Základy matematiky a statistiky pro humanitní obory I

Pavel Rychlý Vojtěch Kovář

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita
Botanická 68a, 602 00 Brno, Czech Republic
{pary, xkovar3}@fi.muni.cz

19. 10. 2010

Obsah přednášky

Teorie množin

- Teorie množin
  - spolu s logikou základní pilíř matematiky
  - všechny matematické objekty jsou množiny
  - různé formální teorie (nekonečno, axiom výběru)
- Náš cíl
  - pochopit pojem množina
  - naučit se pracovat se zápisy množin
  - nepouštět se do sporných aspektů teorií množin

Teorie množin

- Teorie množin
  - spolu s logikou základní pilíř matematiky
  - všechny matematické objekty jsou množiny
  - různé formální teorie (nekonečno, axiom výběru)
- Náš cíl
  - pochopit pojem množina
  - naučit se pracovat se zápisy množin
  - nepouštět se do sporných aspektů teorií množin

Teorie množin

- Teorie množin
  - spolu s logikou základní pilíř matematiky
  - všechny matematické objekty jsou množiny
  - různé formální teorie (nekonečno, axiom výběru)
- Náš cíl
  - pochopit pojem množina
  - naučit se pracovat se zápisy množin
  - nepouštět se do sporných aspektů teorií množin

Teorie množin

- Teorie množin
  - spolu s logikou základní pilíř matematiky
  - všechny matematické objekty jsou množiny
  - různé formální teorie (nekonečno, axiom výběru)
- Náš cíl
  - pochopit pojem množina
  - naučit se pracovat se zápisy množin
  - nepouštět se do sporných aspektů teorií množin

Teorie množin

- Teorie množin
    - spolu s logikou základní pilíř matematiky
    - všechny matematické objekty jsou množiny
    - různé formální teorie (nekonečno, axiom výběru)
- Náš cíl
    - pochopit pojem množina
    - naučit se pracovat se zápisy množin
    - nepouštět se do sporných aspektů teorií množin

Teorie množin

- Teorie množin
  - spolu s logikou základní pilíř matematiky
  - všechny matematické objekty jsou množiny
  - různé formální teorie (nekonečno, axiom výběru)
- Náš cíl
  - pochopit pojem množina
  - naučit se pracovat se zápisy množin
  - nepouštět se do sporných aspektů teorií množin

Teorie množin

- Teorie množin
  - spolu s logikou základní pilíř matematiky
  - všechny matematické objekty jsou množiny
  - různé formální teorie (nekonečno, axiom výběru)
- Náš cíl
  - pochopit pojem množina
  - naučit se pracovat se zápisy množin
  - nepouštět se do sporných aspektů teorií množin

Teorie množin

- Teorie množin
    - spolu s logikou základní pilíř matematiky
    - všechny matematické objekty jsou množiny
    - různé formální teorie (nekonečno, axiom výběru)
- Náš cíl
    - pochopit pojem množina
    - naučit se pracovat se zápisy množin
    - nepouštět se do sporných aspektů teorií množin

Množina

- Množina
  - skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
  - ne nutně stejného typu
  - neobsahuje duplicity
  - není uspořádaná
- Základní fakta
  - existuje prázdná množina – $\emptyset$
  - množina může obsahovat jiné množiny
- Zápis množin
  - výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - výrokem: $\{x \mid x \in N \quad \wedge \quad x > 5\}$

Množina

- Množina
    - skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
    - ne nutně stejného typu
    - neobsahuje duplicity
    - není uspořádaná
- Základní fakta
    - existuje prázdná množina – $\emptyset$
    - množina může obsahovat jiné množiny
- Zápis množin
    - výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
    - výrokem: $\{x \mid x \in N \quad \wedge \quad x > 5\}$

Množina

- Množina
  - skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
  - ne nutně stejného typu
  - neobsahuje duplicity
  - není uspořádaná
- Základní fakta
  - existuje prázdná množina – $\emptyset$
  - množina může obsahovat jiné množiny
- Zápis množin
  - výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - výrokem: $\{x \mid x \in N \quad \wedge \quad x > 5\}$

