Míry asociace

- obecná definice – síla a směr vztahu
- míry asociace pro nominální data
- míry asociace pro ordinální data
- korelace

Míry asociace

- míry asociace vyjadřují **těsnost vztahu proměnných** (a případně **směr** vztahu)
- z chí-kvadrátu se dozvíme pouze, **zda nějaký vztah mezi proměnnými existuje** (tj. zda se liší četnosti pozorované a četnosti očekávané za předpokladu, že proměnné jsou nezávislé)

Míry asociace

- **těsnost (síla) vztahu** – vyjádřena absolutní hodnotou koeficientu
- není shoda v tom, od jaké hodnoty je vztah považován za těsný (někdy uváděno >0.70, jindy >0.30), středně těsný či slabý

Míry asociace

- **směr vztahu** – pouze u ordinálních a kardinálních proměnných
- **pozitivní vztah** – čím vyšší hodnoty jedné proměnné, tím vyšší hodnoty druhé proměnné
- **negativní vztah** - čím vyšší hodnoty jedné proměnné, tím nižší hodnoty druhé proměnné

Míry asociace pro nominální data

- míry asociace pro nominální data <u>ukazují pouze sílu vztahu dvou proměnných</u>, nikoli směr či jiné informace o povaze vztahu

Míry asociace pro nominální data

- rozsah koeficientů je obvykle mezi 0 a 1
  - čím vyšší hodnota, tím těsnější vztah
  - 0 – žádný vztah
  - 1 – absolutní vztah (z hodnot jedné proměnné můžeme předpovědět hodnoty druhé proměnné)
- pro koeficienty je možno spočítat statistickou významnost

Míry založené na chí-kvadrátu

- velikost hodnoty chí-kvadrát je ovlivněna velikostí výběru a počtem kategorií (políček tabulky)
- účelem koeficientů založených na chí-kvadrátu je eliminovat tyto vlivy

Míry založené na chí-kvadrátu

- mezi nejčastěji užívané míry asociace založené na chí-kvadrátu patří koeficienty
  - Fí (Phi)
  - Cramerovo V (Cramer’s V)

Míry založené na chí-kvadrátu

- **Fí koeficient** - užívá se pro tabulky 2x2 (tj. pro dichotomické proměnné, např. pohlaví)
- vypočte se tak, že se hodnota chí-kvadrátu vydělí počtem osob a výsledek se odmocní

Míry založené na chí-kvadrátu

- **Cramerovo V** – podobný výpočet jako Fí; počet osob se navíc násobí (počtem řádků – 1)
  - (pokud je počet řádků menší než počet sloupců, jinak počtem sloupců – 1)
- používá se pro tabulky větší než 2x2

Příklad

- příklad z přednášky o Chí-kvadrátu - jak souvisí model manželství s jeho vydařeností
- Chí-kvadrát = 18.71
- počet osob N = 154
- m = (počet řádků – 1) = 3 – 1 = 2

Kontingenční tabulka

MODEL_M: model rodic. rodiny - muz	2-rozměrná tabulka: Pozorované četnosti (family) RODICE_M vydarene	RODICE_M prumerne	RODICE_M nevydarene	Řádk. součty
matka dominance	22	29	18	69
Řádk. četn.	31,88%	42,03%	26,09%	
otec dominance	14	19	11	44
Řádk. četn.	31,82%	43,18%	25,00%	
kooperativnost	29	8	4	41
Řádk. četn.	70,73%	19,51%	9,76%	
Celk.	65	56	33	154

Příklad

- tabulka 3x3 – použijeme Cramerovo V
- $V = \sqrt{\chi^2/(N*m)}$
- $V = \sqrt{18.71/(154*2)}$
- **V = 0,246**

Příklad

- **interpretace:** hodnota 0,246 je poměrně nízká – vztah mezi modelem manželství a jeho vydařeností není příliš těsný (i když statisticky významný – viz výstup ve Statistice)

Výstup ve Statistice

Statist.	Statist. : MODEL_M(3) x RODICE_M(3) (family)		
	Chí-kvadr.	sv	p
Pearsonův chí-kv.	18,71174	df=4	p=,00090
M-V chí-kvadr.	18,83684	df=4	p=,00085
Fí	,3485754		
Kontingenční koeficient	,3291517		
Cramér. V	,2464800		

Další míry asociace

- **Cohenova kappa** – koeficient shody
- většinou používán pro měření shody mezi posuzovateli

