Parciální korelace
Regresní analýza

Parciální korelace

- parciální (dílčí) korelace nám umožňují při výpočtu **uměle vyloučit vliv některých proměnných**
- a odhalit tak případné zkreslení při zkoumání vztahů mezi proměnnými (viz přednášky z metodologie)

Parciální korelace

- příklad – zkoumáme vztah mezi proměnnými X a Y, a zajímá nás, zda tento vztah nějak není ovlivněn proměnnou Z

Parciální korelace - příklad

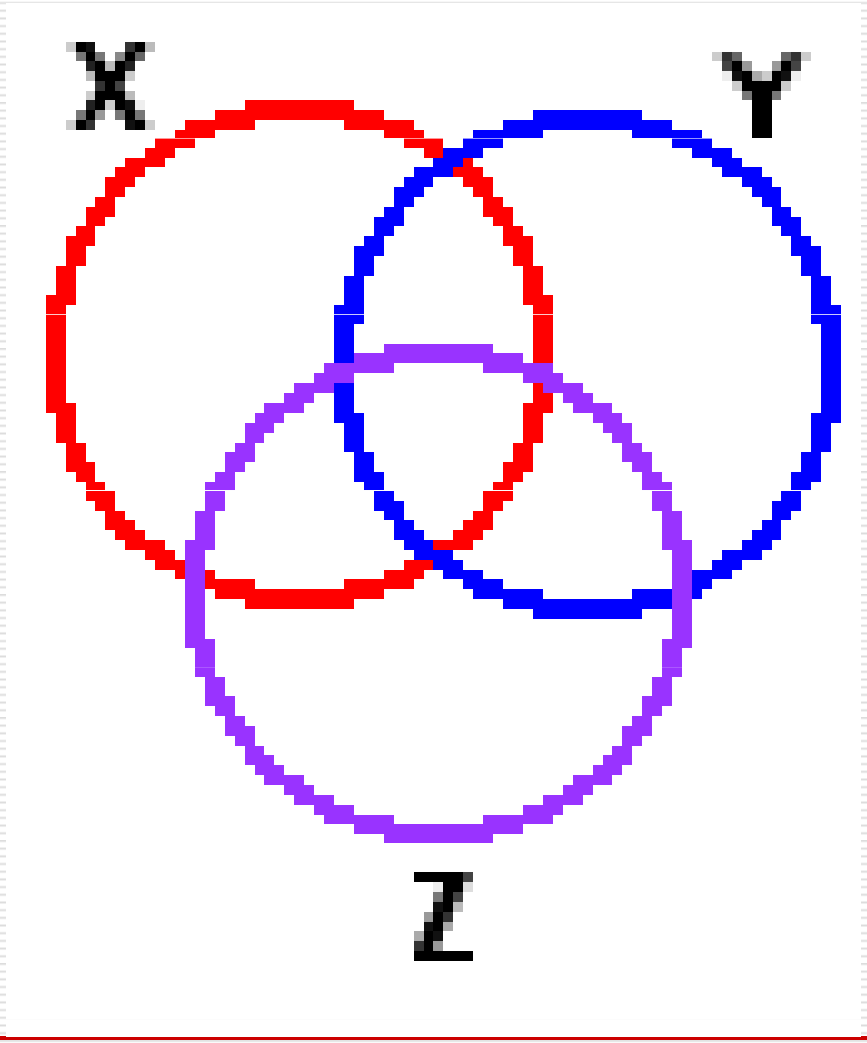
- zjistíme následující **korelace**

  X versus Y: $\mathbf{r}_{XY} = 0.50$ ($\mathbf{r}^2_{XY} = 0.25$)
  X versus Z: $\mathbf{r}_{XZ} = 0.50$ ($\mathbf{r}^2_{XZ} = 0.25$)
  Y versus Z: $\mathbf{r}_{YZ} = 0.50$ ($\mathbf{r}^2_{YZ} = 0.25$)

Parciální korelace - příklad

- $\mathbf{r}^2$= koeficient determinace, tj. podíl společného rozptylu obou proměnných
- pro každý pár proměnných je v tomto případě 25% (25% rozptylu proměnné X můžeme vysvětlit rozptylem v proměnné Y, atd.)

