Neparametrické testy

- parametrické a neparametrické testy
- pořadové neparametrické testy
- test Chí-kvadrát
  - test nezávislosti proměnných
  - test dobré shody

Parametrické testy

- t-testy a analýza rozptylu jsou tzv. parametrické testy
- parametr = charakteristika populace (průměr, rozptyl)
- parametrické testy používají při výpočtech charakteristiky populace (parametry)

Parametrické testy

- parametrické testy pracují s předpoklady o charakteristikách populace
- např. u t-testu předpokládáme, že směrodatné odchylky výběrů mohou posloužit jako odhad pro směrodatnou odchylku populace
- podobně počítají s normálním rozdělením měřeného znaku

Parametrické testy

- pokud nejsou tyto předpoklady splněny, můžeme dojít k nepřesným výsledkům

Neparametrické testy

- neparametrické testy nezávisí na charakteristikách populace ani o nich nečiní žádné závěry
- není vyžadováno normální rozdělení znaku
- proto jsou tyto testy označovány také jako „distribution-free" testy

Neparametrické testy

- proč potom vůbec používat parametrické testy?
  - mnoho parametrických testů je poměrně „odolných“ (tzv. robustních) vůči narušení předpokladů testu (např. menší odchylky od normálního rozdělení výsledky nezkreslí)
  - parametrické testy mají větší statistickou sílu než neparametrické (větší pravděpodobnost zjištění rozdílu, pokud skutečně existuje)
  - pro některé typy analýz neparametrické metody nejsou (např. neexistuje obecně přijímaná neparametrická faktoriální ANOVA)

Neparametrické testy

- hlavní **výhody** neparametrických testů
  - nejsou omezeny předpokladem normálního rozdělení
  - jsou často založeny na pořadí, dají se použít i pro ordinální data (kde můžeme spočítat pouze medián, nikoli průměr) i pro nominální (test Chí-kvadrát)
  - nejsou citlivé na extrémní hodnoty (jsou většinou založeny na mediánu)

Neparametrické testy

- hlavní **nevýhody** neparametrických testů
  - menší statistická síla
  - pro složitější analýzy často není neparametrická varianta metody k dispozici

Neparametrické testy

- přehled neparametrických ekvivalentů parametrických testů
  - t-test pro nezávislé výběry – Mann-Whitney U test
  - t-test pro závislé výběry – Wilcoxon test
  - analýza rozptylu – Kruskall-Wallis test
  - opakovaná měření (ANOVA) – Friedman Rank Test

Mann-Whitney U test - příklad

- chceme zjistit, zda se levoruké a pravoruké osoby liší v prostorových schopnostech
- náhodně vybereme 10 leváků a 10 praváků (podobného věku, stejný počet mužů a žen) a zadáme jim test prostorových schopností

Mann-Whitney U test - příklad

- jaká bude naše hypotéza?

Mann-Whitney U test - příklad

- jaká bude naše hypotéza?
  - skóry v testu prostorových schopností se **liší** u leváků a praváků

