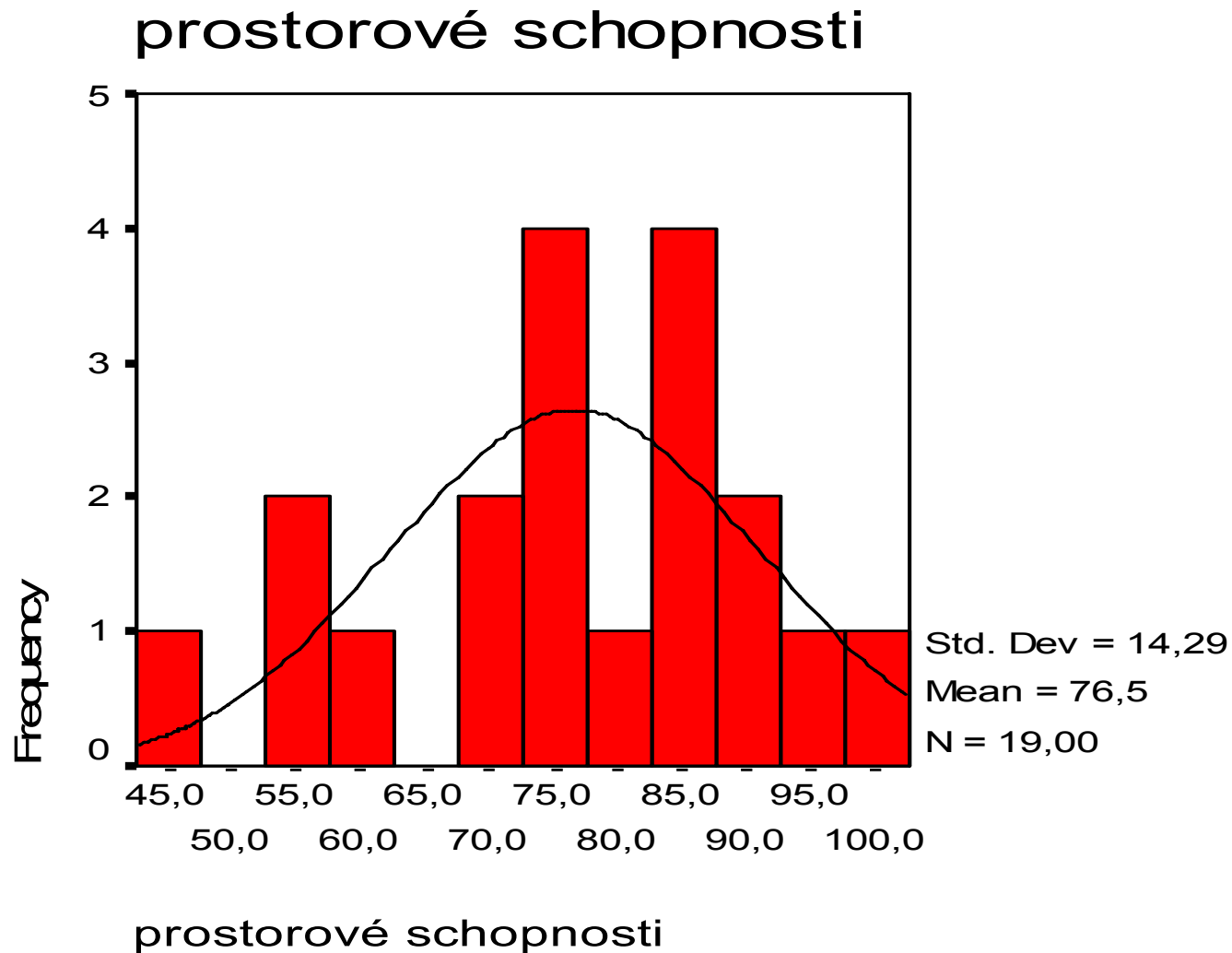
Mann-Whitney U test - příklad

- jaká bude nulová hypotéza?
 - skóry v testu prostorových schopností se u leváků a praváků **neliší**

