

Popisná /deskriptivní/ statistika

- úvod
 - rozdělení hodnot
 - míry centrální tendence
 - míry variability
 - grafy
-

Úvod

- užívá se k popisu základních vlastností dat
 - poskytuje jednoduché shrnutí hodnot proměnných ve výběrovém souboru
 - předchází indukční statistiku (která odvozuje zjištění ze vzorku na populaci)
-

Úvod

- techniky deskriptivní statistiky pomáhají redukovat větší množství dat do zvládnutelné podoby
 - touto redukcí např. údajů o rychlosti čtení u 200 žáků na jeden ukazatel, např. na hodnotu průměru, samozřejmě část informací ztratíme
-

Úvod

- pro každou proměnnou obvykle popisujeme 3 charakteristiky
 - rozdělení hodnot (i graficky), středovou hodnotu a míru rozptýlení hodnot kolem tohoto středu
-

Rozdělení hodnot

- rozdělení (distribuce) hodnot - souhrn četností jednotlivých kategorií nebo intervalů hodnot proměnné
 - kromě grafů je základní možností, jak zobrazit rozložení hodnot proměnné **tabulka četností** – seznam kategorií proměnné a u nich počet osob, které do každé kategorie spadají
-

Rozdělení hodnot

příklad
tabulky
četností

	počet osob	%
Sangvinik	118	28
Flegmatik	86	20
Melancholik	89	21
Cholerik	130	31
<i>celkem</i>	423	100

Rozdělení hodnot

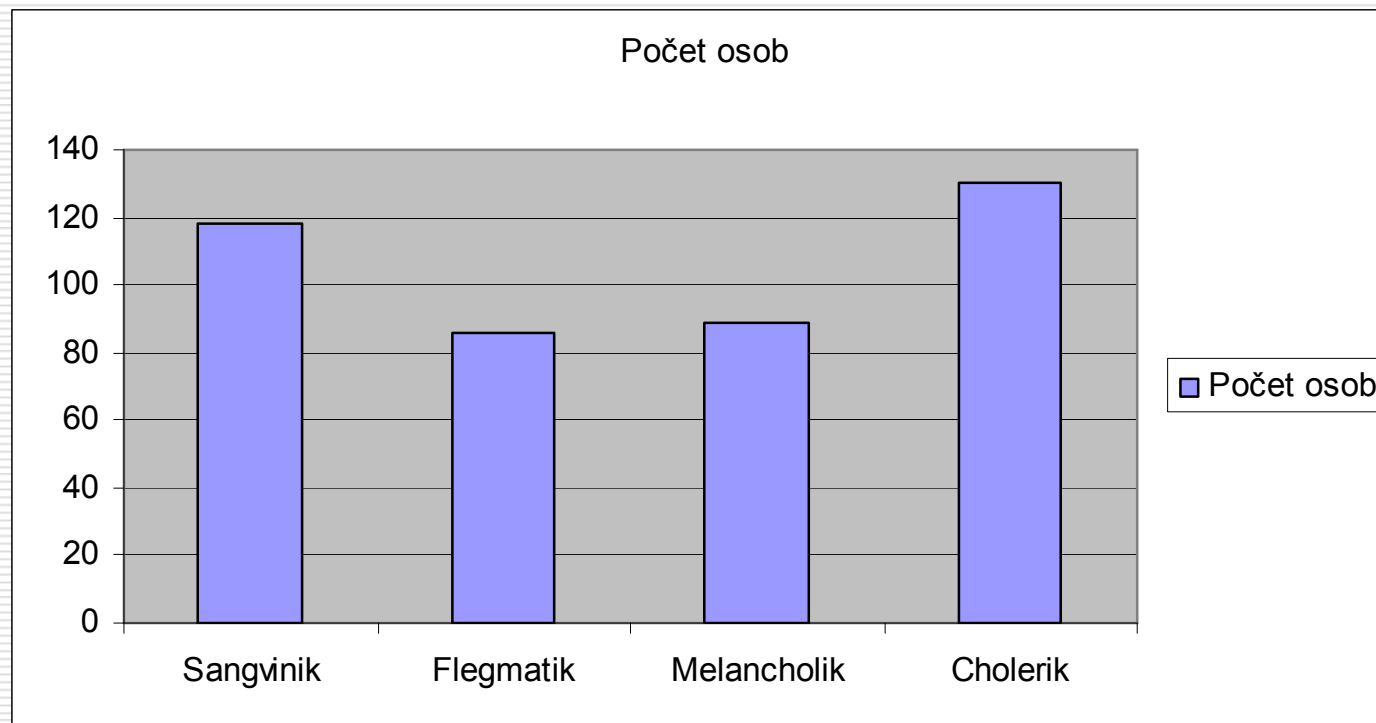
- vždy je třeba uvést celkový počet osob (N)
 - relativní četnosti mohou být uvedeny buď jako procenta (8%) nebo podíly (0.08)
 - může jít rovněž o poměr (*ratio*) dvou kategorií (např. poměr dívek a chlapců s ADHD 1:4 (nebo 0,25))
-