Množina

- Množina
  - skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
  - ne nutně stejného typu
  - neobsahuje duplicity
  - není uspořádaná
- Základní fakta
  - existuje prázdná množina – $\emptyset$
  - množina může obsahovat jiné množiny
- Zápis množin
  - výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - výrokem: $\{x \mid x \in N \quad \wedge \quad x > 5\}$

Množina

- Množina
  - skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
  - ne nutně stejného typu
  - neobsahuje duplicity
  - není uspořádaná
- Základní fakta
  - existuje prázdná množina – $\emptyset$
  - množina může obsahovat jiné množiny
- Zápis množin
  - výčtem prvků: $\{1,2,3\}$, $\{\emptyset,\{\emptyset\}\}$
  - výrokem: $\{x \mid x \in N \quad \wedge \quad x > 5\}$

Množina

- Množina
  - skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
  - ne nutně stejného typu
  - neobsahuje duplicity
  - není uspořádaná
- Základní fakta
  - existuje prázdná množina – $\emptyset$
  - množina může obsahovat jiné množiny
- Zápis množin
  - výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - výrokem: $\{x \mid x \in N \quad \wedge \quad x > 5\}$

Množina

- Množina
  - skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
  - ne nutně stejného typu
  - neobsahuje duplicity
  - není uspořádaná
- Základní fakta
  - existuje prázdná množina – $\emptyset$
  - množina může obsahovat jiné množiny
- Zápis množin
  - výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - výrokem: $\{x \mid x \in N \quad \wedge \quad x > 5\}$

Množina

- Množina
  - skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
  - ne nutně stejného typu
  - neobsahuje duplicity
  - není uspořádaná
- Základní fakta
  - existuje prázdná množina – $\emptyset$
  - množina může obsahovat jiné množiny
- Zápis množin
  - výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - výrokem: $\{x \mid x \in N \quad \wedge \quad x > 5\}$

Množina

- Množina
  - skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
  - ne nutně stejného typu
  - neobsahuje duplicity
  - není uspořádaná
- Základní fakta
  - existuje prázdná množina – $\emptyset$
  - množina může obsahovat jiné množiny
- Zápis množin
  - výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - výrokem: $\{x \mid x \in N \quad \wedge \quad x > 5\}$

Množina

- Množina
  - skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
  - ne nutně stejného typu
  - neobsahuje duplicity
  - není uspořádaná
- Základní fakta
  - existuje prázdná množina – $\emptyset$
  - množina může obsahovat jiné množiny
- Zápis množin
  - výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - výrokem: $\{x \mid x \in N \quad \wedge \quad x > 5\}$

Množina

- Množina
  - skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
  - ne nutně stejného typu
  - neobsahuje duplicity
  - není uspořádaná
- Základní fakta
  - existuje prázdná množina – $\emptyset$
  - množina může obsahovat jiné množiny
- Zápis množin
  - výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - výrokem: $\{x \mid x \in N \quad \wedge \quad x > 5\}$

Nekonečné množiny

- Nekonečné množiny
    - existují ve většině teorií množin
    - různě velká nekonečna
    - např. přirozená čísla (racionální čísla) vs. reálná čísla
    - více v dalších přednáškách

Nekonečné množiny

- Nekonečné množiny
  - existují ve většině teorií množin
  - různě velká nekonečna
  - např. přirozená čísla (racionální čísla) vs. reálná čísla
  - více v dalších přednáškách

Nekonečné množiny

- Nekonečné množiny
    - existují ve většině teorií množin
    - různě velká nekonečna
    - např. přirozená čísla (racionální čísla) vs. reálná čísla
    - více v dalších přednáškách

Nekonečné množiny

- Nekonečné množiny
  - existují ve většině teorií množin
  - různě velká nekonečna
  - např. přirozená čísla (racionální čísla) vs. reálná čísla
  - více v dalších přednáškách

Nekonečné množiny

- Nekonečné množiny
  - existují ve většině teorií množin
  - různě velká nekonečna
  - např. přirozená čísla (racionální čísla) vs. reálná čísla
  - více v dalších přednáškách

Množinové operace (1)