Mann-Whitney U test - příklad

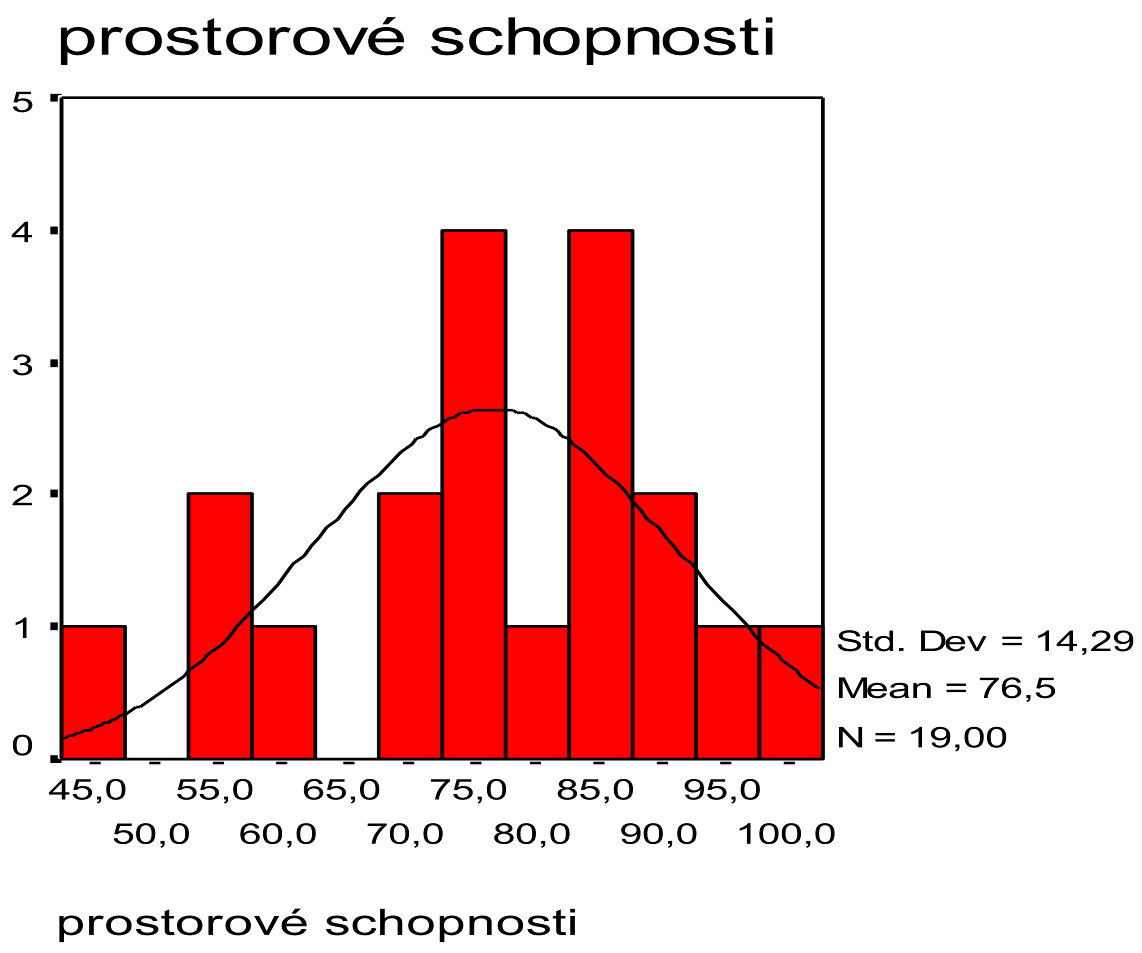
- jaká bude nulová hypotéza?