Rozdělení hodnot

- jako míra (*rate*) se označuje počet výskytů nějakého jevu dělený počtem možných výskytů v nějakém čase
 - např. míra úmrtnosti = počet mrtvých za rok / počet obyvatel, to celé x 1000
 - získáme hrubou míru úmrtnosti na 1000 obyvatel
-

Rozdělení hodnot

- stejná data je možno zobrazit i **graficky** (v příkladu sloupcový diagram – barchart)



Rozdělení hodnot

- pokud proměnná nabývá mnoha hodnot, je vhodnější je **sloučit do kategorií (intervalů)**
 - počet intervalů by měl být přiměřený počtu hodnot
 - někdy se používá tzv. Sturgesovo pravidlo $k = 1 + 3,3 \log_{10}(n)$
 - podle něj by pro 200 hodnot byl vhodný počet intervalů 9
-

Rozdělení hodnot

IQ	počet	%	<i>kumul. %</i>
méně než 86	11	10	10
86 – 100	36	34	44
101 – 115	34	32	76
116 - 130	20	19	95
131 a více	5	5	100
<i>celkem</i>	<i>106</i>	<i>100</i>	

Míry centrální tendence

- míry centrální tendence (středu, polohy) jsou výsledkem snahy najít typickou hodnotu pro daný znak
 - nejčastěji používané modus, medián, aritmetický průměr, méně často harmonický a geometrický průměr
-

Míry centrální tendence

- **modus** – nejčastěji se vyskytující hodnota (např. u příkladu s temperamentem to byl *choleric*)
 - jediná použitelná charakteristika polohy pro nominální data; u pořadových a kardinálních jsou většinou více typickými charakteristikami medián nebo průměr
-

Míry centrální tendence

- pokud je v rozdělení více modů, jde o rozdělení vícevrcholové (obvykle bimodální) – může odhalit nehomogenitu výběru
 - např. rozdělení hodnot tělesné výšky může mít dva mody – pro muže a pro ženy
-

Míry centrální tendence

- modus není užitečnou statistikou pro zobecňování ze vzorku na populaci – dá se očekávat, že různé vzorky z téže populace budou mít různé mody
-

Míry centrální tendence

- **medián** - prostřední hodnota v řadě hodnot uspořádaných podle velikosti (50. percentil)
 - je jen pro data, která je možno podle velikosti uspořádat, tj. pořadová a kardinální
 - dělí soubor na dvě poloviny (pro sudý počet hodnot je medián průměrem dvou prostředních pozorování)
-

Míry centrální tendence

- používá se především, pokud chceme eliminovat vliv extrémních hodnot
 - příklad – průměrný plat 20 tisíc může u 10 osob znamenat, že 9 z nich má 10 tisíc a jedna 110 tisíc; použijeme-li medián – 10 tisíc, získáme více typickou hodnotu
 - můžeme ho vyčíst z tabulky četností, pokud jsou uvedeny kumulativní četnosti
-

Míry centrální tendence

- **aritmetický průměr** – součet všech hodnot znaku dělený jejich počtem
 - lze použít u kardinálních proměnných
 - vzorec: $\mu = \Sigma \mathbf{X} / \mathbf{N}$ (pro populaci)
 - nebo $\mathbf{m} = \Sigma \mathbf{x} / \mathbf{n}$ (pro výběr)
-

Míry centrální tendence

- průměr zahrnuje každou hodnotu znaku – což je jak výhoda, tak nevýhoda (citlivý na extrémní hodnoty)
 - to je možno vyřešit použitím tzv. useknutého průměru (*trimmed mean*), který se počítá tak, že se vynechá určité % hodnot z obou stran rozdělení, např. 5% nejnižších a 5% nejvyšších
-