- Operátor $\in$
  - $=$ prvek patří do množiny
  - tzn. na levé straně je vždy prvek, na pravé vždy množina
  - platí $\forall x (x \notin \emptyset)$
  - platí $\emptyset \in \{\emptyset\}$
  - platí $\emptyset \notin \{\{\emptyset\}\}$

Množinové operace (1)

- Operátor $\in$
  - $=$ prvek patří do množiny
  - tzn. na levé straně je vždy prvek, na pravé vždy množina
  - platí $\forall x (x \notin \emptyset)$
  - platí $\emptyset \in \{\emptyset\}$
  - platí $\emptyset \notin \{\{\emptyset\}\}$

Množinové operace (1)

- Operátor $\in$
  - $=$ prvek patří do množiny
  - tzn. na levé straně je vždy prvek, na pravé vždy množina
  - platí $\forall x (x \notin \emptyset)$
  - platí $\emptyset \in \{\emptyset\}$
  - platí $\emptyset \notin \{\{\emptyset\}\}$

Množinové operace (1)

- Operátor $\in$
  - $=$ prvek patří do množiny
  - tzn. na levé straně je vždy prvek, na pravé vždy množina
  - platí $\forall x (x \notin \emptyset)$
  - platí $\emptyset \in \{\emptyset\}$
  - platí $\emptyset \notin \{\{\emptyset\}\}$

Množinové operace (1)

- Operátor $\in$
  - $=$ prvek patří do množiny
  - tzn. na levé straně je vždy prvek, na pravé vždy množina
  - platí $\forall x (x \notin \emptyset)$
  - platí $\emptyset \in \{\emptyset\}$
  - platí $\emptyset \notin \{\{\emptyset\}\}$

Množinové operace (1)

- Operátor $\in$
    - $=$ prvek patří do množiny
    - tzn. na levé straně je vždy prvek, na pravé vždy množina
    - platí $\forall x (x \notin \emptyset)$
    - platí $\emptyset \in \{\emptyset\}$
    - platí $\emptyset \notin \{\{\emptyset\}\}$

Podmnožiny

- Podmnožina $\subseteq$
  - $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Rightarrow x \in B)$
  - zkrácený zápis $\forall x \in A \ (x \in B)$
- Potenční množina
  - množina všech podmnožin dané množiny
  - zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
  - $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
  - platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
  - platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - platí: $\forall x (\emptyset \in \mathcal{P}(x) \wedge x \in \mathcal{P}(x))$

Podmnožiny

- Podmnožina $\subseteq$
  - $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Rightarrow x \in B)$
  - zkrácený zápis $\forall x \in A \ (x \in B)$
- Potenční množina
  - množina všech podmnožin dané množiny
  - zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
  - $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
  - platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
  - platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - platí: $\forall x (\emptyset \in \mathcal{P}(x) \wedge x \in \mathcal{P}(x))$

Podmnožiny

- Podmnožina $\subseteq$
  - $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x(x \in A \Rightarrow x \in B)$
  - zkrácený zápis $\forall x \in A\ (x \in B)$
- Potenční množina
  - množina všech podmnožin dané množiny
  - zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
  - $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
  - platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
  - platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - platí: $\forall x(\emptyset \in \mathcal{P}(x) \land x \in \mathcal{P}(x))$

Podmnožiny

- Podmnožina $\subseteq$
  - $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x(x \in A \Rightarrow x \in B)$
  - zkrácený zápis $\forall x \in A\ (x \in B)$
- Potenční množina
  - množina všech podmnožin dané množiny
  - zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
  - $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
  - platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
  - platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - platí: $\forall x(\emptyset \in \mathcal{P}(x) \wedge x \in \mathcal{P}(x))$

Podmnožiny

- Podmnožina $\subseteq$
  - $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x(x \in A \Rightarrow x \in B)$
  - zkrácený zápis $\forall x \in A\ (x \in B)$
- Potenční množina
  - množina všech podmnožin dané množiny
  - zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
  - $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
  - platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
  - platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - platí: $\forall x(\emptyset \in \mathcal{P}(x) \land x \in \mathcal{P}(x))$

