

## Přirozený základ a vlastnosti tónových řad i nástrojových menzur

Základem hudební akustiky je jednoduchá manipulace s řadou přirozených čísel, která spočívá v násobení a dělení, tedy soustavy geometrických řad.

Jako příklad poslouží řada přirozených tónů základního tónu  $G_1$  s celočíselnými frekvencemi, od nichž se odchyľují kompromisní frekvence temperovaného ladění.

Dělením frekvencí přirozených tónů a intervalů můžeme odvodit chybějící tóny v nižších oktávách ( $5/2$  bude odpovídat tónu  $H$ ), jako též pokračovat v řadě směrem vlevo od  $1$  (záporné hodnoty tato geometrická řada nezná!). Některé přirozené tóny (**7, 11, 13, 14,...**)

naše tónová sestava nepřevzala i když na hudebních nástrojích v přirozené čistotě zaznívají.

Jako nedostatek se často jeví, že je naše tónová osnova neumožňuje zapsat tam, kde ve skutečnosti zaznívají – zejména v lidové hudbě.

	temp.:		{146+}	(247)	(293+)	(440)	(494-)	(587+)	(740)								
[Hz]	-	49	98	147	196	245	294	343	392	441	490	539	588	637	686	735	
<b>G3</b>	<b>D</b>	<b>G2</b>	<b>G1</b>	<b>G</b>	<b>d</b>	<b>g</b>	<b>h</b>	<b>d'</b> (e-f)	<b>g'</b>	<b>a'</b>	<b>h'</b> (c-c#)	<b>d''</b> (d-d#)	(e-f)	<b>f''</b>			
1/4	1/3	1/2	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>
			C <sub>1</sub>	C	D	c	e	g	(a-h)	c'	d'	e'	(f-f#)	g'	(g-g#)	(f-f#)	h

## Rovnoměrně temperovaná soustava

Nemožnost konstruovat univerzální řadu tónů s využitím přirozených intervalů (tedy dokonale ladících) vedla v minulosti ke konstrukci velké řady kompromisních „**přirozených ladění**“, které vždy vyhoví pouze ve velmi omezené harmonické struktuře.

Jako jediné univerzální řešení kompromisu bylo zvoleno temperované ladění, definované jako řada dvanácti půltónů určených vztahem:

$$Y = {}^{12}\sqrt{2^x} = 2^{x/12} \quad \text{kde } x \text{ má hodnotu pořadového čísla půltónu v oktávě:}$$

$$Y = {}^{12}\sqrt{2^1} = 1,06 \text{ (půltón)} \quad Y = {}^{12}\sqrt{2^4} \text{ (tercie)} \quad Y = {}^{12}\sqrt{2^{12}} = 2 \text{ (oktáva)}$$

**Jediným „čistým“ intervalem v temperované soustavě je oktáva.**

## Akustické vlny

Všechny hudební nástroje generují *stojaté vlnění*, které se šíří za pomoci vhodných *rezonátorů* prostorem jako *postupné vlnění*. Postupné vlnění uchovává základní vlastnosti generovaného zvuku, jako je zejména frekvence i tam, kde je vlnění deformováno různými překážkami (srovnej poslech orchestru za zavřenými dveřmi).

Pro délku vlny a frekvenci, resp. periodu, platí vztahy:

$\lambda = c/f$ ,  $f = 1/T$  perioda  $T$  představuje dobu průběhu jednoho kmitu v sekundách  
přibližnou délku postupné vlny tónu  $g$  ve vzduchu při rychlosti 340 m/s vypočteme:

$$c/f_g = 340/196 = 1,73 \text{ m půlvlna: } \mathbf{0,86 \text{ m}} \quad \text{čtvrtvlna: } \mathbf{0,43 \text{ m}}$$

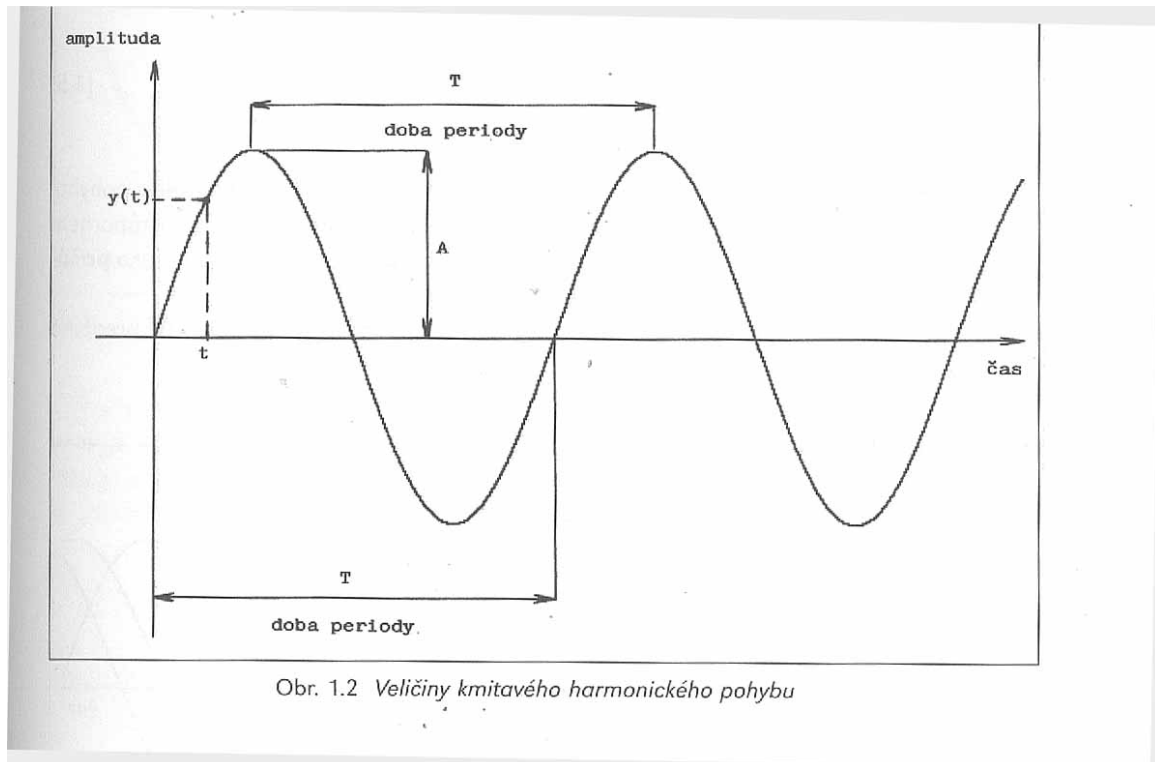
vypočtené délky vlny platí přibližně i pro stojaté vlnění uvnitř dechových nástrojů (naopak, délka postupné vlny ve vzduchu nijak nesouvisí s délkou vlny v místě mechanického budiče, jako je struna, blána, a pod.):