Další testy

- **McNemarův test** – pro závislé výběry (opakovaná měření)
- pro tabulky 2x2 – zachycuje míru změny (kolik osob z určité kategorie při prvním měření přejde při druhém měření do jiné kategorie)
- obdobný test pro více než dvě měření – **Cochranův test**

Míry asociace pro ordinální data

- u ordinálních dat je výpočet založen na poměru tzv. souhlasných a nesouhlasných párů případů
- **souhlasný** pár případů – hodnota obou proměnných je u jednoho člena páru vyšší (nebo nižší) než u druhého
- **nesouhlasný** pár případů – hodnota jedné proměnné je u jednoho člena páru vyšší a hodnota druhé proměnné je nižší než u druhého člena páru

Příklad

- souvisí spokojenost v manželství
  - 3 velmi šťastné, 2 spíše šťastné, 1 ne příliš šťastné
- s hodnocením života
  - jako 3 vzrušujícího, 2 stereotypního až 1 nudného?

Příklad

Případ	manželství	život
Osoba 1	2	3
Osoba 2	1	2
Osoba 3	2	1

Příklad

- PÁR 1: osoba 1 (2, 3) a osoba 2 (1, 2) - souhlasný
- PÁR 2: osoba 1 (2, 3) a osoba 3 (2, 1) – nerozhodně (tzv. tie)
- PÁR 3: osoba 2 (1, 2) a osoba 3 (2, 1) - nesouhlasný

Míry asociace pro ordinální data

- koeficient gamma = počet souhlasných mínus počet nesouhlasných párů, tento rozdíl vzhledem k celkovému počtu párů (jen souhlasných a nesouhlasných)
- nerozhodné páry nebere gamma v úvahu

Míry asociace pro ordinální data

- $$\text{gamma} = \frac{\text{souhlasné - nesouhlasné}}{\text{souhlasné + nesouhlasné}}$$
- gamma = (1-1)/2 = **0**

Míry asociace pro ordinální data

- pokud je většina párů souhlasných, je hodnota gamma kladná – tj. **pozitivní vztah** (až +1)
- pokud je většina párů nesouhlasných, je hodnota gamma záporná – tj. **negativní vztah** (až -1)
- pokud je počet souhlasných a nesouhlasných párů vyrovnán – gamma kolem 0

Míry asociace pro ordinální data

- gamma je symetrická míra – nedělá rozdíly mezi závislou a nezávislou proměnnou
- asymetrická varianta koeficientu gamma – **Sommerovo D**
- **Kendallovo tau b**– stejný výpočet jako gamma, ale bere v úvahu i nerozhodné páry (tzv. ties); hodnoty v rozsahu -1 až +1 mohou být získány pouze pro čtvercové tabulky (tj. stejný počet kategorií obou proměnných)
- **Kendallovo tau c**– kromě korekce pro ties obsahuje i korekci pro velikost tabulky
- **Spearmanův koeficient korelace** (viz dále)

Shrnutí

- u nominálních dat hodnota míry asociace proměnných indikuje sílu vztahu – rozsah od 0 do 1
- u ordinálních dat míry asociace indikují jak sílu vztahu (abs. hodnota koeficientu), tak směr vztahu

Pearsonův korelační koeficient

- u intervalových a poměrových dat můžeme jako míru asociace – vztahu mezi proměnnými použít **Pearsonův korelační koeficient**
- **korelace**
  - ko = s, spolu, vzájemně
  - relace = vztah
  - korelace = vzájemný vztah proměnných

Pearsonův korelační koeficient

- absolutní hodnota koeficientu vyjadřuje **sílu (těsnost) vztahu**
- znaménko (+ nebo -) **směr vztahu**
- **rozsah -1 až +1**
- označuje se **r**

