I. Základní operace s hudebními proporcemi

- s hudebními proporcemi, tj. poměry operujeme jako s proporcemi geometrickými
- základní tvar hudební proporce je dvojí: buď ve tvaru *zlomku* (např. kvinta - $\frac{3}{2}$), nebo ve tvaru *poměru* (např. kvinta - 3:2), v zásadě je lhostejné, který tvar použijeme, pro matematické operace je ale vhodnější použití proporce ve tvaru zlomku – lépe se nám počítá
- dvě libovolné proporce, např. kvinta $\frac{3}{2}$ a kvarta $\frac{4}{3}$, můžeme vzájemně kombinovat *sčítáním* a *odčítáním*
- **sčítání** provedeme pomocí matematické operace *násobení*, např. chceme-li sčítat kvintu a kvartu, vynásobíme obě proporce: $\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}=\frac{12}{6}=\frac{2}{1}$, vidíme, že jsme dostali proporci oktávy, čili kvinta a kvarta „dá“ oktávu
- **odčítání** provedeme pomocí matematické operace dělení, např. chceme-li odečítat kvartu od kvinty (logicky menší interval od většího), vydělíme obě proporce: $\frac{3}{2}\div\frac{4}{3}\, nebo \frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{3}}=\frac{9}{8}$, dostali jsme proporci celého tónu

Z metodologie sčítání a odčítaní, tedy ze vzájemného kombinování proporcí, vychází tzv. Pythagorejské ladění (aplikuji zde na diatonickou stupnici):

c		d		e		f		g		a		h		c
	9:8		9:8		256:243		9:8		9:8		9:8		256:243	

II. Aritmetický střed a harmonický střed

- operace s proporcemi umožňující určit střední proporci (např. proporci a:b rozdělíme nějakým x a dostaneme a:x:b, tedy proporci definující nikoli dva krajné tóny intervalu ale tóny tři)
- **aritmetický střed** definován formulkou: $\frac{a+b}{2}$; aritmetické dělení poměru a:b můžeme vyjádřit jako a:x:b, kde $x=\frac{a+b}{2}$
- **harmonický střed** definován formulkou: $\frac{2ab}{a+b}$; harmonické dělení poměru a:b můžeme vyjádřit jako a:y:b, kde $y=\frac{2ab}{a+b}$

- vztah mezi aritmetickým a harmonickým dělením je dán formulkou: $y = \frac{ab}{x}$; proto harmonické dělení se dá vyjádřit také jako $a : \frac{ab}{x} : b$ co můžeme zredukovat na $ax : ab : bx$

APLIKACE:

1. potřebujeme rozdělit **oktávu** danou poměrem 2:1

1.1. poměr oktávy 2:1 dosadíme do vzorce **aritmetického** dělení $x = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2}$ a dostaneme kvintu, kterou vložíme do poměru oktávy a dostaneme $2 : \frac{3}{2} : 1$ dále upravíme „kraje“ (tj. 2 a 1) vynásobením jmenovatelem „středu“ (tj. $\frac{3}{2}$ - jmenovatel 2) a dostaneme konečnou proporci $4 : 3 : 2$ kde kraj tvoří poměr oktávy a se středem tvoří poměr kvarty a kvinty

1.2. dosadíme do vzorce **harmonického** dělení $y = \frac{2.2.1}{2+1} = \frac{4}{3}$ a dostaneme kvartu, kterou vložíme do poměru oktávy a dostaneme $2 : \frac{4}{3} : 1$ dále upravíme kraje vynásobené jmenovatelem středu a dostaneme konečnou proporci $6 : 4 : 3$ kde kraje tvoří poměr oktávy a se středem tvoří poměr kvinty a kvarty

2. potřebujeme rozdělit **kvintu** danou poměrem 3:2, abychom tak dostali poměr kvintakordu

2.1. poměr kvinty dosadíme do vzorce **aritmetického** dělení $x = \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2}$, dále vložíme do poměru kvinty $3 : \frac{5}{2} : 2$, upravíme kraje a dostaneme $6 : 5 : 4$, což je poměr - proporce molového kvintakordu obsahující malou přirozenou tercii (6:5) a velkou přirozenou tercii (5:4)

2.2. poměr kvinty dosadíme do vzorce **harmonického** dělení $y = \frac{2 \times 3 \times 2}{3+2} = \frac{12}{5}$ a výslednou proporci vložíme do poměru kvinty $3 : \frac{12}{5} : 2$, upravíme kraje a dostaneme $15 : 12 : 10$, což je poměr durového kvintakordu (15:12 vydělíme 3 a dostaneme 5:4, tj. velkou tercii, a 12:10 vydělíme 2 a dostaneme 6:5, tj. malou tercii)

POZNÁMKA

V uvedených aplikacích jsme pracovali se *superpartikulárními* proporcemi $\frac{n+1}{n}$, pokud bychom ale vycházeli z délky struny, pak bychom podobně jako Rameau použili proporce *subsuperpartikulární* $\frac{n}{n+1}$, které jsou pouze obratem proporcí *superpartikulárních* a na výpočtech samotných to vlastně nic nemění, jenomže namísto například proporce $6:5:4$ definující molový kvintakord dostaneme proporci obrácenou $4:5:6$ definující durový kvintakord. Právě Rameau pracoval s proporcemi *subsuperparticularis*. Touto dvouznačností je nutné se nenechat zmýlit.

III. Dělení harmonického intervalu

- **dělení harmonických intervalů** počítáme pomocí formulace $\frac{x}{y} = \frac{2x}{x+y} \times \frac{x+y}{2y}$, kterou rozdělíme jakýkoli harmonický interval (tj. interval $\frac{n+1}{n}$, kde n je jakékoli celé číslo) na další dva harmonické intervaly (tj. opět intervaly podle vzorce $\frac{n+1}{n}$)

Z metodologie dělení intervalů vychází tzv. Ptolemaiovské, nebo také *syntonické* (podle diatonického tetrachordu syntonon navrženého Ptolemaiem), proto u Ptolemaia nacházíme jen harmonické intervaly (opět aplikuji na diatonickou stupnici):

c		d		e		f		g		a		h		c
	9:8		10:9		16:15		9:8		10:9		9:8		16:15	

IV. K Rameauově 1. knize z Traité de l'Harmonie 1722

(pojednávající „O vztazích mezi harmonickými poměry a proporcemi“)

Rameau při definici proporce durového a molového kvintakordu používá zjednodušenou metodu určování středu:

velká tercie	4:5
malá tercie	5:6
násobky čitatelů a jmenovatelů, 4x5 a 5x6, dostaneme kvintu:	20:30
násobky „do kříže“, dostaneme středy	24 a 25
dosazení středů do poměru kvinty:	20:24:30 20:25:30

Výsledné proporce: 20:24:30 – molový kvintakord a 20:25:30 – durový kvintakord Rameau pak nazývá „**perfektními**“ akordy. Podobně definuje také septakordy a určuje i proporce akordických obratů.