

Základy matematiky a statistiky pro humanitní obory I

Pavel Rychlý Vojtěch Kovář

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita
Botanická 68a, 602 00 Brno, Czech Republic

{pary, xkovar3}@fi.muni.cz

část 3

Obsah přednášky

- 1 Teorie množin
- 2 Množiny
- 3 Množinové operace

Teorie množin

■ Teorie množin

- spolu s logikou základní pilíř matematiky
- všechny matematické objekty jsou množiny
- různé formální teorie (nekonečno, axiom výběru)

■ Náš cíl

- pochopit pojem množina
- naučit se pracovat se zápisy množin
- nepouštět se do sporných aspektů teorií množin

Teorie množin

■ Teorie množin

- spolu s logikou základní pilíř matematiky
- všechny matematické objekty jsou množiny
- různé formální teorie (nekonečno, axiom výběru)

■ Náš cíl

- pochopit pojem množina
- naučit se pracovat se zápisy množin
- nepouštět se do sporných aspektů teorií množin

Teorie množin

■ Teorie množin

- spolu s logikou základní pilíř matematiky
- všechny matematické objekty jsou množiny
- různé formální teorie (nekonečno, axiom výběru)

■ Náš cíl

- pochopit pojem množina
- naučit se pracovat se zápisy množin
- nepouštět se do sporných aspektů teorií množin

Teorie množin

■ Teorie množin

- spolu s logikou základní pilíř matematiky
- všechny matematické objekty jsou množiny
- různé formální teorie (nekonečno, axiom výběru)

■ Náš cíl

- pochopit pojem množina
- naučit se pracovat se zápisy množin
- nepouštět se do sporných aspektů teorií množin

Teorie množin

■ Teorie množin

- spolu s logikou základní pilíř matematiky
- všechny matematické objekty jsou množiny
- různé formální teorie (nekonečno, axiom výběru)

■ Náš cíl

- pochopit pojem množina
- naučit se pracovat se zápisy množin
- nepouštět se do sporných aspektů teorií množin

Teorie množin

■ Teorie množin

- spolu s logikou základní pilíř matematiky
- všechny matematické objekty jsou množiny
- různé formální teorie (nekonečno, axiom výběru)

■ Náš cíl

- pochopit pojem množina
- naučit se pracovat se zápisy množin
- nepouštět se do sporných aspektů teorií množin

Teorie množin

■ Teorie množin

- spolu s logikou základní pilíř matematiky
- všechny matematické objekty jsou množiny
- různé formální teorie (nekonečno, axiom výběru)

■ Náš cíl

- pochopit pojem množina
- naučit se pracovat se zápisy množin
- nepouštět se do sporných aspektů teorií množin

Teorie množin

■ Teorie množin

- spolu s logikou základní pilíř matematiky
- všechny matematické objekty jsou množiny
- různé formální teorie (nekonečno, axiom výběru)

■ Náš cíl

- pochopit pojem množina
- naučit se pracovat se zápisy množin
- nepouštět se do sporných aspektů teorií množin

Množina

■ Množina

- skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
- ne nutně stejného typu
- neobsahuje duplicity
- není uspořádaná

■ Základní fakta

- existuje prázdná množina – \emptyset
- množina může obsahovat jiné množiny

■ Zápis množin

- výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- výrokem: $\{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x > 5\}$

Množina

■ Množina

- skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
- ne nutně stejného typu
- neobsahuje duplicity
- není uspořádaná

■ Základní fakta

- existuje prázdná množina – \emptyset
- množina může obsahovat jiné množiny

■ Zápis množin

- výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- výrokem: $\{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x > 5\}$

Množina

■ Množina

- skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
- ne nutně stejného typu
- neobsahuje duplicity
- není uspořádaná

■ Základní fakta

- existuje prázdná množina – \emptyset
- množina může obsahovat jiné množiny

■ Zápis množin

- výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- výrokem: $\{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x > 5\}$

Množina

■ Množina

- skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
- ne nutně stejného typu
- neobsahuje duplicity
- není uspořádaná

■ Základní fakta

- existuje prázdná množina – \emptyset
- množina může obsahovat jiné množiny

■ Zápis množin

- výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- výrokem: $\{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x > 5\}$

Množina

■ Množina

- skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
- ne nutně stejného typu
- neobsahuje duplicity
- není uspořádaná

■ Základní fakta

- existuje prázdná množina – \emptyset
- množina může obsahovat jiné množiny

■ Zápis množin

- výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- výrokem: $\{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x > 5\}$

Množina

■ Množina

- skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
- ne nutně stejného typu
- neobsahuje duplicity
- není uspořádaná

■ Základní fakta

- existuje prázdná množina – \emptyset
- množina může obsahovat jiné množiny

■ Zápis množin

- výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- výrokem: $\{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x > 5\}$