Pearsonův korelační koeficient

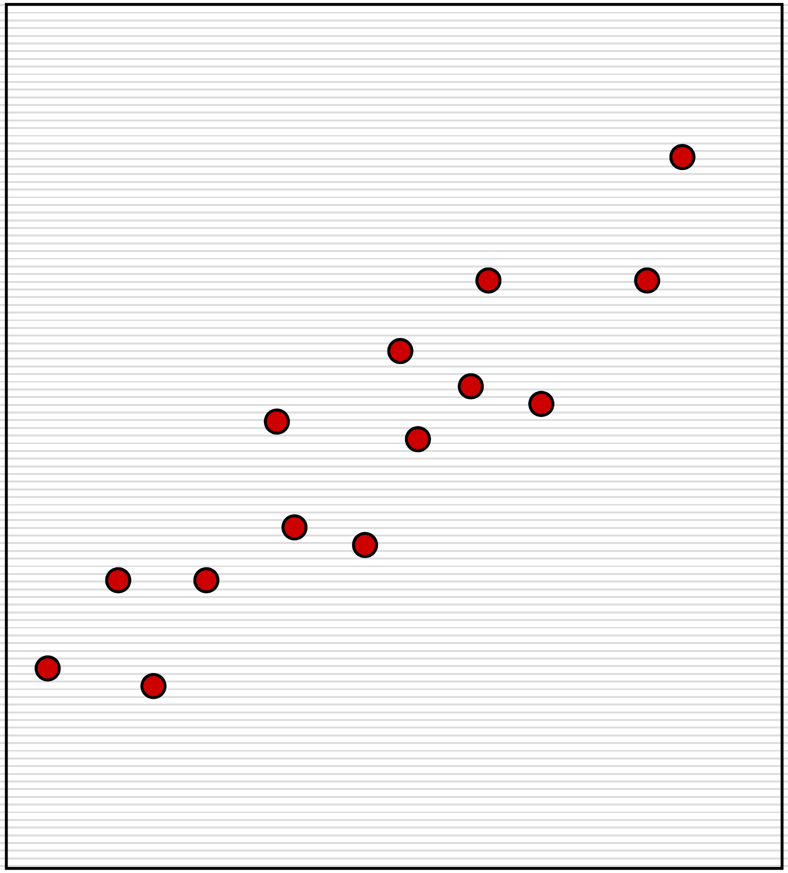
- sám o sobě je deskriptivní statistikou, ale podobně jako u ostatních měr asociace je možno spočíst **statistickou významnost (=zda se se významně liší od nuly**, tj. zda nějaký vztah mezi proměnnými vůbec existuje)
- závisí na velikosti výběru – čím vyšší, tím nižší koeficient vychází průkazný

Pearsonův korelační koeficient

- je mírou **pouze pro lineární vztahy**
- před výpočtem je vhodné zobrazit vztah mezi proměnnými graficky – tzv. **scatter** (dvourozměrný bodový diagram)

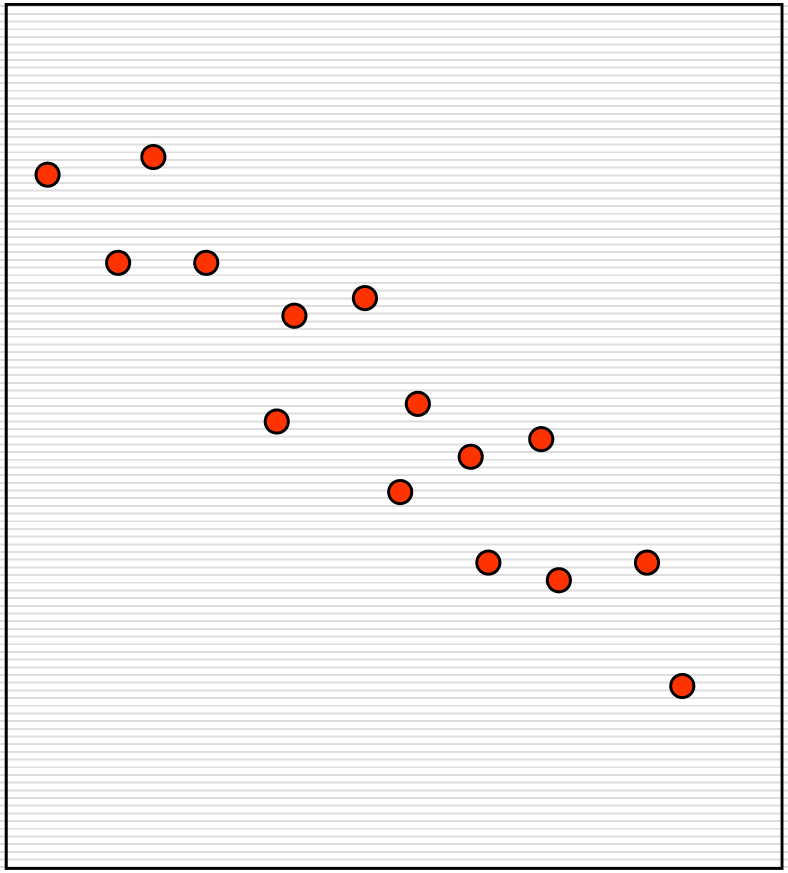
Scatter

- **pozitivní vztah** (přímá úměra) – čím vyšší hodnoty proměnné X, tím vyšší hodnoty proměnné Y
- r > 0