Parciální korelace - příklad



Parciální korelace - příklad

- z obrázku je zřejmé, že nastává určité prolínání rozptylů všech tří proměnných
- to znamená, že určitá část korelace mezi každou dvojicí proměnných (např. X a Y) souvisí s korelacemi těchto dvou proměnných se třetí proměnnou (tj. např. X se Z a Y se Z)
- tj. z 25% společného rozptylu proměnných X a Y se určitá část (odhadem z obrázku více než polovina) prolíná s rozptylem proměnné Z

Parciální korelace

- výpočet parciální korelace nám umožní „změřit“ tuto oblast překrývajících se rozptylů přesně
- a tak určit, jaká by byla korelace mezi dvěma proměnnými v případě, že by (hypoteticky) ani jedna z nich nekorelovala s touto třetí proměnnou (nebo také můžeme říct – kdyby byly hodnoty třetí proměnné konstatní)

Parciální korelace - příklad

- **výpočet parciální korelace mezi X a Y s kontrolou proměnné Z**
- $\mathbf{r}_{XY.Z} = (\mathbf{r}_{XY} - (\mathbf{r}_{XZ}\mathbf{r}_{YZ}))/ \sqrt{(1- \mathbf{r}^2_{XZ})(1- \mathbf{r}^2_{YZ})}$
- $\mathbf{r}_{XY.Z} = (0.50-(0.50)(0.50)/ \sqrt{(1- 0.25)(1- 0.25)}$
- $\mathbf{r}_{XY.Z} = 0.25/0.75 = \mathbf{0.33}$
- $(r^2_{XY.Z} = 0.11)$

Parciální korelace

- příklad „ze života“
- chceme zjistit, jaký je vztah mezi počtem bodů ze závěrečného testu ze statistiky (Y) a celkovým počtem hodin stráveným během semestru studiem (X)
- zjistíme, že $\mathbf{r}_{XY} = \mathbf{0.20}$

Parciální korelace

- zajímá nás, jak je tento vztah ovlivněn třetí proměnnou – strachem studenta ze zkoušky ze statistiky
- zjistíme, že $\mathbf{r}_{XZ}$ = **0.80** (tj. čím větší strach, tím více se student připravoval) a $\mathbf{r}_{YZ}$ = **-0.40** (tj. čím větší strach, tím horší výsledek testu)

Parciální korelace

- parciální korelace mezi dobou studia a počtem bodů v testu s kontrolou míry strachu ze zkoušky je
  $\mathbf{r_{XY \cdot Z} = 0.95}$
- tj. pokud „odstraníme“ vliv strachu, je vztah mezi dobou strávenou přípravou na zkoušku a jejím výsledkem mnohem těsnější (0.20 vs 0.95)

Regresní analýza

- výsledkem regresní analýzy je **matematický model vztahu mezi** dvěma nebo více **proměnnými**
- snažíme se z jedné proměnné nebo lineární kombinace více proměnných predikovat hodnoty další proměnné

Regresní analýza

- dva typy proměnných: **predikovaná** (závislá) **proměnná** a **prediktory** (nezávisle proměnné)
- predikovaná proměnná se označuje **Y**, prediktory $\mathbf{X_1, X_2 \ldots X_n}$
- pouze 1 prediktor – **jednoduchá regrese**
- více prediktorů – **vícenásobná regrese**