$$f_{c'} = 220 * 2^{3/12} = 261,63 \quad \lambda = 340/261,63 = 1,3 \text{ m} \quad \lambda/4 = 0,3 \text{ m (klarinet } \underline{c})$$

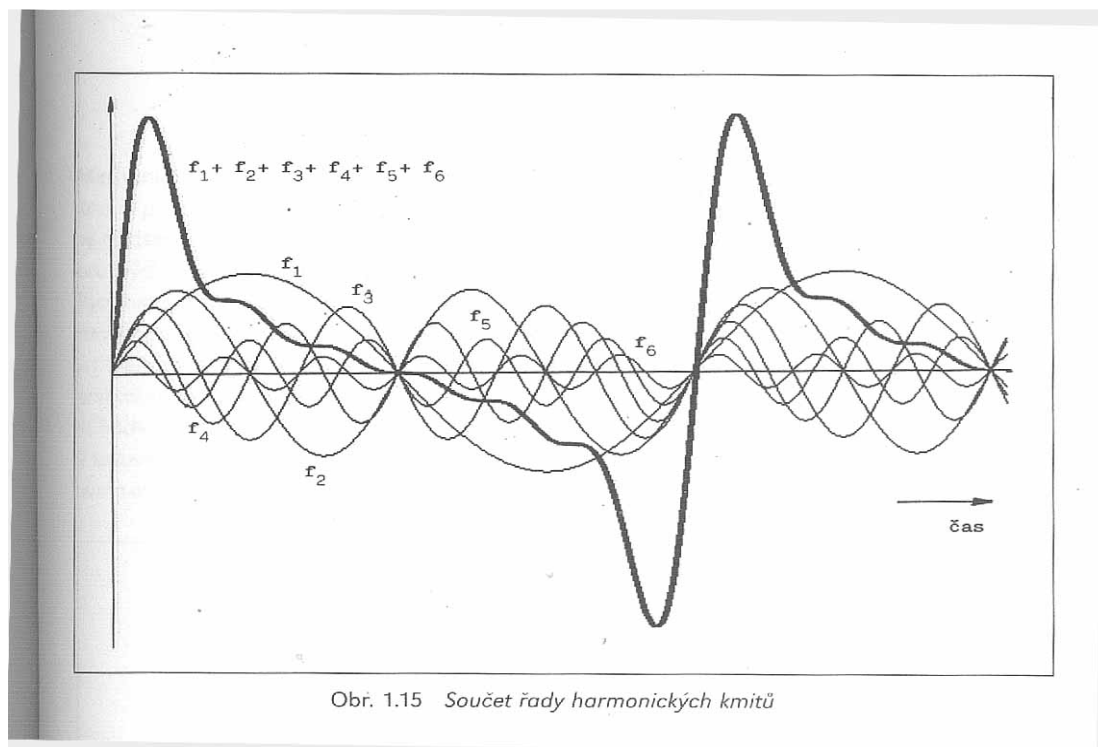
## Skládání vln

Základem periodického vlnění je sinusová vlna, daná zjednodušeným vztahem:

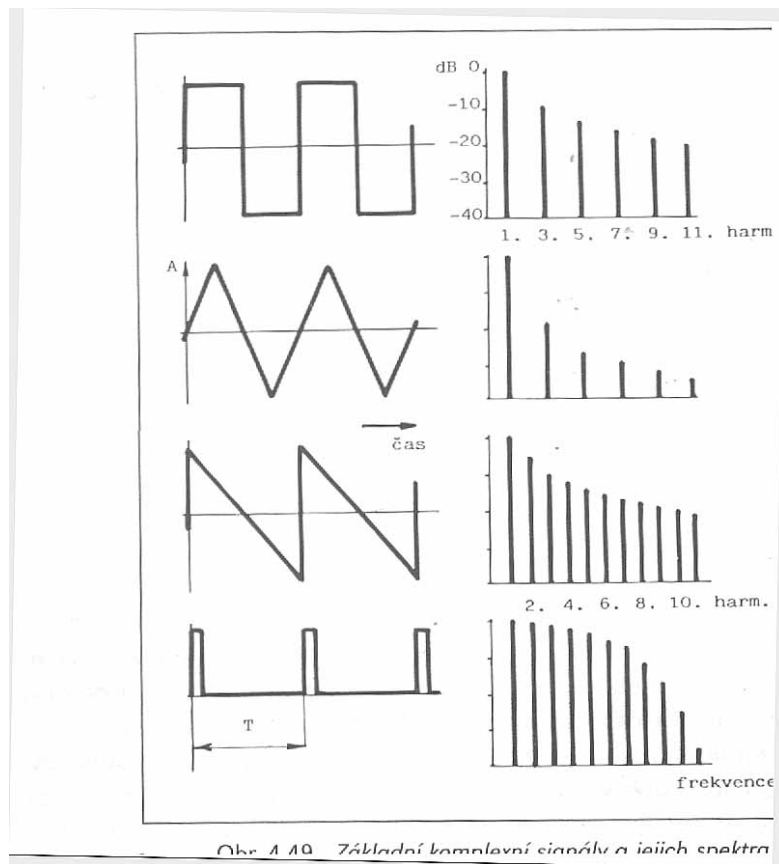
$$Y = A \sin \omega t = A \sin 2\pi f$$



Skutečná stojatá i postupná vlna je vždy daleko komplikovanější a je složena z řady různých sinusových vln různých frekvencí a amplitudpu se společnou nebo samostatnou **fúzí** :



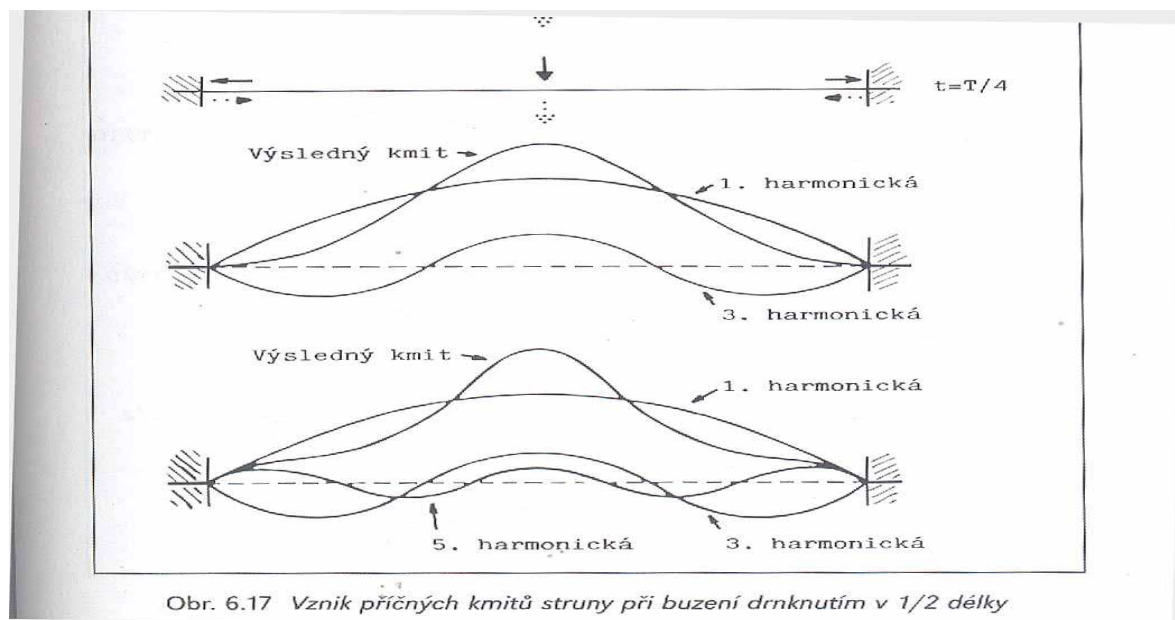
Podle počtu harmonických sinusových kmitů se společnou fází a jejich rozdílných amplitud vzniká skutečný tvar vlny – základní idealizovaný tvar výsledné vlny při součtu všech lichých harmonických je obdélníkový, nebo trojúhelníkový tvar vlny (příslušný *zavřeným píšťalám*), při součtu všech lichých i sudých harmonických „pilový“ tvar vlny (příslušný *otevřeným píšťalám* i strunám):



**Poznámka:** Poloha vodorovné osy je pro posluchače bezvýznamná, protože ucho rozlišuje pouze změnu akustického tlaku – trvalejší změnu tlaku vyrovnává eustachova trubice.