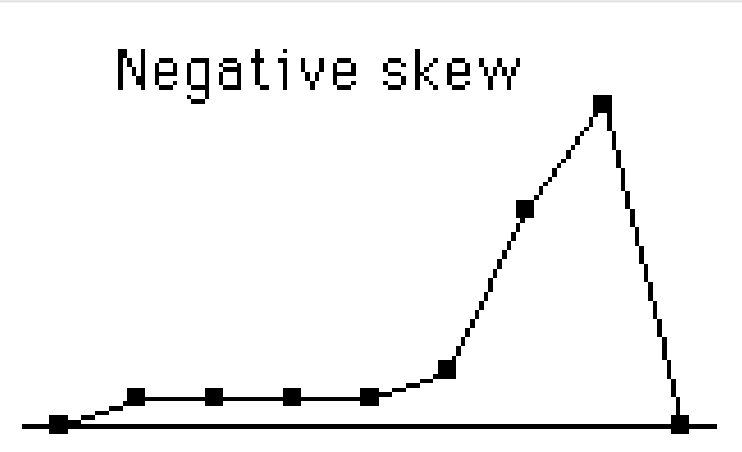
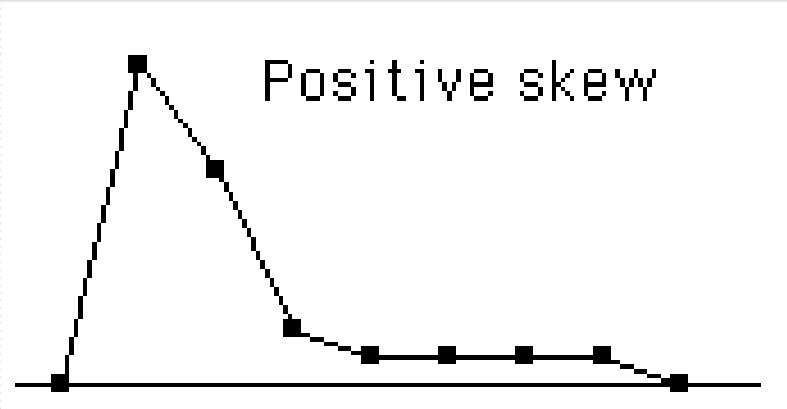
Míry centrální tendence

- průměr špatně reprezentuje nehomogenní skupiny
 - příklad – 30 osob v parku, průměrný věk 12.5 roku, průměrná výška 130 cm: nemusí jít o školní děti, ale o 15 matek se 4-letými dětmi
-

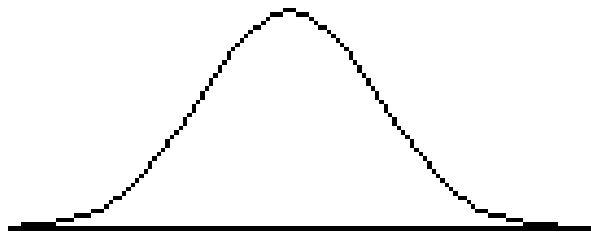
Míry centrální tendence

- porovnáním hodnoty průměru a mediánu získáme představu o **šikmosti** rozdělení hodnot
 - pokud je průměr větší než medián – kladně (doprava) zešikmeno
 - průměr menší než medián – záporně (doleva) zešikmeno
 - průměr = medián – symetrické rozdělení
-

Míry centrální tendence



Symmetric distribution
(No skew)



Míry centrální tendence

- pro znaky s normálním rozdělením hodnot je průměr **nejúčinnější** charakteristikou (tj. nejvíce stabilní pro různé výběrové soubory) – dá se nejlépe použít pro odhad parametru populace z charakteristik výběru
 - je nejčastěji užívanou mírou centrální tendence
-

Míry centrální tendence

- kromě aritmetického průměru se v psychologii někdy používá i **harmonický průměr** – pro znaky měřené jako podíly, např. rychlost v km/h, podíly osob atd.)
-

Míry centrální tendence

- kterou statistiku uvádět?
 - **průměr** – pokud může být spočítán a pokud není rozdělení příliš šikmé
 - **modus** – pokud je rozdělení multimodální (neexistuje jediná typická hodnota)
 - **medián** – pokud je rozdělení šikmé a unimodální
-

Míry centrální tendence

- **příklad** – spočítejte modus, medián a aritmetický průměr následujícího rozdělení hodnot

18 5 128 2 14 87 50 87 70

Míry variability

- míry variability popisují kolísání v rozdělení hodnot
 - užívá se rozpětí, mezikvartilové rozpětí, rozptyl, směrodatná odchylka, variační koeficient
-

Míry variability

- **rozpětí** (variační šíře, variační rozpětí) – rozdíl mezi nejvyšší a nejnižší hodnotou
 - značně ovlivněno extrémními hodnotami, není dobrým odhadem parametru populace
-

Míry variability

- **mezikvartilové rozpětí**
(interkvartilová odchylka) – rozdíl mezi hodnotou horního kvartilu a dolního kvartilu
 - **kvartily** – dělí soubor na 4 stejné části; horní kvartil odděluje 25% nejvyšších hodnot (75. percentil), dolní 25% nejnižších (25. percentil)
-

Míry variability

- mezikvartilové rozpětí udává rozpětí pro středních 50% hodnot (=délka obdélníku v krabicovém diagramu)
 - není (podobně jako medián) citlivé na extrémní hodnoty
-

Míry variability

□ **rozptyl** (střední kvadratická odchylka průměru) - ukazuje, jak jsou hodnoty rozptýleny kolem průměru

□ v populaci

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2$$

□ ve výběru

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2$$

Míry variability

- více než rozptyl se používá jeho odmocnina – **směrodatná odchylka průměru**
 - oba ukazatele slouží jako vhodné doplnění průměru – získáme představu o jeho věrohodnosti, tj. jak dobře reprezentuje všechny hodnoty
-