Podmnožiny

- Podmnožina $\subseteq$
  - $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Rightarrow x \in B)$
  - zkrácený zápis $\forall x \in A \ (x \in B)$
- Potenční množina
  - množina všech podmnožin dané množiny
  - zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
  - $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
  - platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
  - platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - platí: $\forall x (\emptyset \in \mathcal{P}(x) \wedge x \in \mathcal{P}(x))$

Podmnožiny

- Podmnožina $\subseteq$
  - $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Rightarrow x \in B)$
  - zkrácený zápis $\forall x \in A \ (x \in B)$
- Potenční množina
  - množina všech podmnožin dané množiny
  - zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
  - $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
  - platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
  - platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - platí: $\forall x (\emptyset \in \mathcal{P}(x) \wedge x \in \mathcal{P}(x))$

Podmnožiny

- Podmnožina $\subseteq$
  - $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Rightarrow x \in B)$
  - zkrácený zápis $\forall x \in A \ (x \in B)$
- Potenční množina
  - množina všech podmnožin dané množiny
  - zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
  - $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
  - platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
  - platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - platí: $\forall x (\emptyset \in \mathcal{P}(x) \wedge x \in \mathcal{P}(x))$

Podmnožiny

- Podmnožina $\subseteq$
  - $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x(x \in A \Rightarrow x \in B)$
  - zkrácený zápis $\forall x \in A\ (x \in B)$
- Potenční množina
  - množina všech podmnožin dané množiny
  - zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
  - $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
  - platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
  - platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - platí: $\forall x(\emptyset \in \mathcal{P}(x) \wedge x \in \mathcal{P}(x))$

Podmnožiny

- Podmnožina $\subseteq$
  - $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x(x \in A \Rightarrow x \in B)$
  - zkrácený zápis $\forall x \in A\ (x \in B)$
- Potenční množina
  - množina všech podmnožin dané množiny
  - zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
  - $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
  - platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
  - platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
  - platí: $\forall x(\emptyset \in \mathcal{P}(x) \wedge x \in \mathcal{P}(x))$

Množinové operace (2)

- Rovnost množin
  - $A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B \ \wedge \ B \subseteq A)$
- Sjednocení $\cup$
  - $A \cup B = \{x \mid x \in A \ \vee \ x \in B\}$
- Průnik $\cap$
  - $A \cap B = \{x \mid x \in A \ \wedge \ x \in B\}$

Množinové operace (2)

- Rovnost množin
    - $A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B \ \wedge \ B \subseteq A)$
- Sjednocení $\cup$
    - $A \cup B = \{x \mid x \in A \ \vee \ x \in B\}$
- Průnik $\cap$
    - $A \cap B = \{x \mid x \in A \ \wedge \ x \in B\}$

Množinové operace (2)

- Rovnost množin
  - $A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B \ \wedge \ B \subseteq A)$
- Sjednocení $\cup$
  - $A \cup B = \{x \mid x \in A \ \vee \ x \in B\}$
- Průnik $\cap$
  - $A \cap B = \{x \mid x \in A \ \wedge \ x \in B\}$

Množinové operace (2)

- Rovnost množin
  - $A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B \ \wedge \ B \subseteq A)$
- Sjednocení $\cup$
  - $A \cup B = \{x \mid x \in A \ \vee \ x \in B\}$
- Průnik $\cap$
  - $A \cap B = \{x \mid x \in A \ \wedge \ x \in B\}$

Množinové operace (2)

- Rovnost množin
  - $A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B \ \wedge \ B \subseteq A)$
- Sjednocení $\cup$
  - $A \cup B = \{x \mid x \in A \ \ \vee \ \ x \in B\}$
- Průnik $\cap$
  - $A \cap B = \{x \mid x \in A \ \ \wedge \ \ x \in B\}$

Množinové operace (2)

- Rovnost množin
  - $A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B \ \wedge \ B \subseteq A)$
- Sjednocení $\cup$
  - $A \cup B = \{x \mid x \in A \quad \vee \quad x \in B\}$
- Průnik $\cap$
  - $A \cap B = \{x \mid x \in A \quad \wedge \quad x \in B\}$