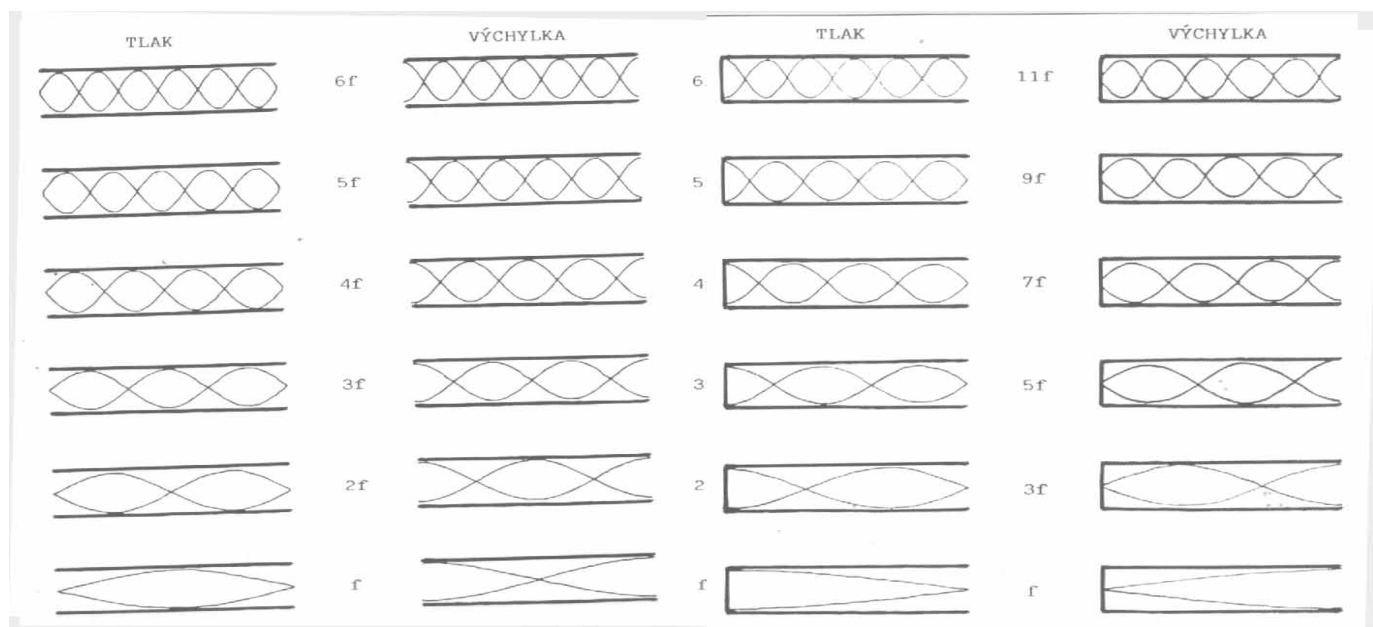
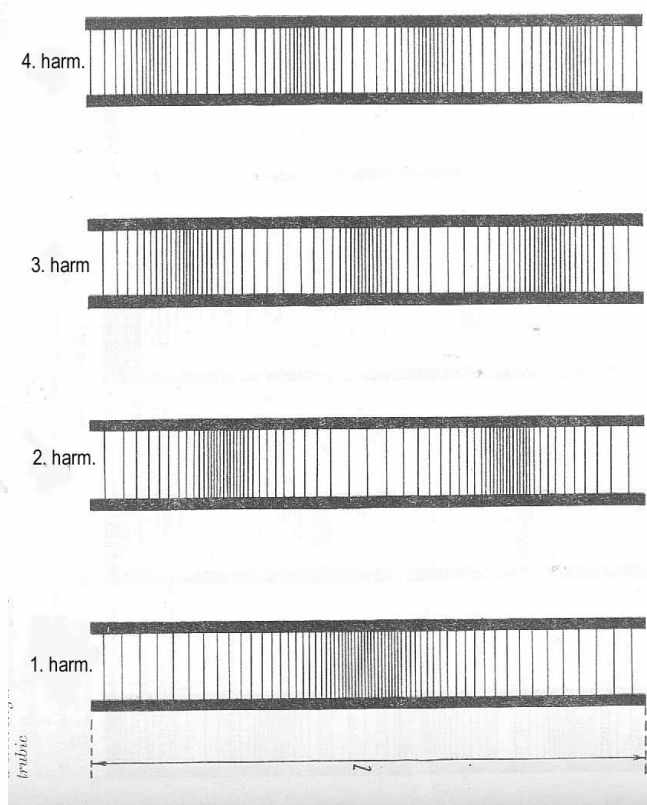
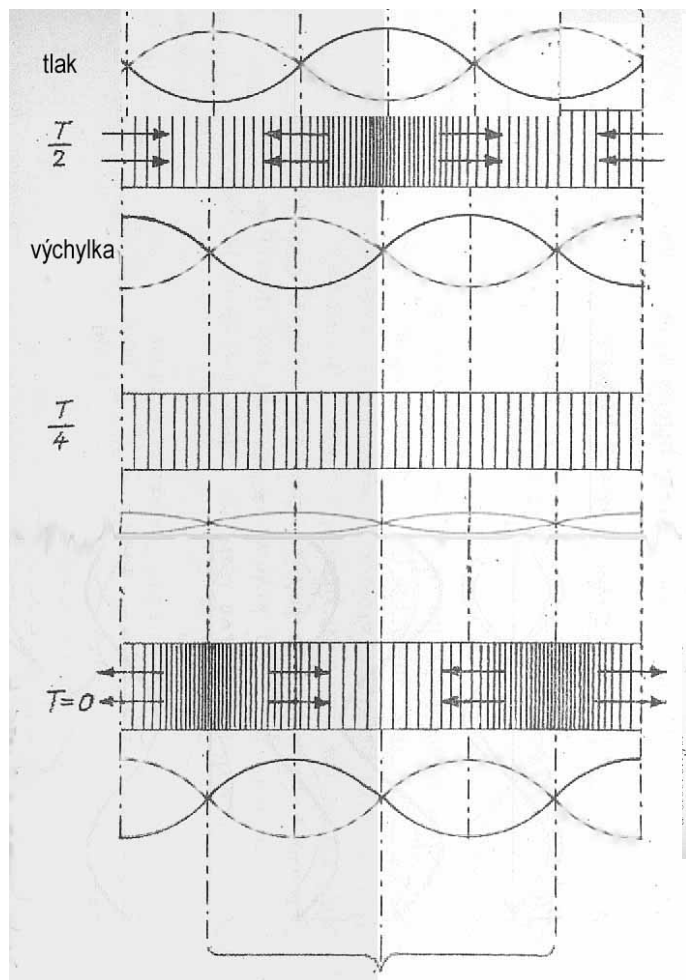
## Zdroje stojatých vln