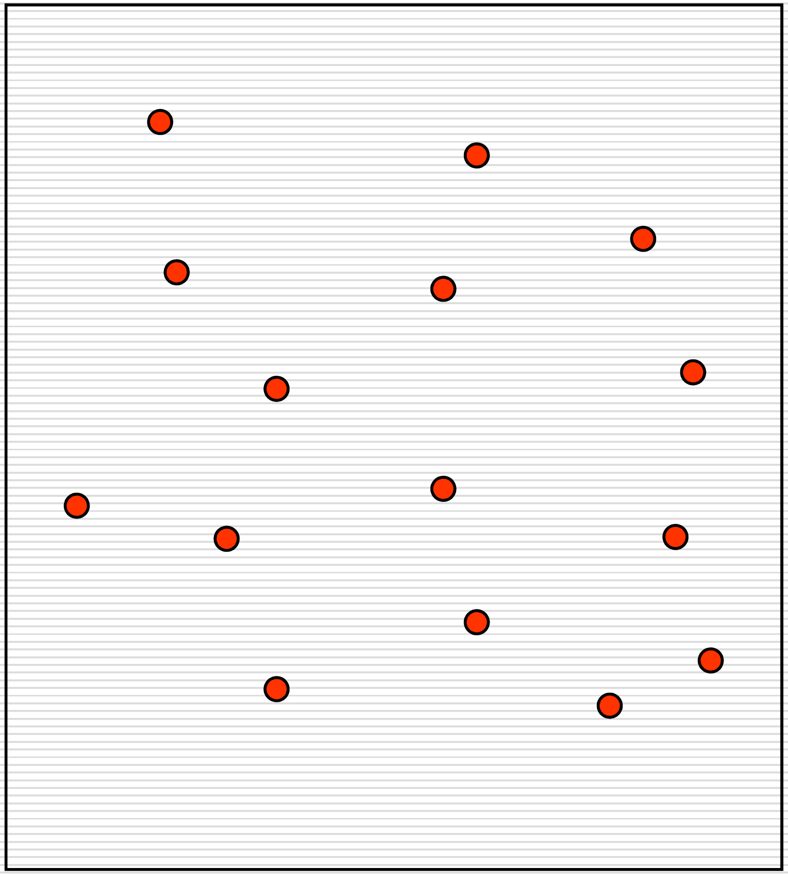
Scatter

- **negativní vztah** (nepřímá úměra) – čím vyšší hodnoty proměnné X, tím nižší hodnoty proměnné Y
- r < 0



