

Obsah přednášky Číslo 0 Přirozená čísla 0000 Další číselné množiny

Základy matematiky a statistiky pro humanitní obory

I

Pavel Rychlý Vojtěch Kovář

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita
Botanická 68a, 602 00 Brno, Czech Republic
{pary, xkovar3}@fi.muni.cz

část 4

Pavel Rychlý, Vojtěch Kovář FI MU Brno
PLIN004

Obsah přednášky Číslo 0 Přirozená čísla 0000 Další číselné množiny

Obsah přednášky

- 1 Číslo
- 2 Přirozená čísla
- 3 Další číselné množiny

Pavel Rychlý, Vojtěch Kovář FI MU Brno
PLIN004

Obsah přednášky Číslo 0 Přirozená čísla 0000 Další číselné množiny

Číslo – znalosti ze SŠ

Číslo – znalosti ze SŠ

- Číselné množiny
 - přirozená čísla $N = \{0, 1, \dots\}$
 - celá čísla $Z = N \cup \{-1, -2, \dots\}$
 - racionální čísla $Q = \{r/s \mid r, s \in Z \wedge s \neq 0\}$
 - reálná čísla – „celá číselná osa“
 - komplexní čísla – „pokrývají rovinu“
- Náš cíl
 - všechny objekty v matematice jsou množiny
 - \rightarrow definice čísel s pomocí množin
 - definice číselných operací

Pavel Rychlý, Vojtěch Kovář FI MU Brno
PLIN004

Obsah přednášky Číslo 0 Přirozená čísla 0000 Další číselné množiny

Přirozená čísla

Přirozená čísla

- Přirozená čísla
 - formálně definována jako objekt splňující nějaké axiomy
 - tzv. Peanova aritmetika
- Axiomy přirozených čísel
 - existuje nula
 - každé číslo x má následníka $S(x)$
 - nula není následníkem žádného čísla
 - různá čísla mají různé následníky:
 $a \neq b \Rightarrow S(a) \neq S(b)$

Pavel Rychlý, Vojtěch Kovář FI MU Brno
PLIN004

Obsah přednášky Číslo 0 Přirozená čísla 0000 Další číselné množiny

Konstrukce přirozených čísel

Konstrukce přirozených čísel

- Definujeme množinový systém, který splňuje Peanovy axiomy
 - $0 \equiv \emptyset$
 - $S(x) \equiv x \cup \{x\}$
- Jak tedy čísla vypadají?
 - $0 \equiv \emptyset$
 - $1 = \{\emptyset\}$
 - $2 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
 - $3 = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$
 - atd. – vždy $n = \{0, \dots, n-1\}$

Pavel Rychlý, Vojtěch Kovář FI MU Brno
PLIN004

Obsah přednášky Číslo 0 Přirozená čísla 0000 Další číselné množiny

Číselné operace

Číselné operace

- Definovány induktivně
- Sčítání
 - $a + 0 = a$
 - $a + S(b) = S(a + b)$
- Násobení
 - $a * 0 = 0$
 - $a * S(b) = (a * b) + a$

Pavel Rychlý, Vojtěch Kovář FI MU Brno
PLIN004

Obsah přednášky Číslo 0 Přirozená čísla 0000 Další číselné množiny

Příklad

Příklad – sčítání podle definice

- $1 + 2$
 - $1 = S(0)$
 - $2 = S(1) = S(S(0))$
- $1 + 2$
 - $1 + S(1)$
 - $S(1 + 1)$
 - $S(1 + S(0))$
 - $S(S(1 + 0))$
 - $S(S(1))$
 - $S(S(S(0)))$
 - $= 3$

Pavel Rychlý, Vojtěch Kovář FI MU Brno
PLIN004

Obsah přednášky Číslo 0 Přirozená čísla 0000 Další číselné množiny

Další číselné množiny

- Jsou konstruovány s využitím dvojic a ekvivalencí
 - pojmy, které „neznáme“
 - \rightarrow v následujících přednáškách

Pavel Rychlý, Vojtěch Kovář FI MU Brno
PLIN004