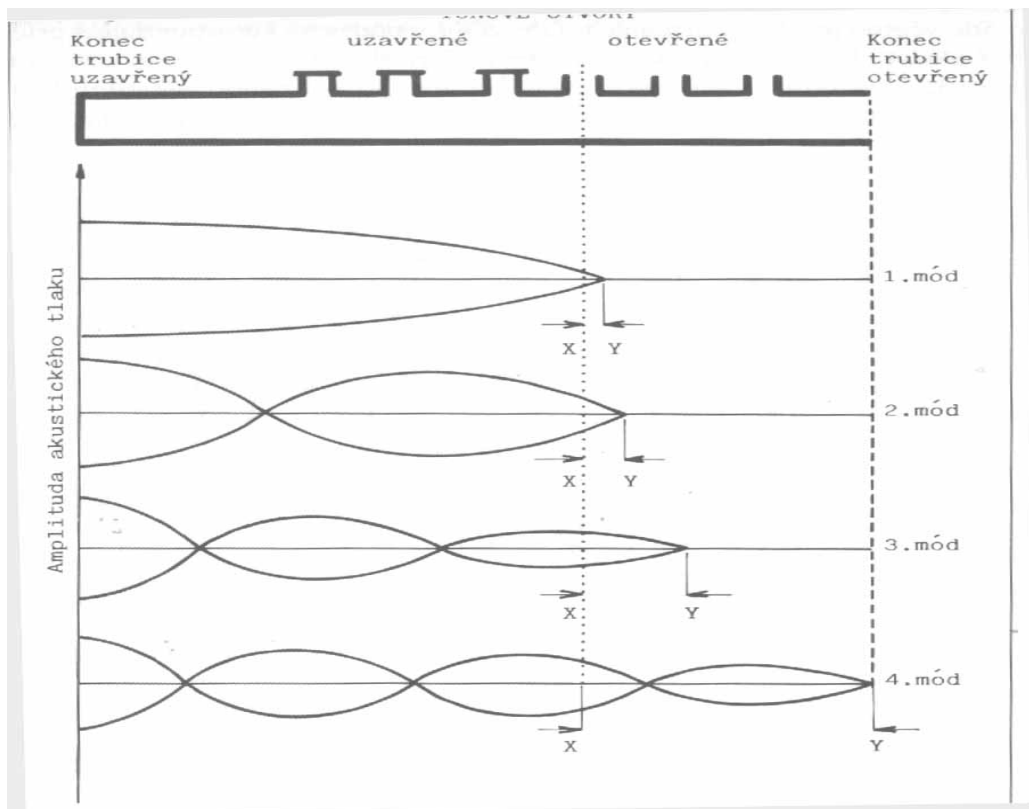
a/ Struny buzené trsnutím nebo smyčcem jsou schopny vydávat celé spektrum lichých i sudých harmonických tónů. Protože jsou napnuty mezi dvěma pevnými body, které musí představovat *uzly* kmitavého pohybu – základním intervalem je půlvlna.



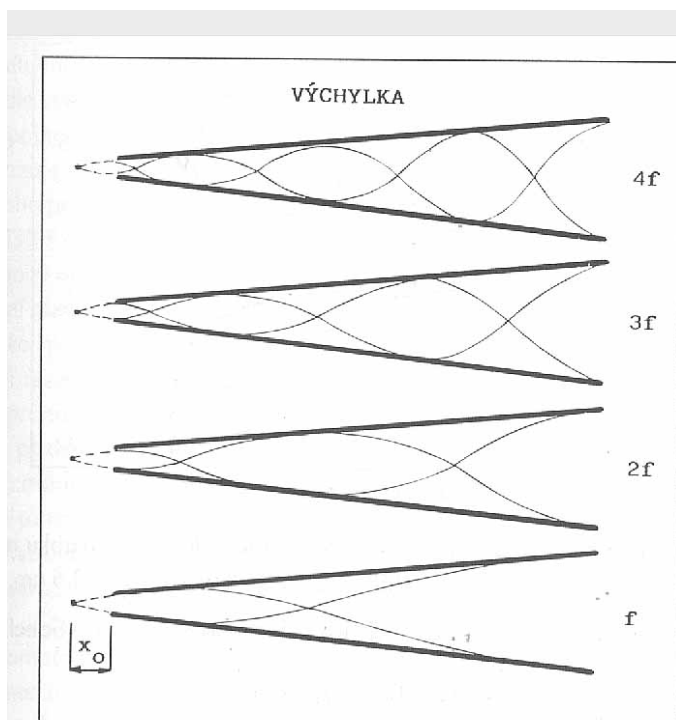
b/ Píšťaly **otevřené** bez ohledu na způsob buzení mohou vydávat rovněž celé spektrum lichých i sudých harmonických, protože na obou koncích píšťaly musí vzniknout vždy **kmitny** kmitavého pohybu .

Píšťaly **zavřené** (jednostranně zavřené) mohou vydávat pouze celé spektrum lichých harmonických, protože na zavřeném konci musí vzniknout vždy uzel a na otevřeném konci kmitna (platí pro všechny harmonické !) – základním intervalem je čtvrtvlna (které odpovídá i zkrácení nástroje na polovinu oproti otevřené píšťale stejné výšky základního tónu a nemožnost **přefouknutí** do oktávy).





Píšťaly s kuželovým vrtáním trubice kmitají v zásadě stejně jako uzavřené trubice válcové, rozložení uzlů a kmiten je však zcela odlišné a při vhodných poměrech v trubici může tato generovat liché i sudé harmonické – tedy i přefukovat do oktávy. Je to způsobeno tím, že změna průřezu má za následek též změnu fázové rychlosti.