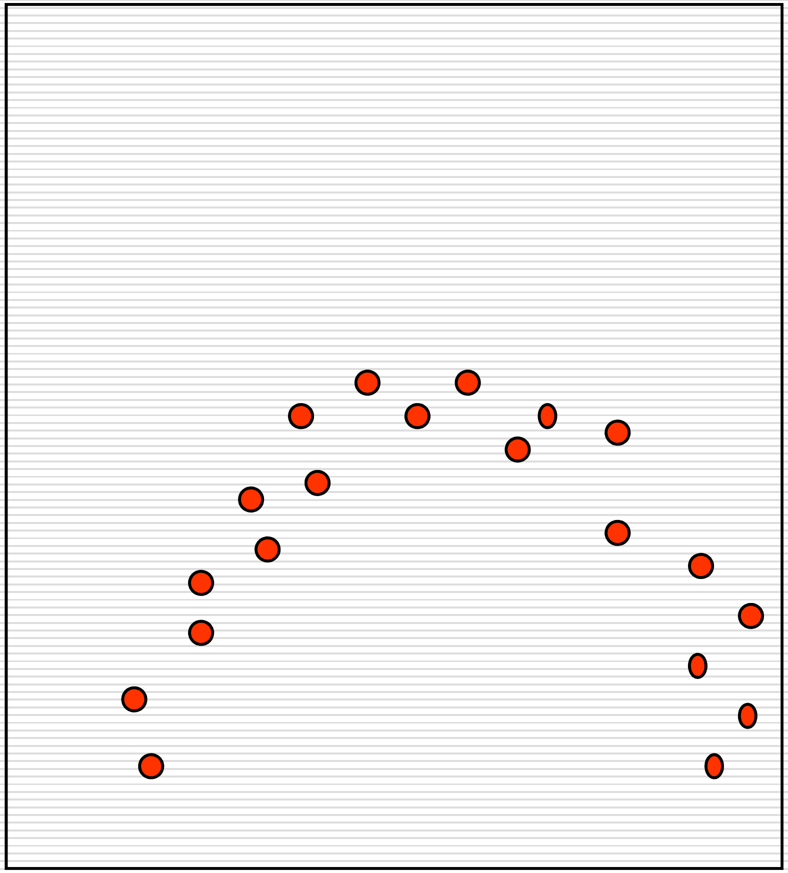
Scatter

- **žádný vztah** - hodnoty proměnné X nesouvisí s hodnotami proměnné Y
- r = 0



Scatter

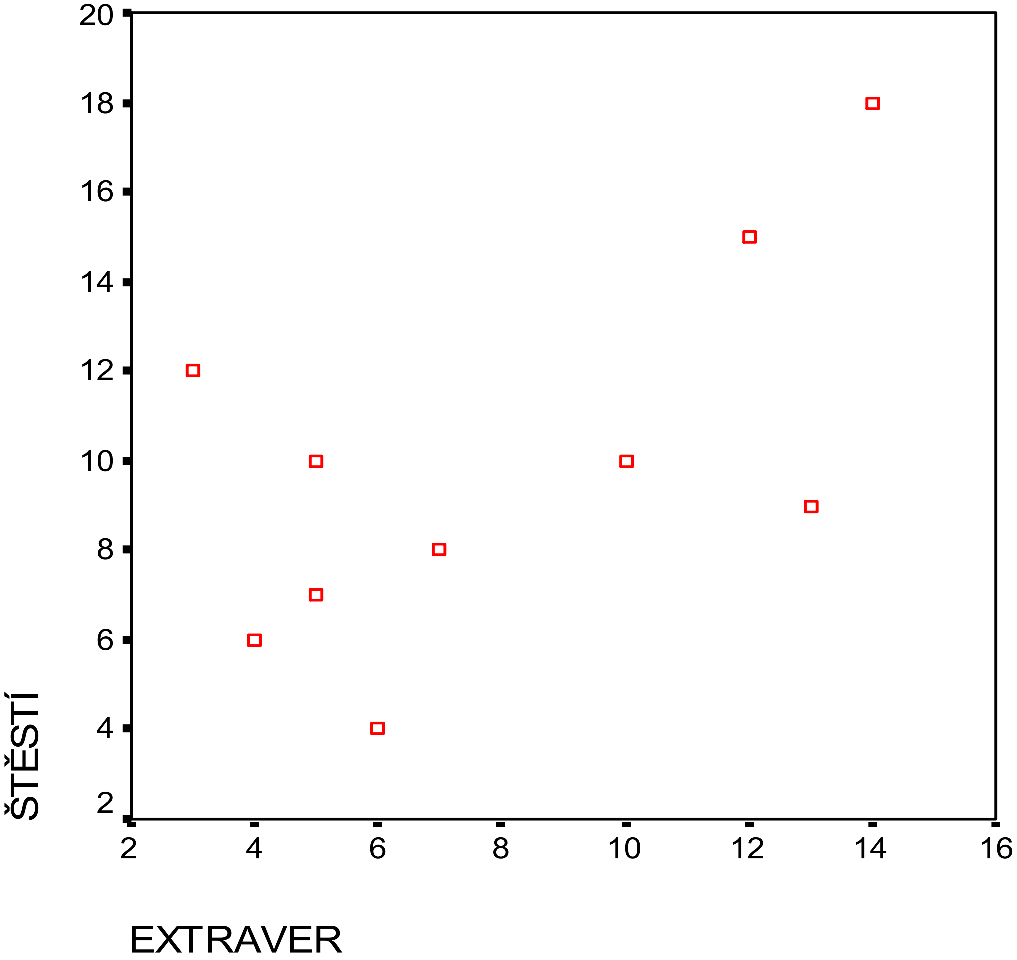
- **nelineární vztah**
- r = 0



Příklad

- jak spolu souvisí pocit štěstí a míra extraverze?
- 10 osob, 2 proměnné – skór z dotazníku štěstí a skór ze škály extraverze

Příklad



Příklad

štěstí	15	8	7	18	4	12	10	10	6	9
extraverze	12	7	5	14	6	3	5	10	4	13

Příklad

- **výpočet r**
- $\mathbf{r_{xy} = s_{xy}/s_x s_y}$
- **s_{xy}= kovariance**
- $\mathbf{s_{xy} = (\Sigma^{n}_{i=1} (x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y}))/(n-1)}$
- **s_x, s_y = směrodatné odchylky**