Množina

■ Množina

- skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
- ne nutně stejného typu
- neobsahuje duplicity
- není uspořádaná

■ Základní fakta

- existuje prázdná množina – \emptyset
- množina může obsahovat jiné množiny

■ Zápis množin

- výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- výrokem: $\{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x > 5\}$

Množina

■ Množina

- skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
- ne nutně stejného typu
- neobsahuje duplicity
- není uspořádaná

■ Základní fakta

- existuje prázdná množina – \emptyset
- množina může obsahovat jiné množiny

■ Zápis množin

- výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- výrokem: $\{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x > 5\}$

Množina

■ Množina

- skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
- ne nutně stejného typu
- neobsahuje duplicity
- není uspořádaná

■ Základní fakta

- existuje prázdná množina – \emptyset
- množina může obsahovat jiné množiny

■ Zápis množin

- výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- výrokem: $\{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x > 5\}$

Množina

■ Množina

- skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
- ne nutně stejného typu
- neobsahuje duplicity
- není uspořádaná

■ Základní fakta

- existuje prázdná množina – \emptyset
- množina může obsahovat jiné množiny

■ Zápis množin

- výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- výrokem: $\{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x > 5\}$

Množina

■ Množina

- skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
- ne nutně stejného typu
- neobsahuje duplicity
- není uspořádaná

■ Základní fakta

- existuje prázdná množina – \emptyset
- množina může obsahovat jiné množiny

■ Zápis množin

- výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- výrokem: $\{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x > 5\}$

Nekonečné množiny

■ Nekonečné množiny

- existují ve většině teorií množin
- různě velká nekonečna
- např. přirozená čísla (racionální čísla) vs. reálná čísla
- více v dalších přednáškách

Nekonečné množiny

■ Nekonečné množiny

- existují ve většině teorií množin
- různě velká nekonečna
- např. přirozená čísla (racionální čísla) vs. reálná čísla
- více v dalších přednáškách

Nekonečné množiny

■ Nekonečné množiny

- existují ve většině teorií množin
- různě velká nekonečna
- např. přirozená čísla (racionální čísla) vs. reálná čísla
- více v dalších přednáškách

Nekonečné množiny

■ Nekonečné množiny

- existují ve většině teorií množin
- různě velká nekonečna
- např. přirozená čísla (racionální čísla) vs. reálná čísla
- více v dalších přednáškách

Nekonečné množiny

- Nekonečné množiny
 - existují ve většině teorií množin
 - různě velká nekonečna
 - např. přirozená čísla (racionální čísla) vs. reálná čísla
 - více v dalších přednáškách

Množinové operace (1)

■ Operátor \in

- = prvek patří do množiny
- tzn. na levé straně je vždy prvek, na pravé **vždy** množina
- platí $\forall x (x \notin \emptyset)$
- platí $\emptyset \in \{\emptyset\}$
- platí $\emptyset \notin \{\{\emptyset\}\}$

Množinové operace (1)

■ Operátor \in

- = prvek patří do množiny
- tzn. na levé straně je vždy prvek, na pravé **vždy** množina
- platí $\forall x(x \notin \emptyset)$
- platí $\emptyset \in \{\emptyset\}$
- platí $\emptyset \notin \{\{\emptyset\}\}$

Množinové operace (1)

■ Operátor \in

- = prvek patří do množiny
- tzn. na levé straně je vždy prvek, na pravé **vždy** množina
- platí $\forall x(x \notin \emptyset)$
- platí $\emptyset \in \{\emptyset\}$
- platí $\emptyset \notin \{\{\emptyset\}\}$

Množinové operace (1)

■ Operátor \in

- = prvek patří do množiny
- tzn. na levé straně je vždy prvek, na pravé **vždy** množina
- platí $\forall x(x \notin \emptyset)$
- platí $\emptyset \in \{\emptyset\}$
- platí $\emptyset \notin \{\{\emptyset\}\}$

Množinové operace (1)

■ Operátor \in

- = prvek patří do množiny
- tzn. na levé straně je vždy prvek, na pravé **vždy** množina
- platí $\forall x (x \notin \emptyset)$
- platí $\emptyset \in \{\emptyset\}$
- platí $\emptyset \notin \{\{\emptyset\}\}$

Množinové operace (1)

■ Operátor \in

- = prvek patří do množiny
- tzn. na levé straně je vždy prvek, na pravé **vždy** množina
- platí $\forall x (x \notin \emptyset)$
- platí $\emptyset \in \{\emptyset\}$
- platí $\emptyset \notin \{\{\emptyset\}\}$

Podmnožiny

■ Podmnožina \subseteq

- $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x(x \in A \Rightarrow x \in B)$
- zkrácený zápis $\forall x \in A (x \in B)$

■ Potenční množina

- množina všech podmnožin dané množiny
- zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
- $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
- platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
- platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- platí: $\forall x(\emptyset \in \mathcal{P}(x) \wedge x \in \mathcal{P}(x))$