Míry variability

- příklad – porovnejte variabilitu u těchto dvou rozložení hodnot (jde o počet správně vyřešených úloh v didaktickém testu u výběru osob ze dvou tříd ZŠ)

a) 4 5 4 3 5 5 3 4 3

b) 8 2 12 1 4 3 5 0 1

Míry variability

- řešení příkladu
 - $m_a = 4, s_a = 0.87$
 - $m_b = 4, s_b = 3.87$
 - u prvního rozdělení je průměr lepší reprezentací hodnot; u druhého jsou hodnoty kolem průměru hodně rozptýleny
-

Míry variability

- **variační koeficient** – pro porovnání míry variability u různých souborů
 - pokud se u různých souborů měřené hodnoty výrazně liší svou úrovní anebo jsou dokonce v různých jednotkách, nelze podle rozptylu či standardní odchylky porovnávat přímo, který ze souborů má větší variabilitu - je třeba srovnávat relativní variabilitu
-

Míry variability

- jde o podíl směrodatné odchylky a průměru
 - většinou se udává v procentech
 - $c = (s / m) \cdot 100 \%$
-

Míry variability

- příklad – porovnejte variabilitu průměrného platu v ČR (v korunách) a v GB (v librách)

(jde o fiktivní údaje)

- $m_{GB} = 1000$ liber, $s_{GB} = 600$
 - $m_{CZ} = 10\ 000$ Kč, $s_{CZ} = 3000$
-

Míry variability

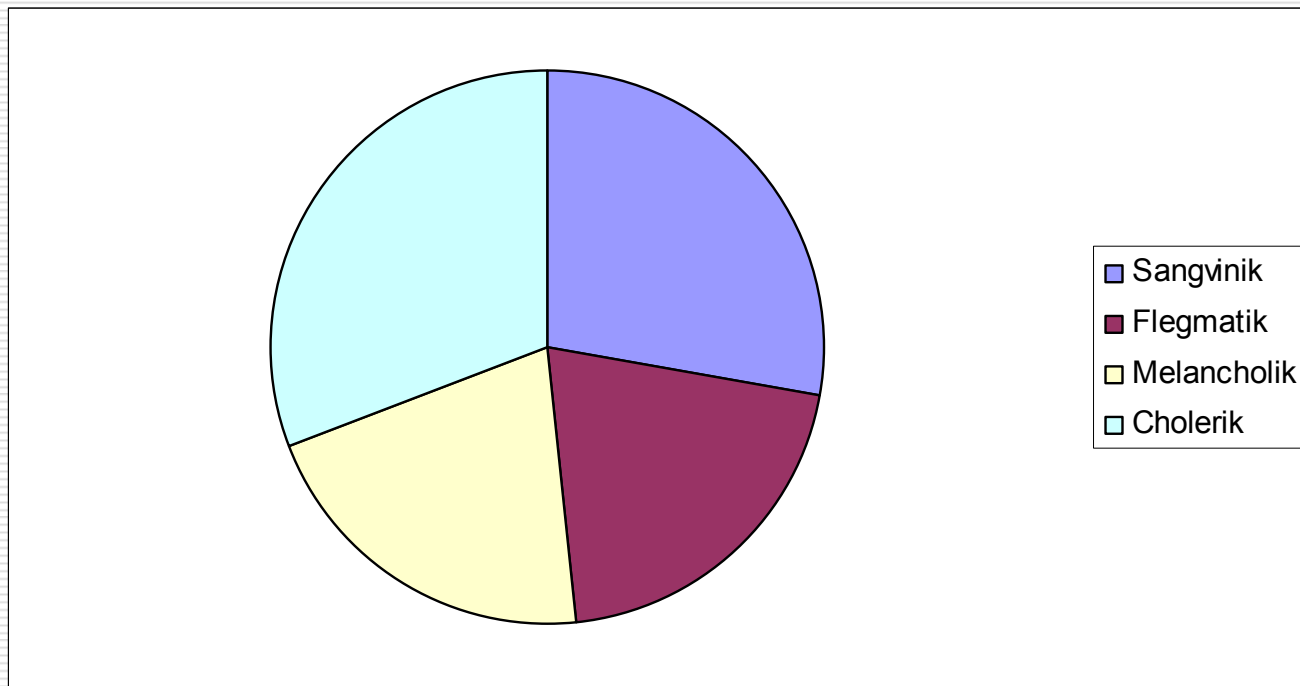
- řešení příkladu – větší variabilita je v britských platech (60%) než v českých (30%)
-

Grafy

- pouze základní typy
 - pro kategoriální data - sloupcový diagram, výsečový graf
 - pro intervalová data – histogram, frekvenční polygon, krabicový diagram, stromkový diagram
 - grafy je možno znázornit v kategorizované formě – pro jednotlivé kategorie další proměnné (např. pro muže a ženy)
 - grafy pro vztah dvou a více proměnných budou probrány později
-