Příklad

- $\bar{x} = m_x = 9{,}90$
- $s_x = 4{,}20$
- $\bar{y} = m_y = 7{,}90$
- $s_y = 4{,}01$
- $n = 10$

Příklad

- $\mathbf{s_{xy} = (\Sigma^n_{i=1} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}))/(n-1)}$
- $s_{xy} = (\Sigma^n_{i=1} (x_i - 9{,}9)(y_i - 7{,}9)/(10-1)$
- $s_{xy} = ((15-9{,}9)(12-7{,}9) + (8-9{,}9)(7-7{,}9) + (7-9{,}9)(5-7{,}9) + (18-9{,}9)(14-7{,}9) + (4-9{,}9)(6-7{,}9) + (12-9{,}9)(3-7{,}9) + (10-9{,}9)(5-7{,}9) + (10-9{,}9)(10-7{,}9) + (6-9{,}9)(4-7{,}9) + (9-9{,}9)(13-7{,}9))/9$
- $s_{xy} = ((5{,}1*4{,}1) + (-1{,}9*-0{,}9) + (-2{,}9*-2{,}9) + (8{,}1*6{,}1) + (-5{,}9*-1{,}9) + (2{,}1*-4{,}9) + (0{,}1*-2{,}9) + (0{,}1*2{,}1) + (-3{,}9*-3{,}9) + (-0{,}9*5{,}1))/9$
- $s_{xy} = (20{,}91+1{,}71+8{,}41+49{,}41+11{,}21+(-10{,}29)+(-0{,}29)+0{,}21+15{,}21+(-4{,}59))/9$
- $s_{xy} = 91{,}9/9$
- $\mathbf{s_{xy} = 10{,}21}$

Příklad

- $r_{xy} = s_{xy}/s_x s_y$

- $r_{xy} = 10{,}21/4{,}20*4{,}01$
- $r_{xy} = 10{,}21/16{,}84$
- $r_{xy} = 0{,}606$

Výstup ve Statistice

Proměnná	Korelace (data příklad přednáška 2) Označ. korelace jsou významné na hlad. p < ,0500(N=10 (Celé případy vynechány u ChD) štěstí	extraverze
štěstí	1,00	0,61
extraverze	0,61	1,00

Interpretace r

- není shoda v tom, jaká hodnota r je považována za těsný vztah
- interpretace navržená Guilfordem:
  - <0.20 zanedbatelný vztah
  - 0.20-0.40 nepříliš těsný vztah
  - 0.40-0.70 středně těsný vztah
  - 0.70-0.90 velmi těsný vztah
  - >0.90 extrémně těsný vztah

Interpretace r

- pro lepší interpretaci je možné převést koeficient korelace na **koeficient determinace (r^2)**
- ukazuje, kolik rozptylu v jedné proměnné může být vysvětleno rozptylem ve druhé proměnné

Interpretace r

- v našem příkladu
  - $r = 0{,}606$
  - $r^2 = 0{,}367$
- 36,7% rozdílů v míře štěstí můžeme vysvětlit rozdíly v míře extraverze

Interpretace r

- **korelace neznamená příčinný vztah mezi proměnnými**
  - ten můžeme ověřovat např. experimentem, kdy jsou všechny ostatní proměnné udržovány konstantní, proměnná X předchází Y v čase atd.