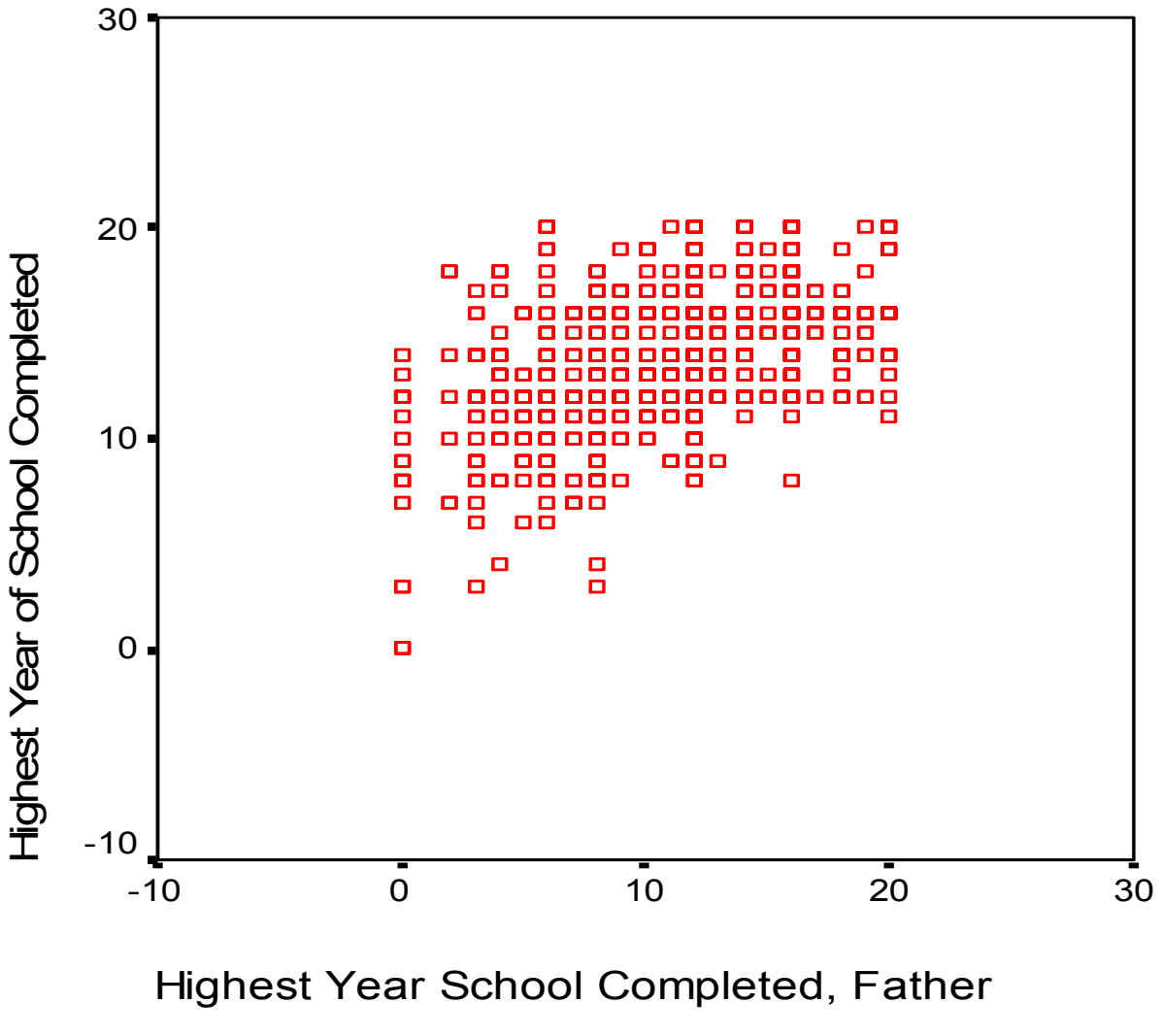
Regresní analýza

- regresní analýza umožňuje
  - porozumět vztahům mezi proměnnými,
  - predikovat hodnoty proměnné Y z hodnot proměnné X (s určitou přesností) – např. z hodnot známek na střední škole nebo z počtu bodů u přijímacího testu předpovědět úspěšnost na VŠ

Jednoduchá regresní analýza

- **příklad** – Jak souvisí vzdělání respondenta se vzděláním otce?
- tj. jak dobře můžeme předpovědět počet let formálního vzdělání respondenta z údaje o počtu let vzdělání jeho otce?