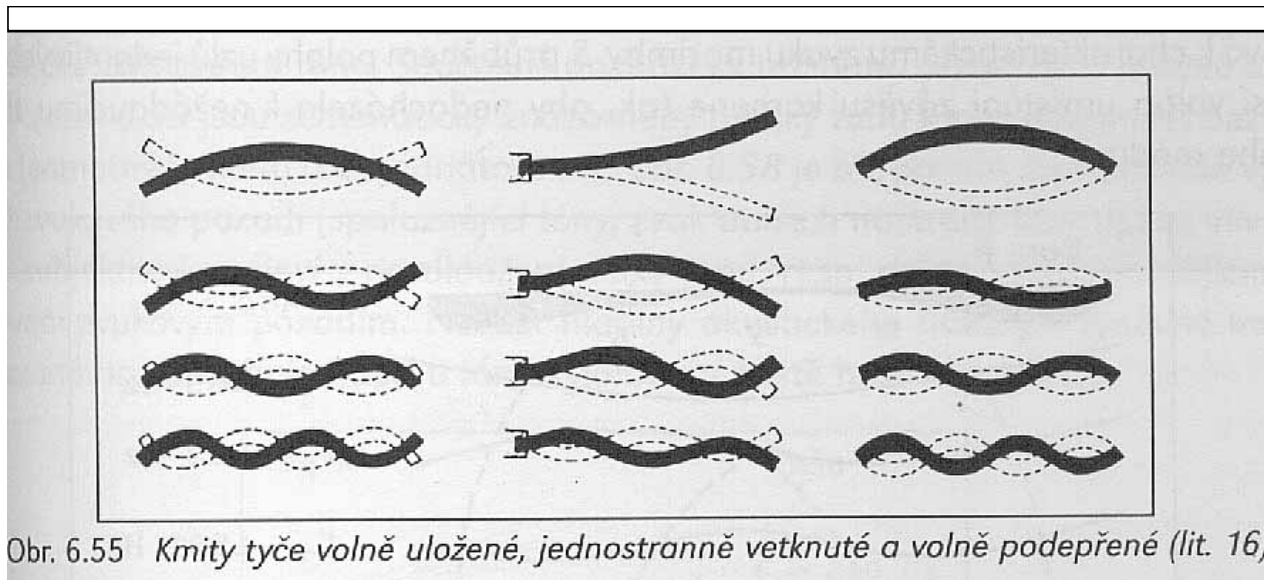
Orientačně lze určit polohy uzlů v kuželovém vývrtu pro  $k$ -tý harmonický tón :

$$0, 1,43/k , 2,46/k , 3,47/k , \dots$$

Obr. 6.46 Kmity vzdušného sloupce v trubici kuželového vrtán

c/ Tyče podle způsobu uložení mohou kmitat v různých módech a frekvencích, které již nejsou ve vzájemných harmonických poměrech, na obou koncích tyče musí však vznikat kmitny, při tyči uložené na podporách – základním intervalem je půlzlina (vibrafon).

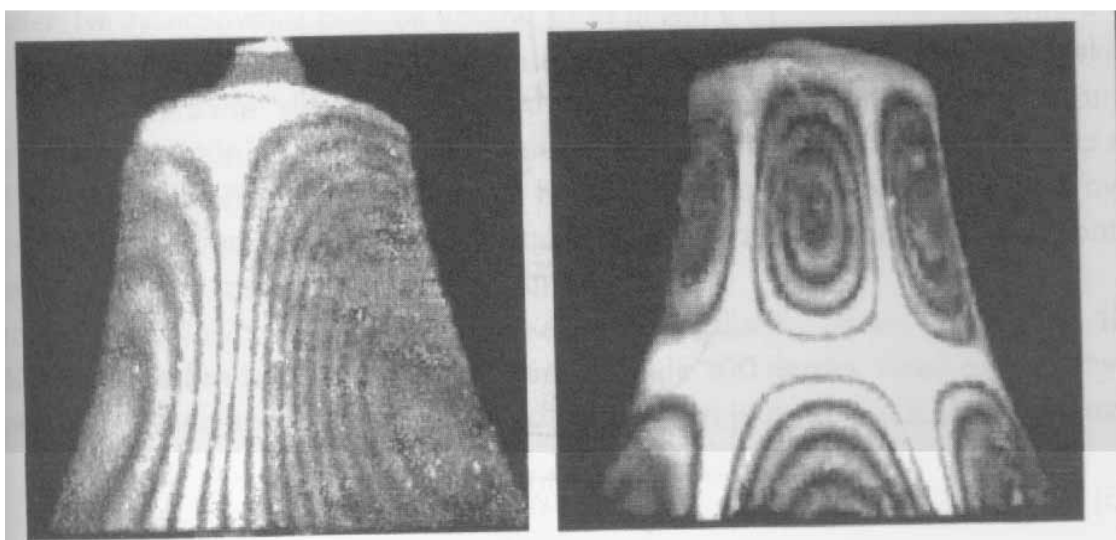
Tyče jednostranně upevněné kmitají s uzlem při upevnění a kmitnou na volném konci – základním intervalem je čtvrtzlina (jazýčky harmonik).