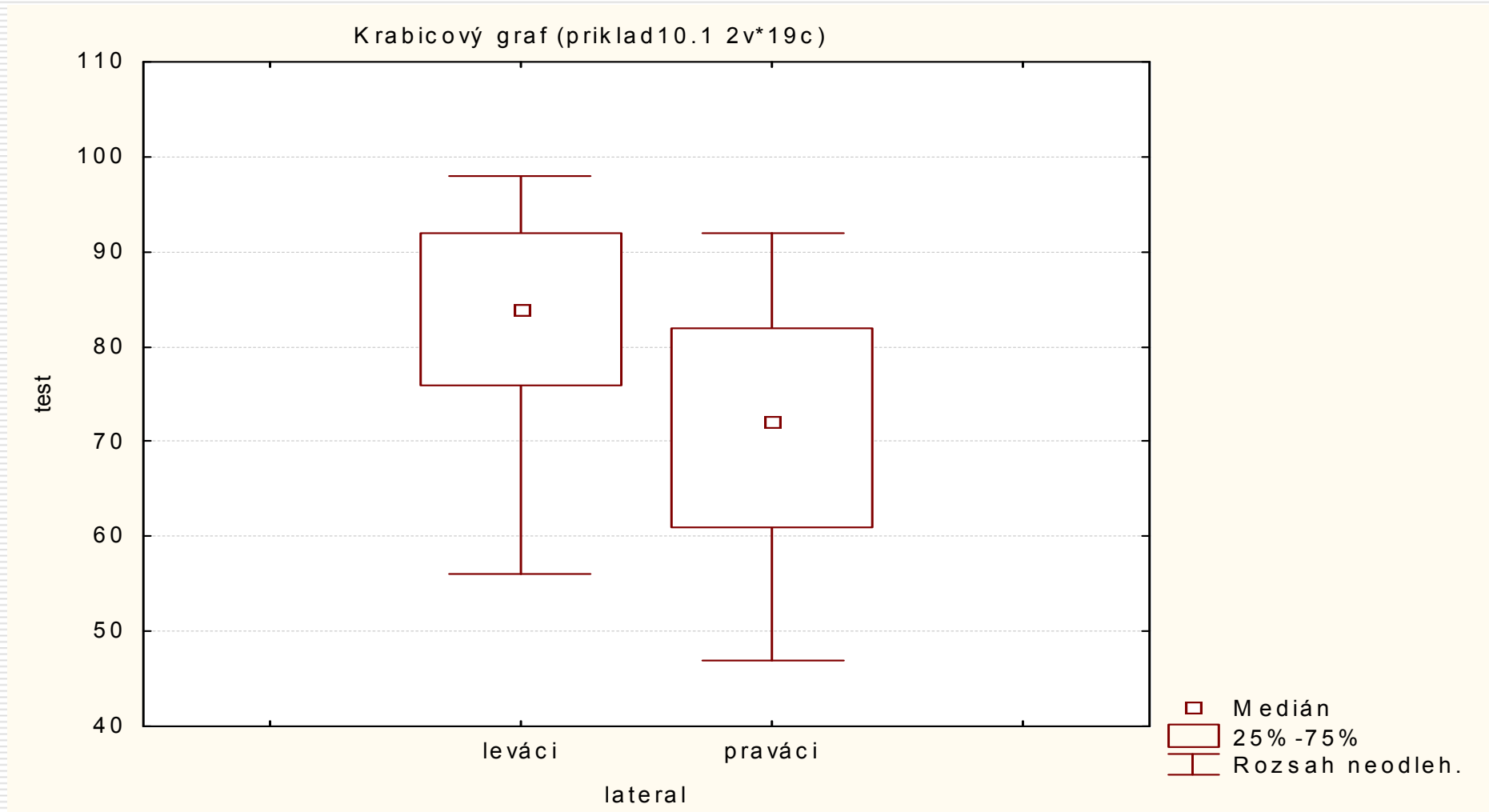
 - testujeme nulovou hypotézu (začneme s předpokladem, že platí a ptáme se: jaká je pravděpodobnost pozorovaných rozdílů, pokud H_0 platí?)
-

leváci	praváci
87	47
94	68
56	92
74	73
98	71
83	82
92	55
84	61
76	75
- (nedostavil se)	85

Mann-Whitney U test - příklad



Mann-Whitney U test - příklad



Mann-Whitney U test - příklad

- ❑ na základě takto malého vzorku nemůžeme rozhodnout, zda je rozdělení skorů z testu prostorových schopností normální
 - ❑ počty osob ve skupinách jsou příliš malé (9 a 10)
 - ❑ vhodnější než t-test bude proto neparametrický test
-