Podmnožiny

■ Podmnožina \subseteq

- $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x(x \in A \Rightarrow x \in B)$
- zkrácený zápis $\forall x \in A (x \in B)$

■ Potenční množina

- množina všech podmnožin dané množiny
- zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
- $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
- platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
- platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- platí: $\forall x(\emptyset \in \mathcal{P}(x) \wedge x \in \mathcal{P}(x))$

Podmnožiny

■ Podmnožina \subseteq

- $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x(x \in A \Rightarrow x \in B)$
- zkrácený zápis $\forall x \in A (x \in B)$

■ Potenční množina

- množina všech podmnožin dané množiny
- zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
- $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
- platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
- platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- platí: $\forall x(\emptyset \in \mathcal{P}(x) \wedge x \in \mathcal{P}(x))$

Podmnožiny

■ Podmnožina \subseteq

- $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x(x \in A \Rightarrow x \in B)$
- zkrácený zápis $\forall x \in A (x \in B)$

■ Potenční množina

- množina všech podmnožin dané množiny
- zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
- $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
- platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
- platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- platí: $\forall x(\emptyset \in \mathcal{P}(x) \wedge x \in \mathcal{P}(x))$

Podmnožiny

■ Podmnožina \subseteq

- $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x(x \in A \Rightarrow x \in B)$
- zkrácený zápis $\forall x \in A (x \in B)$

■ Potenční množina

- množina všech podmnožin dané množiny
- zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
- $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
- platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
- platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- platí: $\forall x(\emptyset \in \mathcal{P}(x) \wedge x \in \mathcal{P}(x))$

Podmnožiny

■ Podmnožina \subseteq

- $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x(x \in A \Rightarrow x \in B)$
- zkrácený zápis $\forall x \in A (x \in B)$

■ Potenční množina

- množina všech podmnožin dané množiny
- zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
- $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
- platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
- platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- platí: $\forall x(\emptyset \in \mathcal{P}(x) \wedge x \in \mathcal{P}(x))$

Podmnožiny

■ Podmnožina \subseteq

- $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x(x \in A \Rightarrow x \in B)$
- zkrácený zápis $\forall x \in A (x \in B)$

■ Potenční množina

- množina všech podmnožin dané množiny
- zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
- $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
- platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
- platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- platí: $\forall x(\emptyset \in \mathcal{P}(x) \wedge x \in \mathcal{P}(x))$

Podmnožiny

■ Podmnožina \subseteq

- $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x(x \in A \Rightarrow x \in B)$
- zkrácený zápis $\forall x \in A (x \in B)$

■ Potenční množina

- množina všech podmnožin dané množiny
- zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
- $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
- platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
- platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- platí: $\forall x(\emptyset \in \mathcal{P}(x) \wedge x \in \mathcal{P}(x))$

Podmnožiny

■ Podmnožina \subseteq

- $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x(x \in A \Rightarrow x \in B)$
- zkrácený zápis $\forall x \in A (x \in B)$

■ Potenční množina

- množina všech podmnožin dané množiny
- zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
- $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
- platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
- platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- platí: $\forall x(\emptyset \in \mathcal{P}(x) \wedge x \in \mathcal{P}(x))$

Podmnožiny

■ Podmnožina \subseteq

- $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x(x \in A \Rightarrow x \in B)$
- zkrácený zápis $\forall x \in A (x \in B)$

■ Potenční množina

- množina všech podmnožin dané množiny
- zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
- $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
- platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
- platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- platí: $\forall x(\emptyset \in \mathcal{P}(x) \wedge x \in \mathcal{P}(x))$

Množinové operace (2)

■ Rovnost množin

$$\blacksquare A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B \wedge B \subseteq A)$$

■ Sjednocení \cup

$$\blacksquare A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

■ Průnik \cap

$$\blacksquare A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

Množinové operace (2)

■ Rovnost množin

$$■ A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B \wedge B \subseteq A)$$

■ Sjednocení \cup

$$■ A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

■ Průnik \cap

$$■ A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

Množinové operace (2)

■ Rovnost množin

$$■ A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B \wedge B \subseteq A)$$

■ Sjednocení \cup

$$■ A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

■ Průnik \cap

$$■ A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

Množinové operace (2)

■ Rovnost množin

$$■ A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B \wedge B \subseteq A)$$

■ Sjednocení \cup

$$■ A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

■ Průnik \cap

$$■ A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

Množinové operace (2)

■ Rovnost množin

$$■ A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B \wedge B \subseteq A)$$

■ Sjednocení \cup

$$■ A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

■ Průnik \cap

$$■ A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

Množinové operace (2)

■ Rovnost množin

$$■ A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B \wedge B \subseteq A)$$

■ Sjednocení \cup

$$■ A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

■ Průnik \cap

$$■ A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$