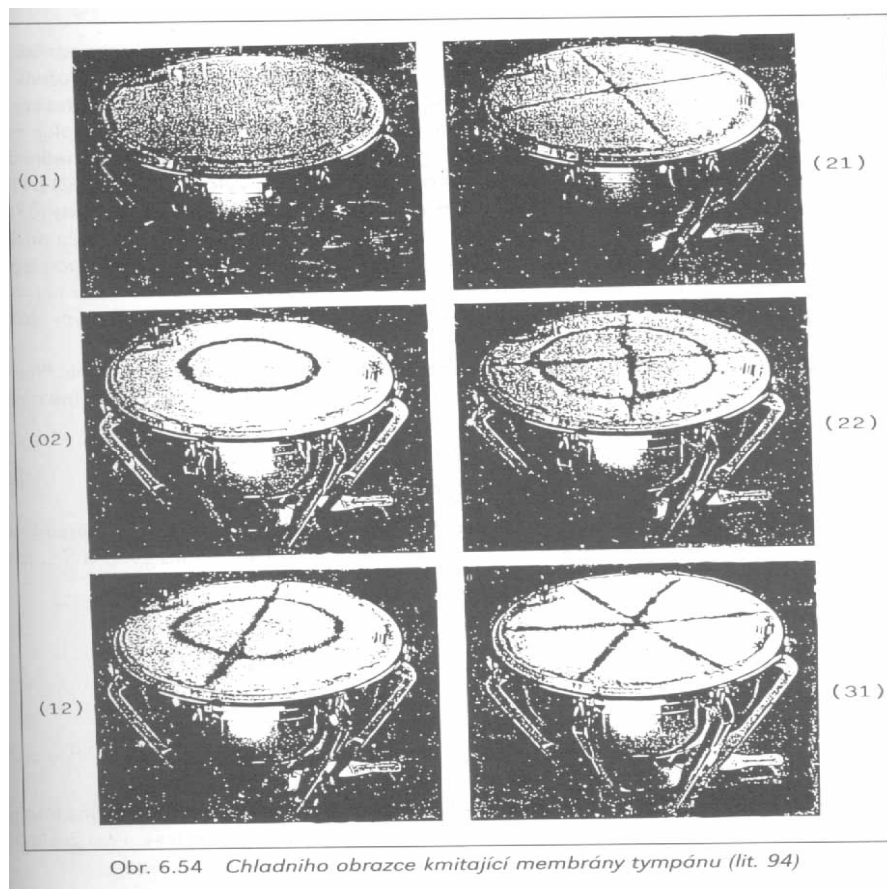
*Poznámka 1: Vzhledem k tuhostem tyčí neovlivní obvykle způsob volného uložení tyče na podporách mód kmitání základního tónu – dochází pouze k zatlumování těch alikvotů (včetně základního tónu), pro které není způsob uložení optimální (a naopak).*

*Poznámka 2: Kmitání zobrazené jako „volně podepřené“ předpokládá konce tyče vertikálně pevně fixované a lze stěží aplikovat u hudebního nástroje.*

d/ Zvony kmitají s různým rozložením kmiten a uzlů s tím, že v kterémkoliv místě může vzniknout uzel, nebo kmitna, podle místa úhozu a nevytváří přímé podmínky pro harmonické kmitání.



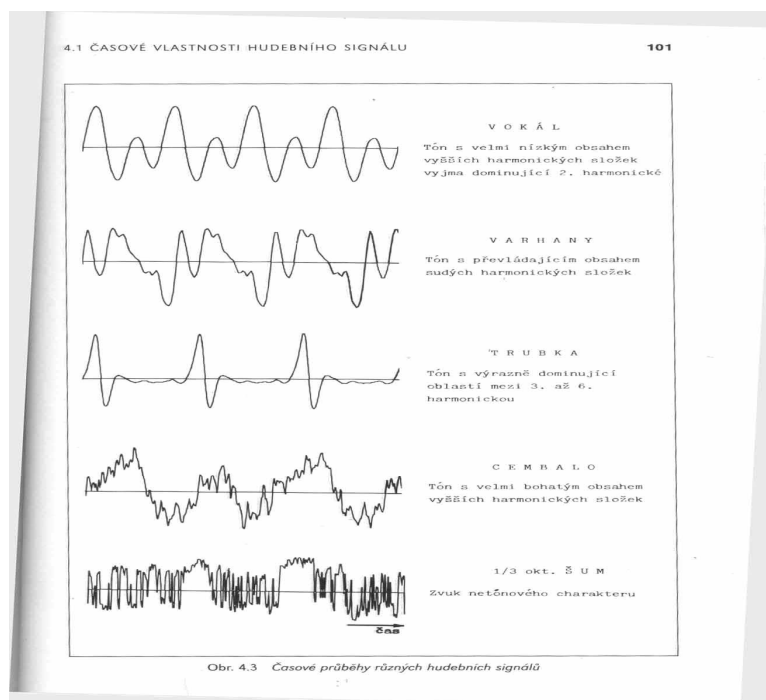
e/ Membrány kmitají rovněž ve velmi rozmanitých módech kmitání podle okamžitého úhzu, v místech upevnění musí být ovšem vždy uzly.



Obr. 6.54 Chladního obrazce kmitající membrány tympánu (lit. 94)

f/ Elektronické nástroje generují uměle vytvářené průběhy vlnění, které v podstatě simulují principy složeného vlnění akustických nástrojů s nutností značné idealizace průběhů (základním problémem elektronických nástrojů je naopak významně se vzdalovat ideálním – esteticky nezajímavým – průběhům).

## Tvary stojatých vln



Obr. 4.3 Časové průběhy různých hudebních signálů

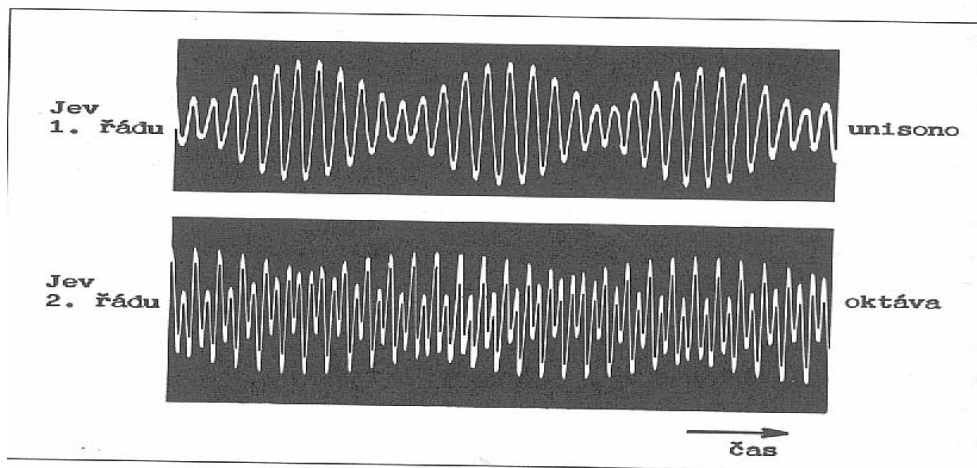
## **Barva tónu**

Fyzikální barva tónu je určována okamžitým obsahem harmonických alikvotů a znázorňována zobrazováním stacionárního spektra tónu. (viz předchozí obrázek).

