

# Základy matematiky a statistiky pro humanitní obory II

Pavel Rychlý    Vojtěch Kovář

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita  
Botanická 68a, 602 00 Brno, Czech Republic

{pary, xkovar3}@fi.muni.cz

část 2

# Obsah přednášky

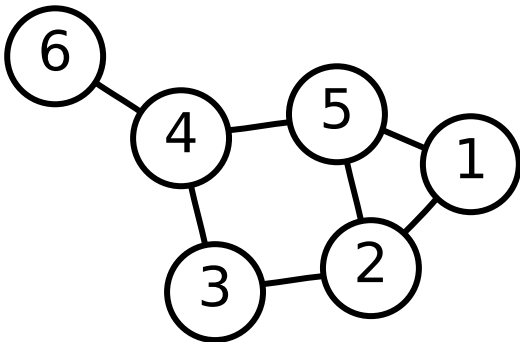
- 1 Graf
- 2 Základní pojmy
- 3 Typy grafů
- 4 Některá rozšíření pojmu grafu
- 5 Analogie se známými pojmy

# Graf

- Graf  $G$  je dvojice  $(V, E)$ 
  - $V$  = množina vrcholů (též  $G(V)$ )
  - $E$  = množina hran (též  $G(E)$ ) – obsahuje vybrané dvouprvkové podmnožiny  $V$
- Základní model pro mnoho praktických aplikací
  - mapy – maps.google, mapy.cz
  - počítačové sítě
  - modelování procesů
  - konečné automaty
  - syntaktické rozbory
  - sémantické sítě
  - ...

## Příklad grafu

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$
$$H = \{\{1, 2\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}\}$$

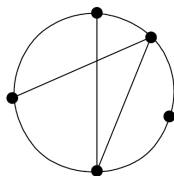
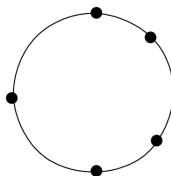
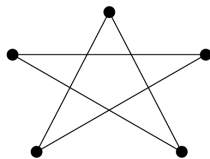


# Základní pojmy

- Sousední vrcholy
  - spojené nějakou hranou
- Stupeň vrcholu
  - počet hran, které z daného vrcholu vychází
- Podgraf grafu  $G$ 
  - obsahuje pouze vybrané vrcholy a hrany z grafu  $G$
  - hrany musí být pouze mezi vybranými vrcholy (výsledek musí opět tvořit graf)
- Isomorfismus mezi grafy  $G$  a  $G'$ 
  - bijekce  $f : V(G) \rightarrow V(G')$  taková že pokud  $\{u, v\}$  je hrana v  $G$ , pak  $\{f(u), f(v)\}$  je hrana v  $G'$
  - grafy jsou **isomorfní** (shodné), pokud mezi nimi existuje isomorfismus

# Isomorfismus – příklad

Které z následujících grafů jsou isomorfní?



# Typy grafů (I)

## ■ Kružnice

- stejný počet vrcholů a hran
- všechny vrcholy stupně 2
- náskres grafu tvoří kružnici

## ■ Cesta

- kružnice s jednou chybějící hranou
- počáteční a koncový vrchol

## ■ Úplný graf

- každé dva vrcholy jsou spojeny hranou

# Zajímavé podgrafy

- Cyklus (kružnice) v grafu
  - podgraf, který je kružnicí
- Cesta v grafu
  - podgraf, který je cestou
- Klika v grafu
  - podgraf, který je úplným grafem



# Typy grafů (II)

- Acyklický, resp. „les“
  - neobsahuje kružnici (cyklus) jako podgraf
- Souvislý
  - mezi každými dvěma vrcholy existuje cesta
- Strom
  - acyklický souvislý graf

# Některá rozšíření pojmu grafu

## ■ Orientovaný graf

- hrany jsou orientovány
- $\rightarrow$  zdrojový a cílový vrchol
- $\rightarrow$  množina hran je množina uspořádaných dvojic

## ■ Ohodnocený graf

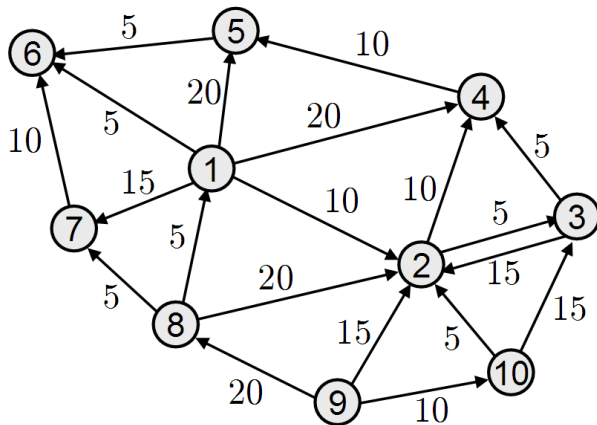
- hrany jsou ohodnoceny (např. vzdáleností mezi vrcholy)
- formálně funkce  $e : E(G) \rightarrow \mathbb{R}$

## ■ Multigraf

- povoluje více hran mezi dvěma stejnými vrcholy
- povoluje hrany začínající a končící ve stejném vrcholu („smyčky“)

## ■ Výše uvedené pojmy se mohou libovolně kombinovat

## Příklad – orientovaný ohodnocený graf



# Analogie se známými pojmy

- Graf lze popsat jako relaci na množině vrcholů
  - množina hran je chápána jako relace
  - orientovaný graf – nereflexivní relace
  - neorientovaný graf – nereflexivní symetrická relace
- Přechodový graf konečného automatu
  - orientovaný ohodnocený multigraf
  - ohodnocení symboly abecedy (nikoli čísla)
  - (navíc máme vrcholy dvou typů)