Mann-Whitney U test - příklad

□ **1. krok**

- seřadit skóry podle velikosti - bez ohledu na skupinu
 - a přidělit jim pořadí (rank)
-

leváci		praváci	
skór	pořadí	skór	pořadí
87	15	47	1
94	18	68	5
56	3	92	16,5
74	8	73	7
98	19	71	6
83	12	82	11
92	16,5	55	2
84	13	61	4
76	10	75	9
-	-	85	14
	$\Sigma R_1 =$ 114,5		$\Sigma R_2 = 75,5$

Mann-Whitney U test - příklad

□ 2. krok

- sečíst pořadí v obou skupinách

$$\Sigma R_1 = 114,5$$

$$\Sigma R_2 = 75,5$$

(pokud se leváci a praváci neliší, průměrné pořadí skóre by mělo být u obou skupin podobné)

Mann-Whitney U test - příklad

□ 3. krok

- vypočítat **U** pro obě skupiny
- podle vzorce

$$U_1 = (n_1)(n_2) + n_1(n_1+1)/2 - \Sigma R_1$$

$$U_2 = (n_1)(n_2) + n_2(n_2+1)/2 - \Sigma R_2$$

Mann-Whitney U test - příklad

□ výpočet U

$$U_1 = (n_1)(n_2) + n_1(n_1+1)/2 - \Sigma R_1$$

$$U_1 = (9)(10) + 9(9+1)/2 - 114,5$$

$$\mathbf{U_1 = 20,5}$$

$$U_2 = (n_1)(n_2) + n_2(n_2+1)/2 - \Sigma R_2$$

$$U_2 = (9)(10) + 10(10+1)/2 - 75,5$$

$$\mathbf{U_2 = 69,5}$$

Mann-Whitney U test - příklad

□ 4. krok

- vybrat menší z vypočítaných U
- v našem příkladu je to $U_1 (=20,5)$

□ 5. krok

- najít v tabulce kritickou hodnotu U pro zvolenou hladinu významnosti
- pro $\alpha = .05$, při $n_1 = 9$ a $n_2 = 10$

$$U_{\text{krit.}} = 20$$

Mann-Whitney U test - příklad

□ 6. krok

- porovnat vypočítanou hodnotu U a kritickou hodnotu U
 - u tohoto testu je rozdíl **statisticky významný**, pokud je vypočítaná hodnota menší než kritická hodnota U
 - 20,5 není menší než 20 → **nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu**
-

Mann-Whitney U test - příklad

- **závěr:** rozdíl mezi leváky a praváky v testu prostorových schopností není statisticky významný
 - neznamená to nutně, že kdybychom prozkoumali celou populaci leváků a praváků, nebyl by mezi nimi rozdíl – pouze se nám tento rozdíl nepodařilo prokázat (hlavně díky malému N)
-

Test Chí-kvadrát

- chí-kvadrát může být použit
 - pro testování rozdělení jedné proměnné (test dobré shody)
 - testování nezávislosti dvou proměnných
-

Test Chí-kvadrát

- chí-kvadrát pro testování nezávislosti proměnných se používá pro nominální nebo ordinální proměnné
 - data jsou uspořádána do tzv. kontingenční tabulky (viz příklad)
-

Příklad

- zajímá nás, jak souvisí model manželství s jeho vydařeností
 - model manželství má kategorie: dominance žena, dominance muž, kooperace
 - vydařenost má 3 kategorie – vydařené, průměrné, nevydařené
 - pozn.: jde o manželství rodičů respondentů, tak jak je posuzují oni (zdroj dat – výzkum doc. Plaňavy)
-