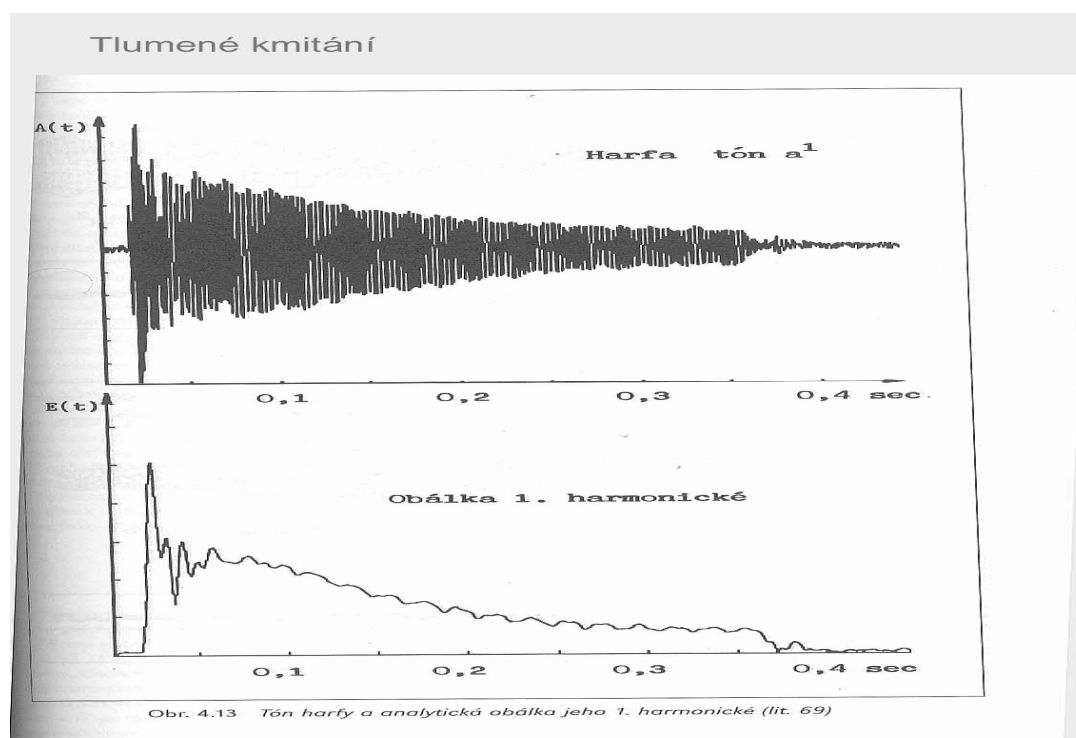
Pro subjektivní vnímání barvy tónu akustických nástrojů je však stejně významná fluktuace alikvotů v čase udržovaného tónu (kmitání buzené akustickým nástrojem je **vždy** pouze kvasistacionární) a ještě významnější psycho-fyziologický efekt vyvolaný „nasazením“ tónu, charakteristickým pro hudební nástroj.

## **Rázy a tlumené kmitání**





Obr. 3.7 Rázy unisona a oktávy (lit. 54)



## Fázové poměry

*Fáze* je označována okamžitá poloha kmitajícího bodu.

Kmitání více systémů ve fázi je takové, kdy se periodicky setkávají kmity kmitajících systémů ve stejné fázi – mluvíme též o *sfázování*.

*Sfázování* je obvykle u vícehlasých nástrojů nežádoucí, protože sfázované frekvenční průběhy ucho přestává vnímat jako samostatné tóny a vnímá výsledný tón jako složený alikvotní s výrazným výskytem rozdílového tónu (ucho vyhodnocuje více sfázovaných signálů stejně jako osciloskop zobrazující vždy jen okamžitý součtový signál). Příkladem je i vnímání rázů sfázovaných tónů jako kolísání hlasitosti jediného tónu.

Ke sfázování akustických systémů dochází při *akustické vazbě* (mechanické – i vzduchem) kmitajících systémů – dva kmitající *jazyčky* ve společné *vzdušnici* a pod.

## Upřesnění terminologie

*Harmonické* tóny jsou takové, jejichž frekvence jsou vyjádřeny celočíselným poměrem k frekvenci základního tónu, tedy  $f_1 \times x$  ( $x$  je celé kladné číslo)

*Alikvotní* - - *harmonické*  
*Parciální* - mohou být - *neharmonické*  
*Syrchní* - - (bez určení)  
*Částkové* -

*Vibráto* - periodická změna frekvence tónu obvykle v rozmezí 4 – 7 Hz

*Tremolo* - periodická změna amplitudy (hlasitosti) v rozmezí jako u vibráta

*Spektrální modulace* - změna barvy tónu v časovém průběhu

Tremolo není tak účinné jako vibráto a užívá se u nástrojů s pevnou výškou tónu (harmonium, vibrafon!...) a jeho účinnost bývá zvyšována průvodní spektrální modulací.

Vibráto bývá rovněž doprovázeno spektrální modulací, případně i tremolem.

Samotné spektrální modulace využívají zejména syntezátory.

**Ing Jan Kašpařík**

*E-Mail: [kasparikj@seznam.cz](mailto:kasparikj@seznam.cz)*

*[www.volny.cz/kasparikj](http://www.volny.cz/kasparikj)*