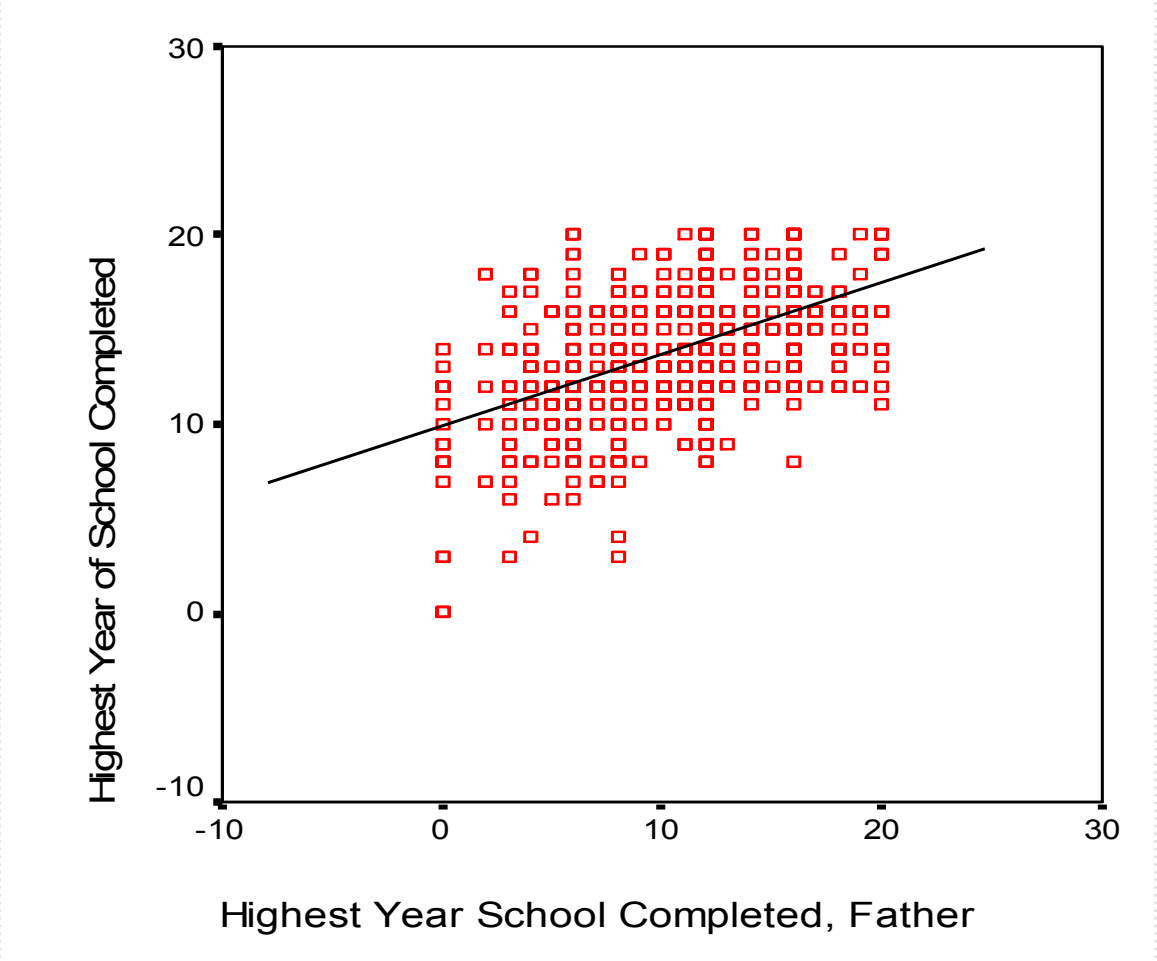
Jednoduchá regresní analýza



Jednoduchá regresní analýza

- snažíme se najít rovnici tzv. regresní přímky
- **regresní přímka** je taková přímka, od které je vzdálenost bodů (představujících naměřená data) co nejmenší
- taková přímka, která nejlépe vystihuje data

Jednoduchá regresní analýza



Jednoduchá regresní analýza

- jednou z metod, jak regresní přímku nalézt, je **metoda nejmenších čtverců**
- je zvolena taková přímka, kdy platí, že součet čtverců vzdáleností jednotlivých bodů od přímky je minimální

Jednoduchá regresní analýza

- obecná rovnice regresní přímky

$$Y' = a + bX$$

- **a** je **konstanta** (predikovaná hodnota Y, když hodnota X je 0)
- **b** je **směrnice** regresní přímky (úhel přímky vzhledem k ose; kolikrát se Y zvětší s každou jednotkou X);