Výsečový graf

- koláčový diagram, pie chart – užívá se více v populárních publikacích než v odborných

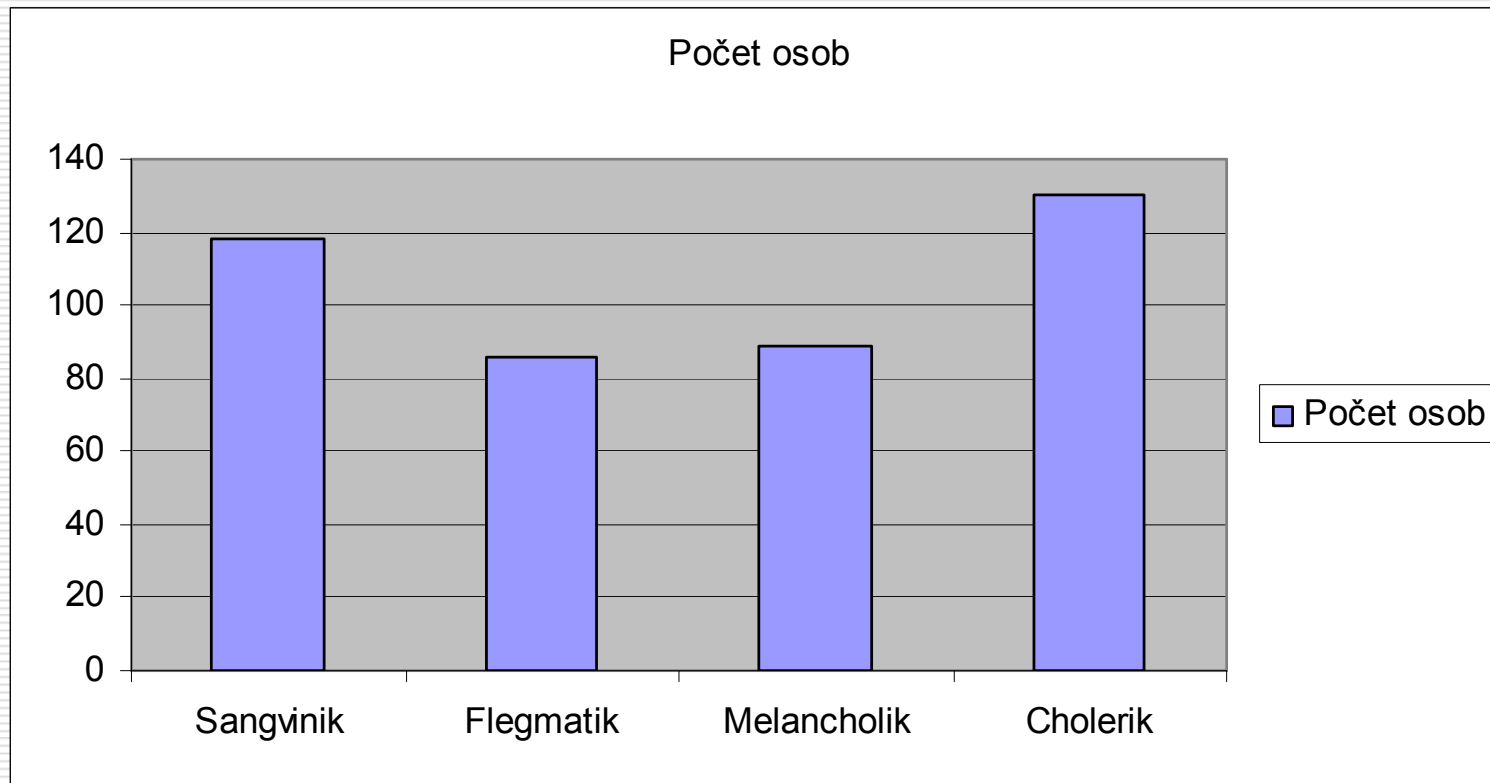


Výsečový graf

- ❑ každá výseč by měla být označena % a uveden celkový počet případů
 - ❑ ideální pro 3-7 kategorií
 - ❑ **výhody:** srozumitelný
 - ❑ **nevýhody:** jen pro kategoriální data; neukazuje přesné údaje (pokud nejsou vyznačeny); srovnání více skupin osob problematické;
-

Sloupcový diagram

□ bar chart



Sloupcový diagram

- ❑ pro kategoriální data, může být orientován horizontálně či vertikálně
 - ❑ jednotlivé sloupce odděleny mezerou
 - ❑ **výhody:** srozumitelný, je možno v jednom grafu porovnat četnosti pro více skupin osob
-

