Dokažte matematickou indukcí:

$$\forall n \geq 0 : \sum_{i=0}^{n} 9i(i+5) = 3n^3 + 27n^2 + 24n$$

Řešení:
báze indukce (pro $n = 0$): $9 \cdot 0 \cdot (0+5) = 0 = 3 \cdot 0^3 + 27 \cdot 0^2 + 24 \cdot 0$
indukční krok: dokazujeme implikaci

$$\sum_{i=0}^{n} 9i(i+5) = 3n^3 + 27n^2 + 24n \qquad \text{(=indukční předpoklad, I.P.)}$$

$$\Rightarrow \sum_{i=0}^{n+1} 9i(i+5) = 3(n+1)^3 + 27(n+1)^2 + 24(n+1)$$

Postupně (a za použití I.P. – viz vyznačené rovnítko) upravíme levou stranu ind. závěru na pravou stranu:

$$\sum_{i=0}^{n+1} 9i(i+5) = \sum_{i=0}^{n} 9i(i+5) + 9(n+1)(n+1+5) =$$

$$\overset{I.P.}{=} 3n^3 + 27n^2 + 24n + 9(n+1)(n+6) = 3n^3 + 27n^2 + 24n + 9n^2 + 63n + 54 =$$

$$= 3n^3 + 36n^2 + 87n + 54 = 3(n^3 + 12n^2 + 29n + 18) = 3(n^3 + 3n^2 + 3n + 1 + 9n^2 + 26n + 17) =$$

$$= 3(n^3 + 3n^2 + 3n + 1) + 27n^2 + 78n + 51 = 3(n+1)^3 + 27n^2 + 78n + 51 =$$

$$= 3(n+1)^3 + 27n^2 + 81n + 54 - 3n - 3 = 3(n+1)^3 + 27(n^2 + 3n + 2) - 3n - 3 =$$

$$= 3(n+1)^3 + 27(n^2 + 2n + 1 + n + 1) - 3n - 3 = 3(n+1)^3 + 27(n^2 + 2n + 1) + 27n + 27 - 3n - 3 =$$

$$= 3(n+1)^3 + 27(n+1)^2 + 27n + 27 - 3n - 3 = 3(n+1)^3 + 27(n+1)^2 + 24n + 24 =$$

$$= 3(n+1)^3 + 27(n+1)^2 + 24(n+1)$$