Mann-Whitney U test - příklad

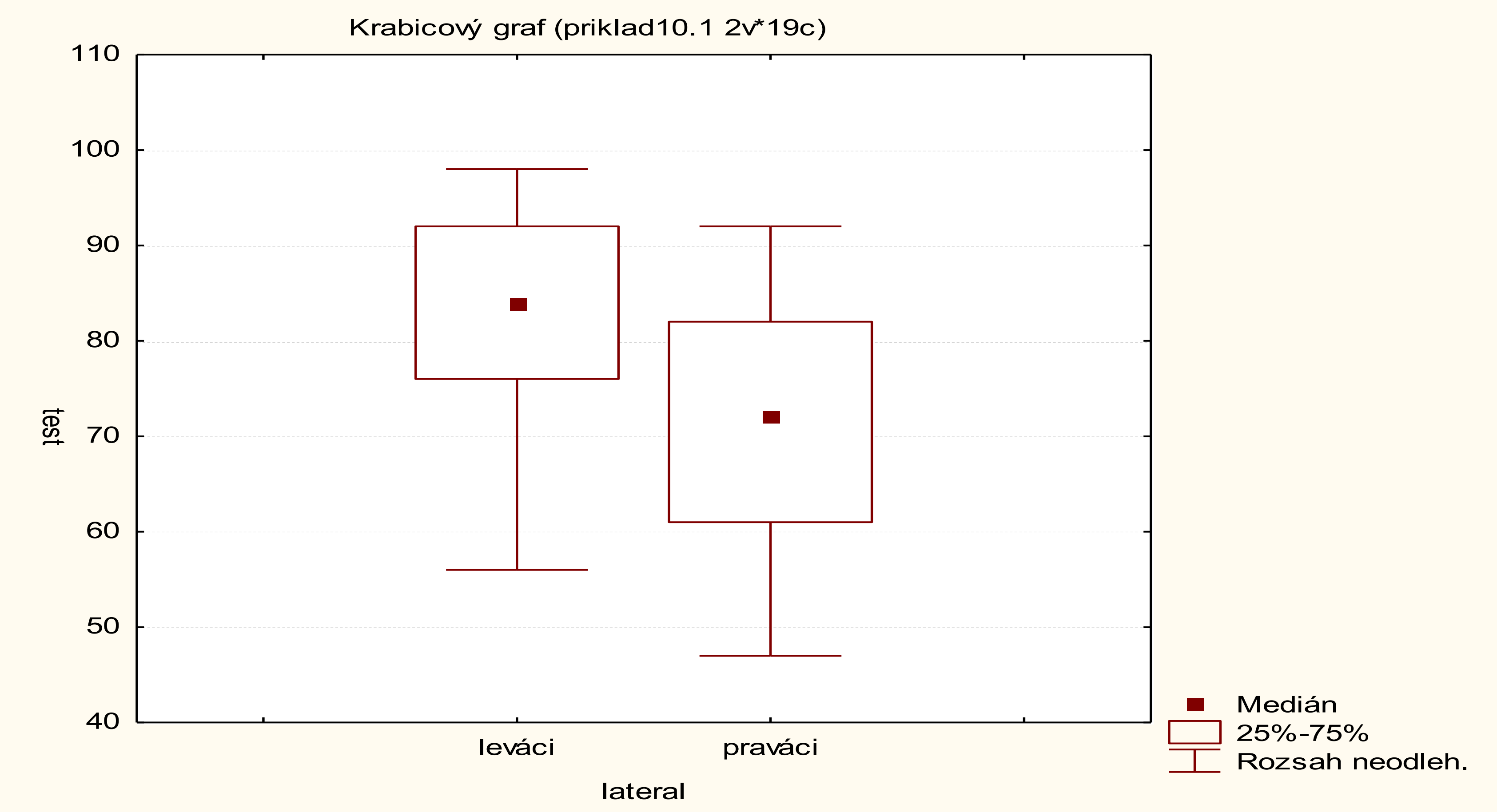
- jaká bude nulová hypotéza?
  - skóry v testu prostorových schopností se u leváků a praváků **neliší**
- testujeme nulovou hypotézu (začneme s předpokladem, že platí a ptáme se: jaká je pravděpodobnost pozorovaných rozdílů, pokud H0 platí?)

leváci	praváci
87	47
94	68
56	92
74	73
98	71
83	82
92	55
84	61
76	75
- (nedostavil se)	85

Mann-Whitney U test - příklad



Mann-Whitney U test - příklad



Mann-Whitney U test - příklad

- na základě takto malého vzorku nemůžeme rozhodnout, zda je rozdělení skorů z testu prostorových schopností normální
- počty osob ve skupinách jsou příliš malé (9 a 10)
- vhodnější než t-test bude proto neparametrický test

Mann-Whitney U test - příklad

- **výpočetní postup - 1. krok**
  - seřadit skóry podle velikosti - bez ohledu na skupinu
  - a přidělit jim pořadí (rank)

leváci		**praváci**	
skór	**pořadí**	**skór**	**pořadí**
87	15	47	1
94	18	68	5
56	3	92	16,5
74	8	73	7
98	19	71	6
83	12	82	11
92	16,5	55	2
84	13	61	4
76	10	75	9
-	-	85	14
	$\Sigma R_1 = 114{,}5$		$\Sigma R_2 = 75{,}5$

Logika výpočtu U

- u každého člena skupiny 1 určíme, kolik členů druhé skupiny má vyšší skór než on
  - poté sečteme u všech členů skupiny 1 a dostaneme U_1
- to stejné pro skupinu 2 a získáme U_2
- menší z U používáme pro testování hypotézy (porovnání s kritickou hodnotou)

47	1	**P**	**9**
55	2	**P**	**9**
56	3	**L**	
61	4	**P**	**8**
68	5	**P**	**8**
71	6	**P**	**8**
73	7	**P**	**8**
74	8	**L**	
75	9	**P**	**7**
76	10	**L**	
82	11	**P**	**6**
83	12	**L**	
84	13	**L**	
85	14	**P**	**4**
87	15	**L**	
92	16,5	**P**	**2,5**
92	16,5	**L**	
94	18	**L**	
98	19	**L**	
		$U_{2=}$	**69,5**