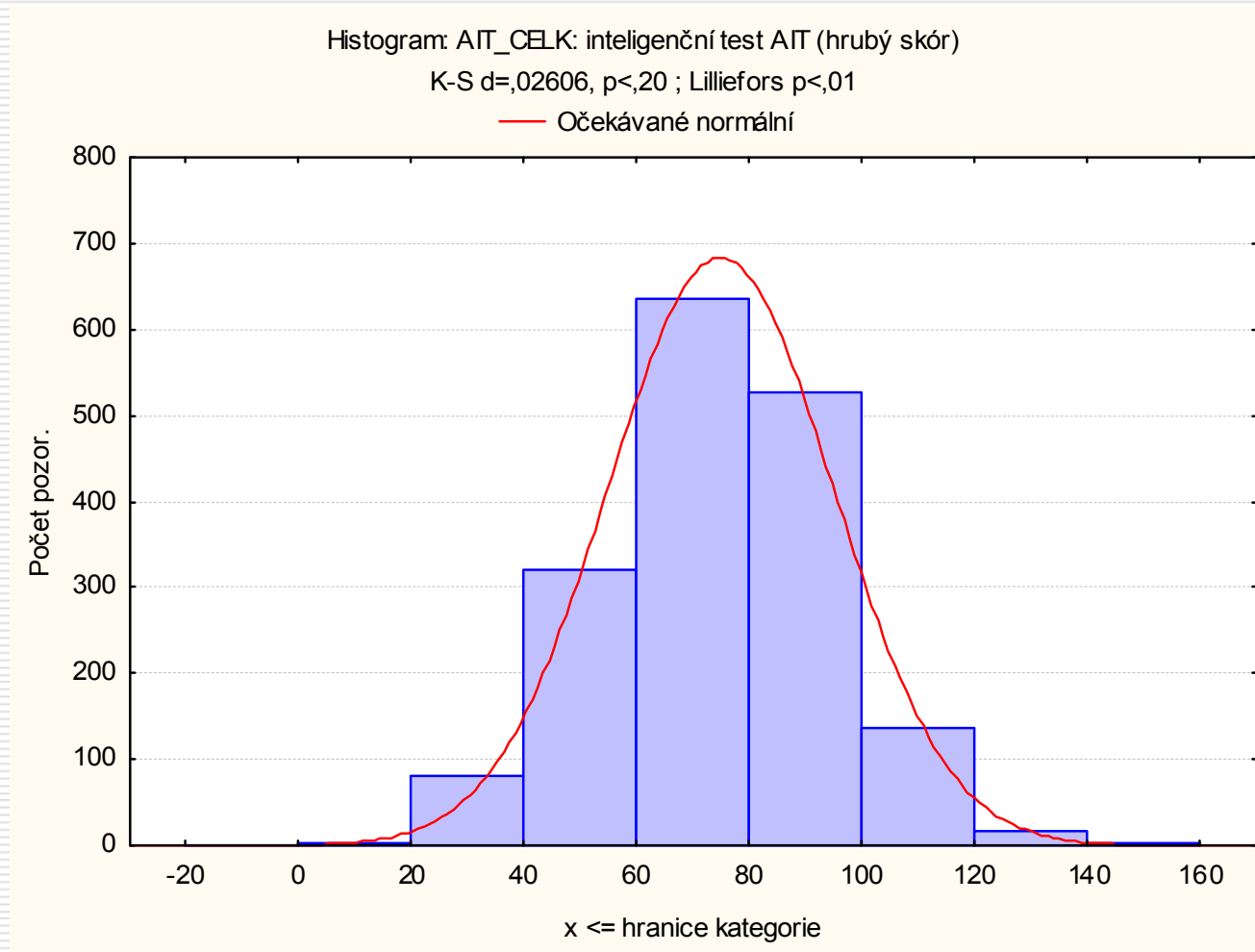
Histogram

- ❑ často užívaný
 - ❑ podobný sloupcovému diagramu, ale je pro intervalová data
 - ❑ jednotlivé sloupce reprezentují nikoliv jednotlivé kategorie, ale intervaly hodnot (sloupce jsou bez mezer)
 - ❑ tvar histogramu závisí také na šířce intervalů
-