Faktory ovlivňující r

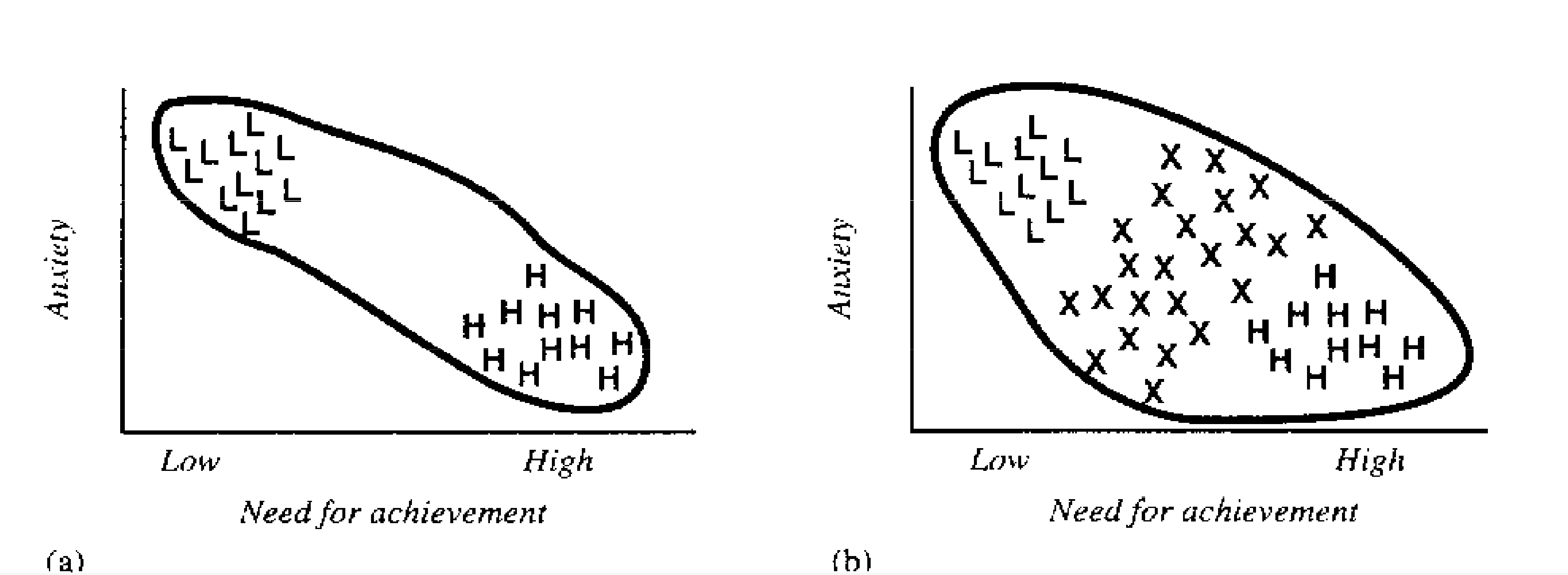
- omezený rozsah hodnot proměnné
- použití extrémních skupin
- nehomogenní soubor
- extrémní hodnoty (outliers)
- nelineární vztahy
- reliabilita použitých nástrojů

Omezený rozsah hodnot

- omezený rozsah hodnot jedné nebo obou proměnných snižuje hodnotu r
- stejně tak nízká variabilita (extrémní případ:pokud by všechny hodnoty 1 proměnné byly stejné, zákonitě r=0)

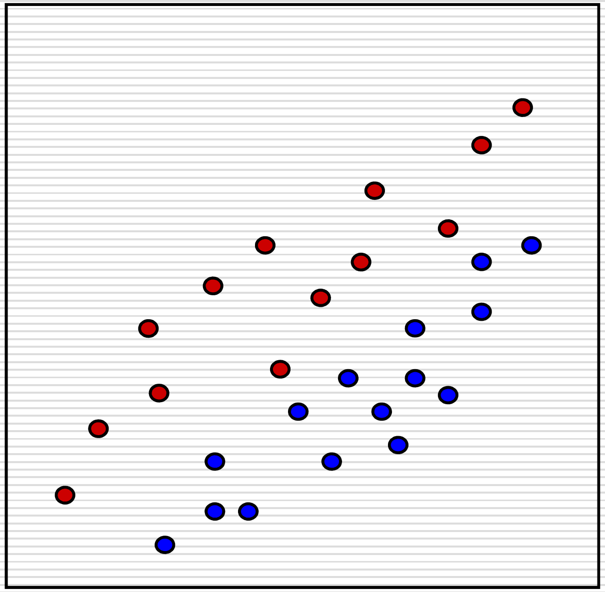
Použití extrémních skupin

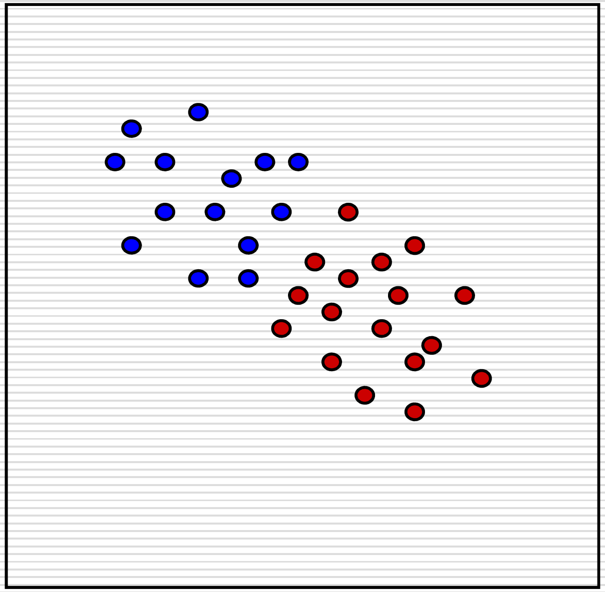
- použití extrémních skupin (např. jen osob s vysokým IQ) vede k vyššímu r