Jednoduchá regresní analýza

- v příkladu vychází rovnice regresní přímky ***Y' = 9,93 + 0,32*X***
- pro děti otců s 0 lety vzdělání předpovídáme necelých 10 let vzdělání
- s každým dalším rokem otcova vzdělání předpovídáme o 0,32 roku vzdělání respondenta více
  - např. pro děti otců s 12 lety vzdělání je predikovaná hodnota jejich vlastního vzdělání 13,8 let

Výstup ve Statistice

N=1065	Výsledky regrese se závislou proměnnou : EDUC (us) R= ,46341505 R^2= ,21475351 uprav. R^2= ,21401480 F(1,1063)=290,72 p<0,0000 Směrod. chyba odhadu : 2,5348					
	Beta	Sm.chyba beta	B	Sm.chyba B	t(1063)	Úroveň p
Abs.člen			9,925692	0,219305	45,25983	0,00
PAEDUC	0,463415	0,027179	0,321573	0,018860	17,05037	0,00

Vícenásobná regresní analýza

- predikujeme závislou proměnnou z více prediktorů
- vliv každého z prediktorů na závislou proměnnou je **kontrolován** pro vliv všech ostatních prediktorů (jde tedy o vliv „očištěný“ od vlivů ostatních proměnných a tudíž počítáme **parciální** koeficienty)

Vícenásobná regresní analýza

- **příklad** – kromě vzdělání otce *(X_1)* může mít na dosažené vzdělání vliv také počet dětí v rodině *(X_2)*
- rovnice regresní přímky je

$$Y' = a + b_1X_1 + b_2X_2$$

Vícenásobná regresní analýza

- $Y' = 10,68 + 0,30*X_1 - 0,13*X_2$
- vliv vzdělání otce (b=0,30) je o něco menší než u jednoduché regresní analýzy (b=0,32) – je kontrolován pro počet dětí v rodině, který je zřejmě ovlivněn také vzděláním otce
- vliv počtu dětí v rodině je záporný – tj. čím více dětí, tím nižší vzdělání

Vícenásobná regresní analýza

- vícenásobná regresní analýza nám umožní srovnat vliv všech prediktorů na závislou proměnnou
- můžeme dojít k závěru, že větší vliv na vzdělání respondenta má vzdělání otce než počet dětí v rodině?

Vícenásobná regresní analýza

- pokud chceme srovnávat vliv prediktorů měřených v různých jednotkách, je nutné použít tzv. **standardizované regresní koeficienty**
- ukazují, kolikrát vzroste hodnota závislé proměnné, pokud se změní hodnota prediktoru o 1 směrodatnou odchylku a hodnoty ostatních prediktorů přitom zůstanou konstatní

Výstup ve Statistice

N=1064	Výsledky regrese se závislou proměnnou : EDUC (us) R= ,47898587 R^2= ,22942746 uprav. R^2= ,22797492 F(2,1061)=157,95 p<0,0000 Směrod. chyba odhadu : 2,5117					
	Beta	Sm.chyba beta	B	Sm.chyba B	t(1061)	Úroveň p
Abs.člen			10,67468	0,270874	39,40827	0,000000
SIBS	-0,128882	0,028046	-0,12766	0,027780	-4,59535	0,000005
PAEDUC	0,427009	0,028046	0,29631	0,019462	15,22516	0,000000

Vícenásobná regresní analýza

- beta pro vzdělání otce je 0,43
- pro počet dětí v rodině -0,13
- větší vliv má tedy vzdělání otce než počet dětí v rodině

Vícenásobná regresní analýza

- kromě regresních koeficientů je počítán také tzv. **koeficient vícenásobné korelace** – korelace všech prediktorů se závislou proměnnou; ozn. **R**
- jde vlastně o korelaci mezi pozorovanými hodnotami závislé proměnné a hodnotami predikovanými na základě regresního modelu

Vícenásobná regresní analýza

- koeficient **vícenásobné determinace** – tzv. % vysvětleného rozptylu (závislé proměnné) lineární kombinací prediktorů; ozn. **R^2**

Výstup ve Statistice

Statist.	Statistické shrnutí;ZP: EDUC (us) Hodnota
Vícenás. R	0,4790
Vícenás. R^2	0,2294
Přizpůs. R^2	0,2280
F(2,1061)	157,9491
p	0,0000
Sm. chyba odhadu	2,5117