Histogram

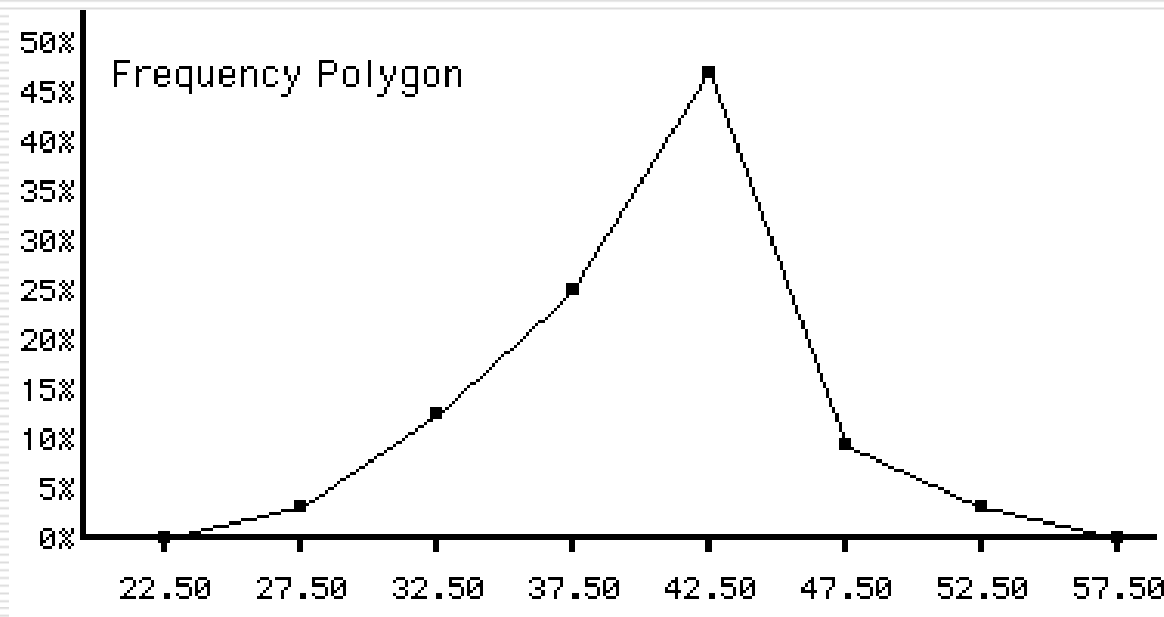
- **výhody:** umožňuje detekovat odlehlá pozorování, srovnání s normálním rozdělením
 - **nevýhody:** nezjistíte přesné hodnoty jednotlivých případů, obvykle se nezobrazují data pro více skupin případů
-

Histogram



Grafy

- **frekvenční polygon** – konstruován podobně jako histogram, jen místo sloupců jsou tečky spojené čarou



Stromkový diagram

- stem-and-leaf plot; stonek a list – podobný histogramu (naležato), ale obsahuje informace o každém případě
 - konstrukce diagramu – hodnoty jsou rozděleny např. na desítky (stonek) a jednotky (list)
 - např. hodnota $85 = 8 \times 10 + 5 \times 1$
 - pokud je hodnot pro některé desítky více, rozdělí se na další stonky
-

Stromkový diagram

Frequency	Stem & Leaf
3,00	1 . 468
7,00	2 . 0225588
9,00	3 . 011234449
10,00	4 . 3455567799
3,00	5 . 344
7,00	6 . 0111389
4,00	7 . 1234
2,00	8 . 34
1,00	9 . 1

Stem width: 10,00
Each leaf: 1 case(s)

Stromkový diagram

Frequency	Stem & Leaf
,00	3 .
6,00	3 . 667777
8,00	3 . 88889999
9,00	4 . 000001111
5,00	4 . 22333
5,00	4 . 44455
3,00	4 . 667
1,00	4 . 9
1,00 Extremes	(>=55)

Stem width: 10
Each leaf: 1 case(s)

