

Základy matematiky a statistiky pro humanitní obory

I

Pavel Rychlý Vojtěch Kovář

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita
Botanická 68a, 602 00 Brno, Czech Republic
{pary, xkovar3}@fi.muni.cz

část 4

Obsah přednášky

- 1 Čísla
- 2 Přirozená čísla
- 3 Další číselné množiny

Čísla – znalosti ze SŠ

■ Číselné množiny

- přirozená čísla $N = \{0, 1, \dots\}$
- celá čísla $Z = N \cup \{-1, -2, \dots\}$
- racionální čísla $Q = \{r/s \mid r, s \in Z \wedge s \neq 0\}$
- reálná čísla – „celá číselná osa“
- komplexní čísla – „pokrývají rovinu“

■ Náš cíl

- všechny objekty v matematice jsou množiny
- \rightarrow definice čísel s pomocí množin
- definice číselných operací

Přirozená čísla

■ Přirozená čísla

- formálně definována jako objekt splňující nějaké axiomy
- tzv. Peanova aritmetika

■ Axiomy přirozených čísel

- existuje nula
- každé číslo x má následníka $S(x)$
- nula není následníkem žádného čísla
- různá čísla mají různé následníky:
 $a \neq b \Rightarrow S(a) \neq S(b)$

Konstrukce přirozených čísel

- Definujeme množinový systém, který splňuje Peanovy axiomy
 - $0 \equiv \emptyset$
 - $S(x) \equiv x \cup \{x\}$
- Jak tedy čísla vypadají?
 - $0 \equiv \emptyset$
 - $1 = \{\emptyset\}$
 - $2 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
 - $3 = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$
 - atd. – vždy $n = \{0, \dots, n-1\}$

Číselné operace

- Definovány induktivně
- Sčítání
 - $a + 0 = a$
 - $a + S(b) = S(a + b)$
- Násobení
 - $a * 0 = 0$
 - $a * S(b) = (a * b) + a$

Příklad – sčítání podle definice

- $1 + 2$
 - $1 = S(0)$
 - $2 = S(1) = S(S(0))$
- $1 + 2$
 - $1 + S(1)$
 - $S(1 + 1)$
 - $S(1 + S(0))$
 - $S(S(1 + 0))$
 - $S(S(1))$
 - $S(S(S(0)))$
 - $= 3$

Další číselné množiny

- Jsou konstruovány s využitím dvojic a ekvivalencí
 - pojmy, které „neznáme“
 - \rightarrow v následujících přednáškách