Vícenásobná regresní analýza

- u jednoduché regresní analýzy je **koeficient vícenásobné korelace** roven korelaci mezi oběma proměnnými

Testování hypotéz v regresní analýze

- jsou testovány 2 typy hypotéz
- 1) zda se R průkazně liší od 0
  - testuje se analýzou rozptylu (porovnává rozptyl vysvětlený regresním modelem a reziduální rozptyl)
- 2) zda se regresní koeficienty průkazně liší od 0
  - testuje se t-testem

Výstup ve Statistice

Statist.	Statistické shrnutí;ZP: EDUC (us) Hodnota
Vícenás. R	0,4790
Vícenás. R^2	0,2294
Přizpůs. R^2	0,2280
F(2,1061)	157,9491
p	0,0000
Sm. chyba odhadu	2,5117

Výstup ve Statistice

N=1064	Výsledky regrese se závislou proměnnou : EDUC (us) R= ,47898587 R^2= ,22942746 uprav. R^2= ,22797492 F(2,1061)=157,95 p<0,0000 Směrod. chyba odhadu : 2,5117					
	Beta	Sm.chyba beta	B	Sm.chyba B	t(1061)	Úroveň p
Abs.člen			10,67468	0,270874	39,40827	0,000000
SIBS	-0,128882	0,028046	-0,12766	0,027780	-4,59535	0,000005
PAEDUC	0,427009	0,028046	0,29631	0,019462	15,22516	0,000000

Reziduály

- výsledkem regresní analýzy jsou **predikované skóry** (na základě regresní rovnice)
- z nich je možno odvodit **reziduální skóry** – rozdíl mezi skutečnou a predikovanou hodnotou proměnné

Předpoklady regresní analýzy

- skóry v proměnných jsou nezávislé (nejde např. o opakovaná měření)
- dostatečná variabilita všech proměnných
- rozdělení hodnot proměnných je normální
  - u malých výběrů zkontrolovat extrémní hodnoty

Předpoklady regresní analýzy

- vztahy mezi Y a každou X jsou lineární
  - zkontrolovat scatterem
- vzájemné korelace mezi prediktory nejsou příliš vysoké (tzv. problém mulikolinearity)
  - pokud ano, je vhodné buď některou z nich vyřadit, nebo z nich vytvořit např. faktorovou analýzou jeden skór

Předpoklady regresní analýzy

- rozdělení hodnot reziduálů je normální
  - zkontrolovat analýzou reziduálů – histogramem, pravděpodobnostním grafem
- dostatečně velký počet osob ve výběru vzhledem k počtu prediktorů v modelu (nejméně 10-20x více osob než prediktorů)

Příklad prezentace výsledků

TABLE 3. Multiple Regression Analysis: The Effects of IQ and PD scores on Motor Assessment Battery for Children (MABC) Total Score in 11–12-year-old Children (n = 150)

	Dependent variable: MABC total score	
	Standardized coefficient (β)	*p*-value
IQ	−.346	.000
Paranoid	−.046	.704
Borderline	.060	.674
Dependent	−.277	.043
Histrionic	.110	.475
Obsessive-compulsive	−.034	.767
Schizotypal	−.185	.198
Schizoid	.113	.226
Narcissistic	−.041	.793
Conduct	.145	.128
Avoidant	.516	.001
Passive-Aggressive	−.046	.756
Depressive	.108	.412

Note: $F = 5.04$; $p < .001$; $R^2 = .33$, adjusted $R^2 = .26$

Zápis výsledků - příklad

- Regresní analýzou bylo zjištěno, že počet let formálního vzdělání respondenta je ovlivněn především vzděláním otce (beta=0,43), zčásti také počtem sourozenců respondenta (beta=-0,13). Vzdělání otce a vzdělání respondenta je v pozitivním vztahu; naopak čím vyšší počet sourozenců, tím nižší vzdělání respondenta. Regresní model vysvětloval celkem 23% rozptylu v počtu let vzdělání respondenta ($F=157,9$, $p<0,001$).

Literatura

- Hendl, kapitoly 9 a 10