47	1	**P**	
55	2	**P**	
56	3	**L**	**8**
61	4	**P**	
68	5	**P**	
71	6	**P**	
73	7	**P**	
74	8	**L**	**4**
75	9	**P**	
76	10	**L**	**3**
82	11	**P**	
83	12	**L**	**2**
84	13	**L**	**2**
85	14	**P**	
87	15	**L**	**1**
92	16,5	**P**	
92	16,5	**L**	**0,5**
94	18	**L**	**0**
98	19	**L**	**0**
		$U_{1=}$	**20,5**

Logika výpočtu U

- **pro kontrolu:**
  - $U_1 + U_2 = n_1 * n_2$
  - $U_1 + U_2 = 9 * 10$
  - $U_1 + U_2 = 90$
  - **69,5 + 20,5 = 90**

- **Jaké je U, když jsou mezi skupinami největší rozdíly?**
- **Jaké je U, když mezi skupinami nejsou rozdíly?**

Mann-Whitney U test - příklad

- **výpočetní postup - 2. krok**
  - sečíst pořadí v obou skupinách

    $\Sigma R_1 = 114{,}5$

    $\Sigma R_2 = 75{,}5$

  (pokud se leváci a praváci neliší, průměrné pořadí skórů by mělo být u obou skupin podobné)

Mann-Whitney U test - příklad

- **výpočetní postup - 3. krok**
  - vypočítat **U** pro obě skupiny
  - podle vzorce

$$U_1 = (n_1)(n_2) + n_1(n_1+1)/2 - \Sigma R_1$$

$$U_2 = (n_1)(n_2) + n_2(n_2+1)/2 - \Sigma R_2$$

Mann-Whitney U test - příklad

- **výpočet U**

$U_1 = (n_1)(n_2) + n_1\,(n_1{+}1)/2 - \Sigma\, R_1$

$U_1 = (9)(10) + 9\,(9{+}1)/2 – 114{,}5$

$\mathbf{U_1 = 20{,}5}$

$U_2 = (n_1)(n_2) + n_2\,(n_2{+}1)/2 - \Sigma\, R_2$

$U_2 = (9)(10) + 10(10{+}1)/2 – 75{,}5$

$\mathbf{U_2 = 69{,}5}$

Mann-Whitney U test - příklad

- **výpočetní postup - 4. krok**
  - vybrat menší z vypočítaných U
  - v našem příkladu je to U_1 (=20,5)
- **výpočetní postup - 5. krok**
  - najít v tabulce kritickou hodnotu U pro zvolenou hladinu významnosti
  - pro α = .05, při n_1 = 9 a n_2 = 10

    $\boldsymbol{U_{\mathbf{krit.}} = 20}$

Mann-Whitney U test - příklad

- **6. krok**
  - porovnat vypočítanou hodnotu U a kritickou hodnotu U
  - u tohoto testu je rozdíl **statisticky významný,** pokud je vypočítaná hodnota menší než kritická hodnota U
  - 20,5 není menší než 20 → **nemůžeme zamítnout nulovou hypotézu**

Mann-Whitney U test - příklad

- **závěr**: rozdíl mezi leváky a praváky v testu prostorových schopností není statisticky významný
- neznamená to nutně, že kdybychom prozkoumali celou populaci leváků a praváků, nebyl by mezi nimi rozdíl – pouze se nám tento rozdíl nepodařilo prokázat (hlavně díky malému N)

Test Chí-kvadrát

- chí-kvadrát může být použit
  - pro testování rozdělení jedné proměnné (test dobré shody)
  - testování nezávislosti dvou proměnných

Test Chí-kvadrát

- chí-kvadrát pro testování nezávislosti proměnných se používá pro nominální nebo ordinální proměnné
- data jsou uspořádána do tzv. kontingenční tabulky (viz příklad)

Příklad

- zajímá nás, jak souvisí model manželství s jeho vydařeností
  - model manželství má kategorie: dominance žena, dominance muž, kooperace
  - vydařenost má 3 kategorie – vydařené, průměrné, nevydařené
- pozn.: jde o manželství rodičů respondentů, tak jak je posuzují oni (zdroj dat – výzkum doc. Plaňavy)