Nehomogenní soubor

- může zkreslit r jak směrem nahoru, tak dolů



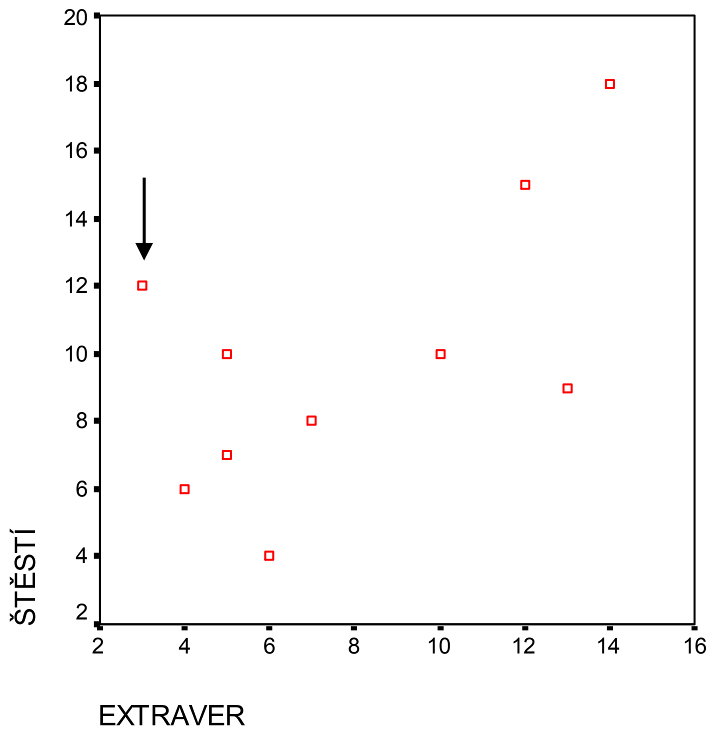


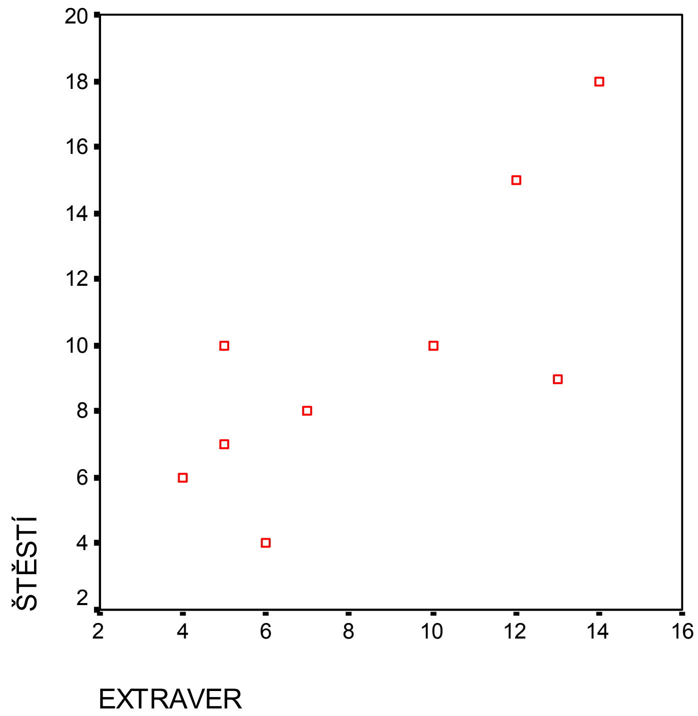
Extrémní hodnoty

- extrémní hodnoty v jedné nebo obou proměnných mohou r výrazně zkreslit (nejen hodnotu, ale i směr), zvláště když je počet osob v souboru nízký

Extrémní hodnoty

- r= 0,606
- r= 0,766





Neparametrický koeficient

- pro ordinální data je možno spočítat **Spearmanův koeficient pořadové korelace** (ρ)
- počítá se tak, že
  - hodnoty obou proměnných se seřadí od nejnižší po nejvyšší a přidělí se jim pořadí
  - z pořadí se pak počítá Pearsonův koeficient korelace

Literatura

- **Hendl: kapitoly 8.3, 7.1 a 7.2**