Příklad

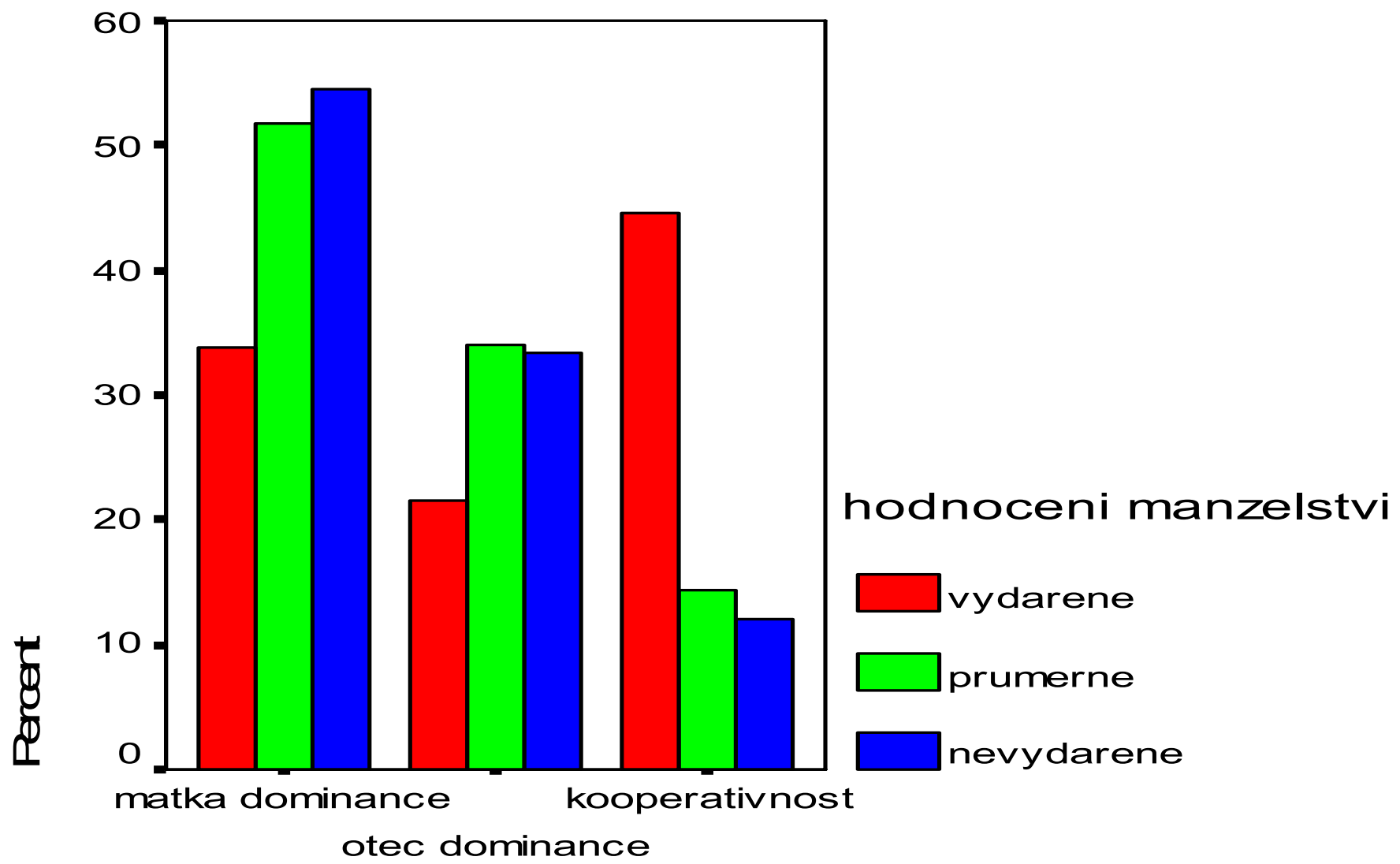
- otázka zní: liší se podíl vydařených, průměrných a nevydařených manželství u rodin, kde dominovala matka, rodin, kde dominoval otec a u rodin, kde nedominoval ani jeden z nich?
-

Kontingenční tabulka

model rodic. rodiny - muz * hodnoceni manzelstvi rodicu - muz Crosstabulation

Count

		hodnoceni manzelstvi rodicu - muz			Total
		vydarene	prumerne	nevydarene	
model rodic. rodiny - muz	matka dominance	22	29	18	69
	otec dominance	14	19	11	44
	kooperativnost	29	8	4	41
Total		65	56	33	154



model rodic. rodiny - muz

Test Chí-kvadrát

- chí-kvadrát porovnává očekávané a pozorované četnosti
 - očekávané jsou četnosti za předpokladu, že proměnné jsou nezávislé
-