Příklad

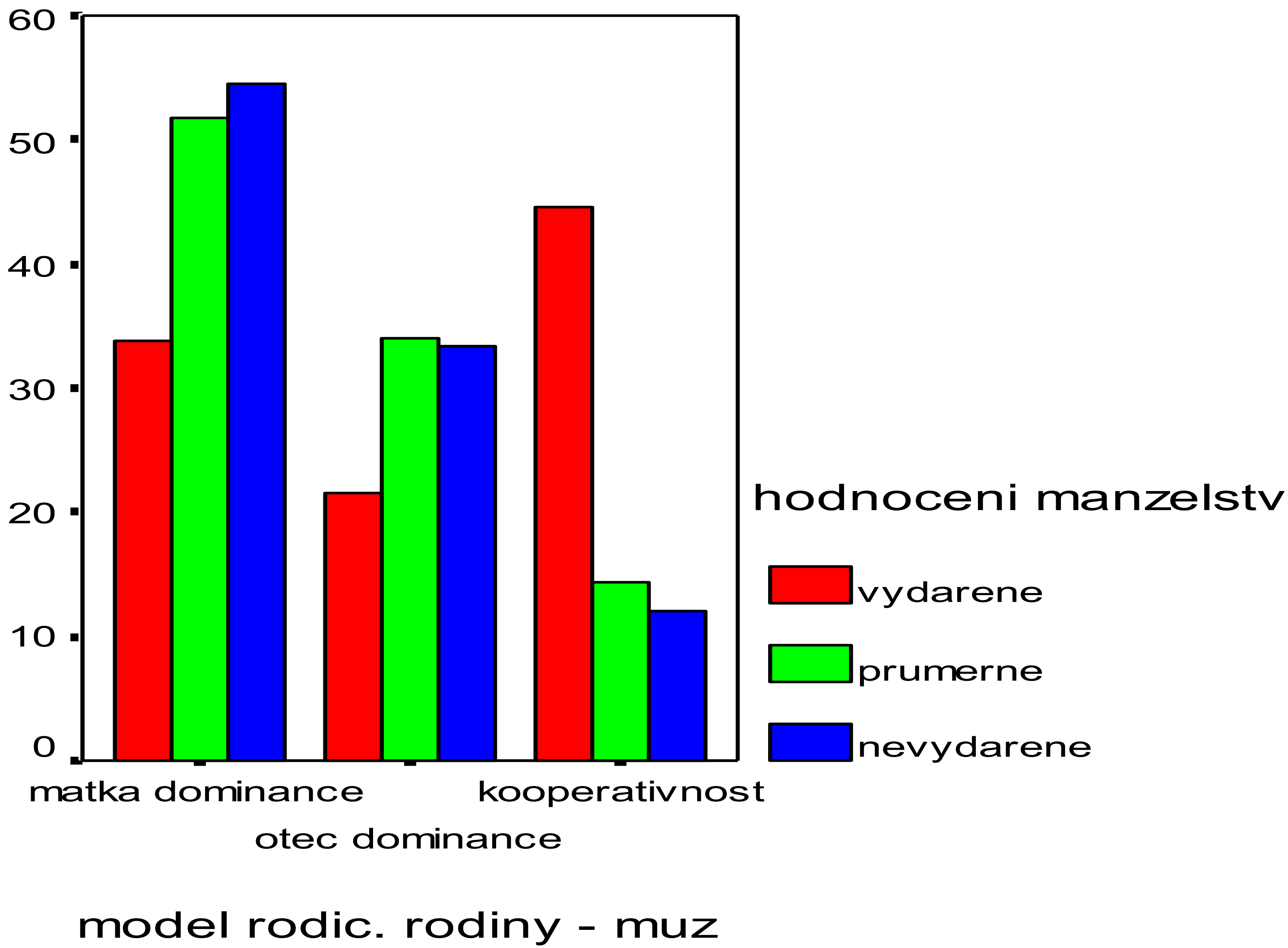
- otázka zní: liší se podíl vydařených, průměrných a nevydařených manželství u rodin, kde dominovala matka, rodin, kde dominoval otec a u rodin, kde nedominoval ani jeden z nich?