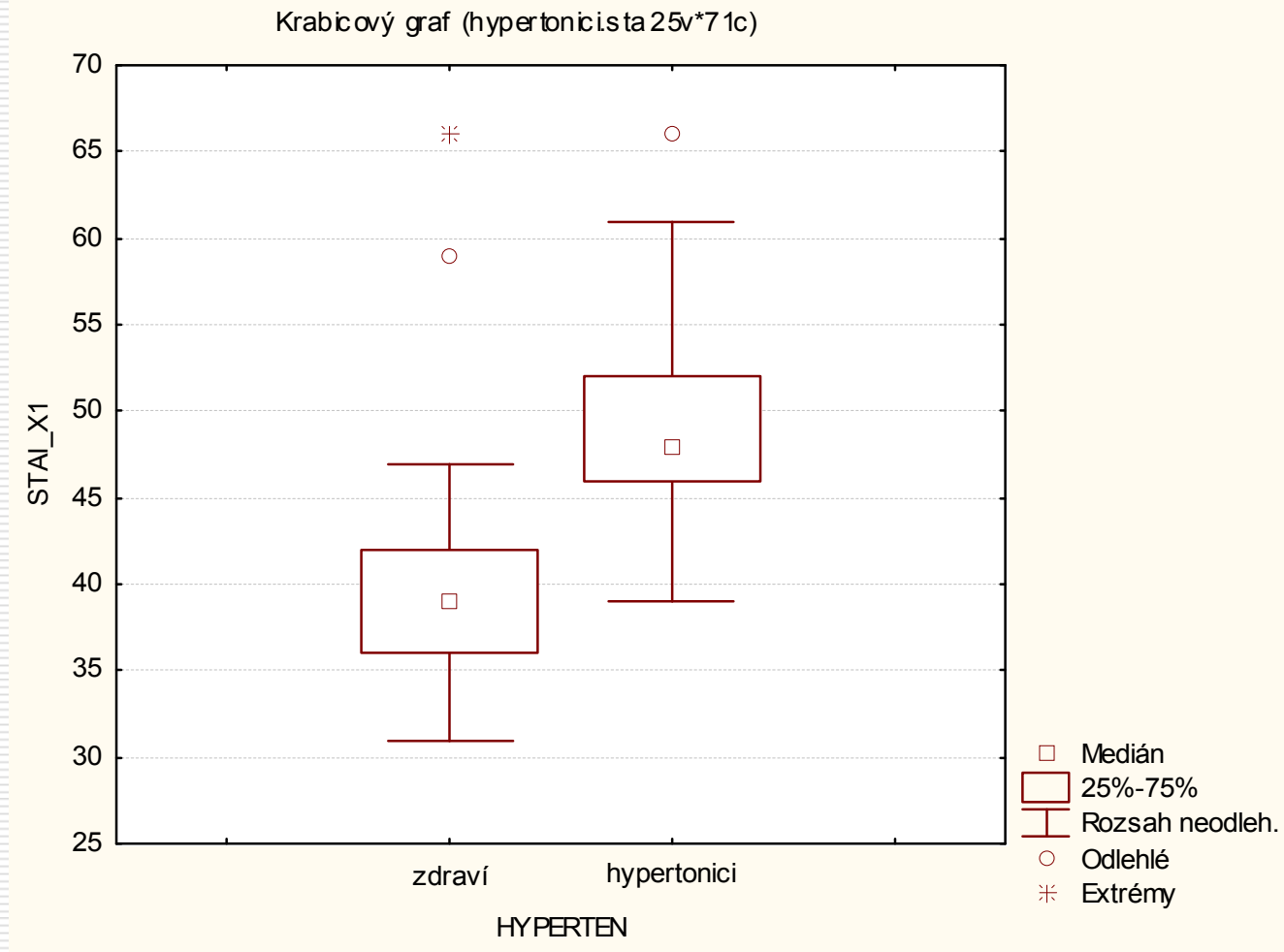
Stromkový diagram

- **výhody:** ukazuje údaje pro každý případ; je možné snadno identifikovat minimum, maximum, shluky případů, odlehlá pozorování; můžeme porovnat dvě skupiny případů zobrazením dvou přilehlých diagramů;
 - **nevýhody:** nevypadá zajímavě; vhodnější spíše pro menší datové soubory ($N < 100$)
-

Krabicový diagram

- boxplot, vousatá krabička
 - poskytuje bohaté zobrazení důležitých aspektů rozdělení hodnot
 - délka krabice odpovídá interkvartilové odchylce; uvnitř krabice je vyznačen medián
 - v některých variantách grafu jde např. o směrodatnou odchylku a průměr
 - „vousy“ je ohraničeno rozmezí hodnot
-

Krabicový diagram



Odlehlá pozorování

- zvlášť jsou u boxplotu vyznačena tzv. **odlehlá pozorování** (outliers – obvykle hodnoty vzdálené více než 1.5 mezikvartilové odchyly od hodnoty kvartilů) a extrémní pozorování (obvykle více než 3x mezikvartilové odchyly)
 - odlehlá pozorování mohou zkreslit výsledky některých statistik a statistických testů
-

Odlehlá pozorování

- je proto důležité je v datech hledat; pokud je najdeme, musíme se rozhodnout, zda se jedná o ojedinělý výskyt (který by se v jiném vzorku nevyskytl) nebo výsledek chyby měření; nebo zda je tak reprezentována určitá část populace
 - pokud jde o ojedinělý výskyt, je možno je z další analýzy vyloučit
 - jinak je nutno se rozhodnout mezi dvěma možnostmi: buď je vyloučit s vědomím, že výsledky budou jejich nepřítomností zkresleny, nebo použít neparametrický test (vhodnější přístup)
-

Krabicový diagram

- **výhody:** užitečný pro detekci odlehlých pozorování, šikmosti rozdělení; vhodný pro porovnání více skupin případů
 - **nevýhody:** složitější
-

Grafy – obecná doporučení

- každý graf by měl mít stručný a výstižný **název**
 - obě **osy** grafu by měly být označeny názvy proměnných a jednotkami měření (závislá proměnná je obvykle na svislé ose)
 - **počátek os** by měl být v nule – pokud není, je třeba to vyznačit
 - **velikost** grafu a **rozsah** os by měl být takový, aby většina dat zabírala celý graf
-

Kontrolní otázky

- ❑ rozdíly mezi absolutními a relativními četnostmi, poměrem a mírou
 - ❑ 3 základní míry centrální tendence (+ u jakých dat použijeme průměr, modus či medián)
 - ❑ základní míry variability, výpočet rozptylu
 - ❑ základní typy grafů, výhody/nevýhody
 - ❑ odlehlá pozorování
-

Doplňující literatura

- Wainer, H., & Velleman, PF (2001). **Statistical graphics: Mapping the pathways of science.** Annual Review of Psychology, 52, 305-335.
-