model rodic. rodiny - muz * hodnoceni manzelstvi rodicu - muz Crosstabulation

		hodnoceni manzelstvi rodicu - muz			Total
		vydarene	prumerne	nevydarene	
model rodic. rodiny - muz	matka dominance	Count 22	29	18	69
		% within model rodic. rodiny - muz 31,9%	42,0%	26,1%	100,0%
	otec dominance	Count 14	19	11	44
		% within model rodic. rodiny - muz 31,8%	43,2%	25,0%	100,0%
	kooperativnost	Count 29	8	4	41
		% within model rodic. rodiny - muz 70,7%	19,5%	9,8%	100,0%
Total		Count 65	56	33	154
		% within model rodic. rodiny - muz 42,2%	36,4%	21,4%	100,0%



Příklad

- v našem příkladu bylo 42,2% vydařených manželství
 - pokud by proměnné (model a vydařenost manželství) byly vzájemně nezávislé, poměr vydařených manželství v jednotlivých modelech manželství by měl být přibližně stejný (a odrážet celkový podíl) – 42%
 - podobně ostatní kategorie...
-

Test Chí-kvadrát

- očekávané četnosti – výpočet:

$$O_{ij} = (r_i s_j) / N$$

(pro každé políčko tabulky se vynásobí celkové četnosti z příslušného řádku se sloupcovými četnostmi a vydělí celkovým počtem osob)

Příklad

rodic. rodiny - muz * hodnoceni manzelstvi rodicu - muz Crosstab

Count

	hodnoceni manzelstvi rodicu - muz			Total
	vydarene	prumerne	nevydarene	
model rodic matka dominantni	22	29	18	69
rodiny - muz: otec dominance	14	19	11	44
kooperativnost	29	8	4	41
Total	65	56	33	154

Příklad

- pro první políčko tabulky (vydařená manželství s dominantní matkou) je očekávaná četnost

$$O_{ij} = (r_i s_j) / N$$

$$O_{11} = (r_1 s_1) / N$$

$$O_{11} = (69 * 65) / 154$$

$$\underline{O_{11}} = \underline{29,12}$$

Očekávané četnosti

model rodic. rodiny - muz * hodnoceni manzelstvi rodicu - muz Crosstabulation

			hodnoceni manzelstvi rodicu - muz			Total
			vydarene	prumerne	nevydarene	
model rodic. rodiny - muz	matka dominance	Count	22	29	18	69
		Expected Count	29,1	25,1	14,8	69,0
	otec dominance	Count	14	19	11	44
		Expected Count	18,6	16,0	9,4	44,0
	kooperativnost	Count	29	8	4	41
		Expected Count	17,3	14,9	8,8	41,0
Total	Count	65	56	33	154	
	Expected Count	65,0	56,0	33,0	154,0	

Test Chí-kvadrát

- chí-kvadrát porovná očekávané četnosti s pozorovanými

$$\chi^2 = \Sigma [(pozor. četnosti - oček.)^2 / oček.]$$

Příklad

$$\chi^2 = \Sigma [(\text{pozor. četnosti} - \text{oček.})^2 / \text{oček.}]$$

$$\chi^2 = (-7,1)^2/29,1 + 3,9^2/25,1 + 3,2^2/14,8 +$$
$$(-4,6)^2/18,6 + 3^2/16 + 1,6^2/9,4 +$$
$$11,7^2/17,3 + (-6,9)^2/14,9 + (-4,8)^2/8,8$$

$$\chi^2 = \mathbf{18,71}$$

Test Chí-kvadrát

- pro vyhledání kritické hodnoty χ^2 v tabulce musíme vypočítat ještě počet stupňů volnosti (df)
- **df = (ř-1) (s-1)**

(tj. počet řádků -1 krát počet sloupců -1)

Příklad

□ $df = (ř-1) (s-1)$

$df = (3-1) * (3-1)$

$df = 4$

□ v tabulkách vyhledáme kritickou hodnotu χ^2 pro $df = 4$ a 5% hladinu významnosti

□ $\chi^2_{\text{krit}} = \mathbf{9,49}$

Příklad

□ $\chi^2_{\text{krit}} = 9,49$

□ $\chi^2 = 18,71$

□ **závěr:** vypočítaná hodnota je větší než kritická hodnota - očekávané a pozorované četnosti se liší na 5% hladině významnosti (tj. je malá pravděpodobnost, že proměnné jsou nezávislé)