Kontingenční tabulka

model rodic. rodiny - muz * hodnoceni manzelstvi rodicu - muz Crosstabulation

Count

		hodnoceni manzelstvi rodicu - muz			Total
		vydarene	prumerne	nevydarene	
model rodic. rodiny - muz	matka dominance	22	29	18	69
	otec dominance	14	19	11	44
	kooperativnost	29	8	4	41
Total		65	56	33	154


60
50
40
30
20
10
0
matka dominance
otec dominance
kooperativnost
hodnoceni manzelstvi
vydarene
prumerne
nevydarene
model rodic. rodiny - muz

Test Chí-kvadrát

- chí-kvadrát porovnává očekávané a pozorované četnosti
- očekávané jsou četnosti za předpokladu, že proměnné jsou nezávislé

model rodic. rodiny - muz * hodnoceni manzelstvi rodicu - muz Crosstabulation

			hodnoceni manzelstvi rodicu - muz			Total
			vydarene	prumerne	nevydarene	
model rodic. rodiny - muz	matka dominance	Count	22	29	18	69
		% within model rodic. rodiny - muz	31.9%	42.0%	26.1%	100.0%
	otec dominance	Count	14	19	11	44
		% within model rodic. rodiny - muz	31.8%	43.2%	25.0%	100.0%
	kooperativnost	Count	29	8	4	41
		% within model rodic. rodiny - muz	70.7%	19.5%	9.8%	100.0%
Total		Count	65	56	33	154
		% within model rodic. rodiny - muz	42.2%	36.4%	21.4%	100.0%

Příklad

- v našem příkladu bylo 42,2% vydařených manželství
- pokud by proměnné (model a vydařenost manželství) byly vzájemně nezávislé, poměr vydařených manželství v jednotlivých modelech manželství by měl být přibližně stejný (a odrážet celkový podíl) – 42%
- podobně ostatní kategorie…

Test Chí-kvadrát

- očekávané četnosti – výpočet:

$$O_{ij} = (ř_i \; s_j)/ N$$

(pro každé políčko tabulky se vynásobí celkové četnosti z příslušného řádku se sloupcovými četnostmi a vydělí celkovým počtem osob)

- Pozorované četnosti

Kontingenční tabulka

model rodic. rodiny - muz * hodnoceni manzelstvi rodicu - muz Crosstabulation

Count

		hodnoceni manzelstvi rodicu - muz			Total
		vydarene	prumerne	nevydarene	
model rodic. rodiny - muz	matka dominance	22	29	18	69
	otec dominance	14	19	11	44
	kooperativnost	29	8	4	41
Total		65	56	33	154

Příklad

- pro první políčko tabulky (vydařená manželství s dominantní matkou) je očekávaná četnost

  $O_{ij} = (ř_i \; s_j)/ N$

  $O_{11} = (ř_1 \; s_1)/ N$

  $O_{11} = (69*65)/ 154$

  $\underline{O_{11} = 29{,}12}$

Očekávané četnosti

model rodic. rodiny - muz * hodnoceni manzelstvi rodicu - muz Crosstabulation

			hodnoceni manzelstvi rodicu - muz			Total
			vydarene	prumerne	nevydarene	
model rodic. rodiny - muz	matka dominance	Count	22	29	18	69
		Expected Count	29.1	25.1	14.8	69.0
	otec dominance	Count	14	19	11	44
		Expected Count	18.6	16.0	9.4	44.0
	kooperativnost	Count	29	8	4	41
		Expected Count	17.3	14.9	8.8	41.0
Total		Count	65	56	33	154
		Expected Count	65.0	56.0	33.0	154.0

Test Chí-kvadrát

- chí-kvadrát porovná očekávané četnosti s pozorovanými

$\chi^2 = \Sigma$ [(pozor. četnosti – oček.)^2/oček.]

