

*Zadání:* Studenti A a B jsou v relaci R, pokud A sedí ve stejné řadě jako B nebo v některé řadě před ním. Je R ekvivalence? Je R uspořádání?

*Řešení:*

Označme  $r(x) = a$  fakt, že student  $x$  sedí v řadě  $a$ . Pak relaci R můžeme zapsat jako množinu takto:  $R = \{(a, b) | r(a) \leq r(b)\}$ . Postupně budeme ověřovat, zda relace je reflexivní, symetrická, antisymetrická a tranzitivní.

*Reflexivita:* Zřejmě  $r(x) = r(x)$  (student sedí ve stejné řadě, ve které sedí), tedy i  $r(x) \leq r(x)$ , takže  $(x, x) \in R$  pro všechny studenty  $x$ . Tedy R je reflexivní.

*Symetrie:* Pro  $x, y$  zvolené tak, že  $r(x) = r(y)$  podmínka symetrie platí. Pokud ale zvolíme  $x, y$  tak, že  $r(x) < r(y)$  (to můžeme pouze pokud alespoň ve 2 řadách jsou nějací studenti), pak  $(x, y) \in R$ , ale  $(y, x) \notin R$  (protože  $r(y) \not\leq r(x)$ ). Tedy R není symetrická (pokud alespoň ve 2 řadách jsou nějací studenti).

*Antisymetrie:* Pro  $x, y$  zvolené tak, že  $r(x) = r(y) \wedge x \neq y$  (to můžeme, pokud alespoň v jedné řadě sedí víc než jeden student), platí  $(x, y) \in R \wedge (y, x) \in R \wedge x \neq y$ , což je v rozporu s podmínkou antisymetrie. Tedy R není antisymetrická (pokud alespoň v jedné řadě sedí víc než jeden student).

*Tranzitivita:* Zvolme libovolné studenty  $x, y, z$ . Pokud  $(x, y) \in R \wedge (y, z) \in R$ , platí  $r(x) \leq r(y)$  a  $r(y) \leq r(z)$ , tedy i  $r(x) \leq r(z)$  a tedy i  $(x, z) \in R$ . Tedy R je tranzitivní.

R není ekvivalence ani uspořádání (není symetrická ani antisymetrická).