Test Chí-kvadrát ve Statistice

- Pearsonův chí-kv. : 18,7117, sv=4,
p=,000896
-

Chí-kvadrát pro 1 proměnnou

- tzv. test dobré shody (goodness-of-fit test)
 - opět porovnává očekávané a pozorované četnosti
 - předpokladem očekávaných četností není tentokrát nezávislost proměnných (máme jen 1)
-

Test dobré shody

- jak určíme očekávané četnosti?
 - 2 způsoby:
 - předpoklad vyplývá z teorie (např. u genetických dat – poměr osob s projevem dominantní a recesivní alely)
 - nebo můžeme předpokládat náhodné rozdělení do kategorií
-

Příklad

- je počet sebevražd stejný každý den v týdnu?
 - zjistíme data pro rok 2000 (ČR)
-

Příklad

pondělí	255
úterý	247
středa	240
čtvrtek	206
pátek	236
sobota	192
neděle	226

Příklad

□ očekávané četnosti

- stejný počet sebevražd pro každý den v týdnu
 - celkem 1602 sebevražd
 - očekávaná četnost pro každý den je 228,9
-

Příklad

Pozorované vs. očekávané četnosti (Tabulka5)

Chí-kvadrát =13,44444 sv =6 p < ,036499

	pozorov.	ocekav.	P - O	(P-O)^2/O
C: 1	255,000	228,857	26,1429	2,98636
C: 2	247,000	228,857	18,1429	1,43829
C: 3	240,000	228,857	11,1429	0,54254
C: 4	206,000	228,857	-22,8571	2,28286
C: 5	236,000	228,857	7,1429	0,22294
C: 6	192,000	228,857	-36,8571	5,93579
C: 7	226,000	228,857	-2,8571	0,03567
Sčt	1602,000	1602,000	-0,0000	13,44444

Příklad

- vzorec pro výpočet je stejný
 - $\chi^2 = 13,44$
 - $df = k - 1$ (počet kategorií - 1)
 - $df = 6$
 - pro $df = 6$ a 5% hladinu významnosti je $\chi^2_{krit} = 12,59$
 - **rozdíl je statisticky významný**
-

Příklad

Pozorované vs. očekávané četnosti (Tabulka5)
Chí-kvadrát = 13,44444 sv = 6 p < ,036499

	pozorov.	ocekav.	P - O	(P-O)^2/O
C: 1	255,000	228,857	26,1429	2,98636
C: 2	247,000	228,857	18,1429	1,43829
C: 3	240,000	228,857	11,1429	0,54254
C: 4	206,000	228,857	-22,8571	2,28286
C: 5	236,000	228,857	7,1429	0,22294
C: 6	192,000	228,857	-36,8571	5,93579
C: 7	226,000	228,857	-2,8571	0,03567
Sčt	1602,000	1602,000	-0,0000	13,44444

Omezení Chí-kvadrátu

- 2 potenciální problémy:
 - malý počet osob – pokud má velké % políček tabulky očekávanou četnost menší než 5 (v ideálním případě by všechna měla mít oček. četnost nejméně 5 osob)
 - příliš velký počet osob – čím vyšší N , tím vyšší χ^2 (vyjdou významné i malé rozdíly)
-

Prezentace výsledků

- kontingenční tabulka - uvést vždy počet osob
 - tabulka by měla být přehledná - uvést jen jeden nebo dva druhy relativních četností
 - u Chí-kvadrátu se zapisuje jeho hodnota, počet stupňů volnosti a hladina významnosti
 - Chíkv.=18.65, df=4, $p < 0.010$
-

Prezentace výsledků

- příklad kontingenční tabulky a výsledků testu Chí-kvadrát v tabulce:



Acrobat Document

Prezentace výsledků

- příklady výsledků testu Chí-kvadrát v textu článku:



Acrobat Document



Acrobat Document

Kontrolní otázky

- ❑ hlavní rozdíl mezi parametrickými a neparametrickými testy
 - ❑ výhody a nevýhody neparametrických testů
 - ❑ kdy je možno využít chí–kvadrát jako test nezávislosti proměnných? (pro jaké typy proměnných?)
 - ❑ kdy se chí–kvadrát využívá jako test dobré shody?
-

Literatura

- Hendl kapitola 5.4
 - Hendl kapitola 8
-