Příklad

- $\chi^2 = \Sigma$ [(pozor. četnosti – oček.)^2/oček.]
- χ^2 = (-7,1)^2/29,1 +3,9^2/25,1 + 3,2^2/14,8 + (-4.6)^2/18,6 + 3^2/16 + 1,6^2/9,4 + 11,7^2/17,3 + (-6,9)^2/14,9 + (-4,8)^2/8,8
- **χ^2 = 18, 71**

Test Chí-kvadrát

- pro vyhledání kritické hodnoty χ^2 v tabulce musíme vypočítat ještě počet stupňů volnosti (df)
- **df = (ř-1) (s-1)**

(tj. počet řádků -1 krát počet sloupců -1)

Příklad

- df = (ř-1) (s-1)

  df = (3-1) * (3-1)

  <u>df = 4</u>
- v tabulkách vyhledáme kritickou hodnotu χ^2 pro df = 4 a 5% hladinu významnosti
- **χ^2_{krit} = 9,49**

Příklad

- $\chi^2_{krit} = 9{,}49$
- $\chi^2 = 18{,}71$
- **závěr:** vypočítaná hodnota je větší než kritická hodnota - očekávané a pozorované četnosti se liší na 5% hladině významnosti (tj. je malá pravděpodobnost, že proměnné jsou nezávislé)

Test Chí-kvadrát v SPSS

Chi-Square Tests

	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	18.712[a]	4	.001
Likelihood Ratio	18.837	4	.001
Linear-by-Linear Association	11.482	1	.001
N of Valid Cases	154		

a. 0 cells (.0%) have expected count less than 5. The minimum expected count is 8.79.

Chí-kvadrát pro 1 proměnnou

- tzv. test dobré shody (goodness-of-fit test)
- opět porovnává očekávané a pozorované četnosti
- předpokladem očekávaných četností není tentokrát nezávislost proměnných (máme jen 1)

Test dobré shody

- jak určíme očekávané četnosti?
- 2 způsoby:
  - předpoklad vyplývá z teorie (např. u genetických dat – poměr osob s projevem dominantní a recesivní alely)
  - nebo můžeme předpokládat náhodné rozdělení do kategorií

Příklad

- je počet sebevražd stejný každý den v týdnu?
- zjistíme data pro rok 2000 (ČR)

Příklad

pondělí	255
úterý	247
středa	240
čtvrtek	206
pátek	236
sobota	192
neděle	226

Příklad

- **očekávané četnosti**
  - stejný počet sebevražd pro každý den v týdnu
  - celkem 1602 sebevražd
  - očekávaná četnost pro každý den je 228,9

Příklad

den

	Observed N	Expected N	Residual
po	255	228,9	26,1
ut	247	228,9	18,1
st	240	228,9	11,1
ct	206	228,9	-22,9
pa	236	228,9	7,1
so	192	228,9	-36,9
ne	226	228,9	-2,9
Total	1602		

Příklad

- vzorec pro výpočet je stejný
- $\chi^2 = 13{,}44$
- df = k -1 (počet kategorií -1)
- df = 6
- pro df =6 a 5% hladinu významnosti je $\chi^2_{krit} = 12{,}59$
- **rozdíl je statisticky významný**

Příklad

Test Statistics

	observed
Chi-Square	13,444[a]
df	6
Asymp. Sig.	,036

a. 0 cells (0,0%) have expected frequencies less than 5. The minimum expected cell frequency is 228,9.

Omezení Chí-kvadrátu

- 2 potenciální problémy:
  - malý počet osob – pokud má velké % políček tabulky očekávanou četnost menší než 5 (v ideálním případě by všechna měla mít oček. četnost nejméně 5 osob)
  - příliš velký počet osob – čím vyšší N, tím vyšší χ^2 (vyjdou významné i malé rozdíly)

Prezentace výsledků

- kontingenční tabulka - uvést vždy počet osob
- tabulka by měla být přehledná – uvést jen jeden nebo dva druhy relativních četností
- u Chí-kvadrátu se zapisuje jeho hodnota, počet stupňů volnosti a hladina významnosti
  - Chíkv.=18.65, df=4, p<0.010

Prezentace výsledků

- příklad kontingenční tabulky a výsledků testu Chí-kvadrát v tabulce a v textu – viz pdf soubory ve Studijních materiálech

Kontrolní otázky

- hlavní rozdíl mezi parametrickými a neparametrickými testy
- výhody a nevýhody neparametrických testů
- kdy je možno využít chí–kvadrát jako test nezávislosti proměnných? (pro jaké typy proměnných?)
- kdy se chí–kvadrát využívá jako test dobré shody?

Literatura

- Hendl kapitola 5.4
- Hendl kapitola 8