

Základy matematiky a statistiky pro humanitní obory I

Pavel Rychlý Vojtěch Kovář

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita
Botanická 68a, 602 00 Brno, Czech Republic

{pary, xkovar3}@fi.muni.cz

Část 5

Obsah přednášky

1 Uspořádané dvojice, n-tice

2 Relace

Uspořádaná dvojice

■ (a, b)

- má první a druhý prvek
- \rightarrow na rozdíl od množiny **záleží na pořadí prvků**

■ Definice pomocí množin

- $(a, b) \equiv \{\{a\}, \{a, b\}\}$
- takto jednoznačně rozlišíme, který z prvků je první
- jsou možné i jiné definice? Jaké?

■ Uspořádané n-tice (kde n je přirozené)

- trojice $(a, b, c) \equiv (a, (b, c))$
- obecně $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \equiv (a_1, (a_2, (a_3, (\dots, a_n) \dots)))$
- (funguje jen pro konečné n)



Uspořádaná dvojice

■ (a, b)

■ má první a druhý prvek

- \rightarrow na rozdíl od množiny **záleží na pořadí prvků**

■ Definice pomocí množin

- $(a, b) \equiv \{\{a\}, \{a, b\}\}$

- takto jednoznačně rozlišíme, který z prvků je první

- jsou možné i jiné definice? Jaké?

■ Uspořádané n-tice (kde n je přirozené)

- trojice $(a, b, c) \equiv (a, (b, c))$

- obecně $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \equiv (a_1, (a_2, (a_3, (\dots, a_n) \dots)))$

- (funguje jen pro konečné n)



Uspořádaná dvojice

■ (a, b)

- má první a druhý prvek
- \rightarrow na rozdíl od množiny **záleží na pořadí prvků**

■ Definice pomocí množin

- $(a, b) \equiv \{\{a\}, \{a, b\}\}$
- takto jednoznačně rozlišíme, který z prvků je první
- jsou možné i jiné definice? Jaké?

■ Uspořádané n-tice (kde n je přirozené)

- trojice $(a, b, c) \equiv (a, (b, c))$
- obecně $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \equiv (a_1, (a_2, (a_3, (\dots, a_n) \dots)))$
- (funguje jen pro konečné n)

Uspořádaná dvojice

■ (a, b)

- má první a druhý prvek
- \rightarrow na rozdíl od množiny **záleží na pořadí prvků**

■ Definice pomocí množin

- $(a, b) \equiv \{\{a\}, \{a, b\}\}$
- takto jednoznačně rozlišíme, který z prvků je první
- jsou možné i jiné definice? Jaké?

■ Uspořádané n-tice (kde n je přirozené)

- trojice $(a, b, c) \equiv (a, (b, c))$
- obecně $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \equiv (a_1, (a_2, (a_3, (\dots, a_n) \dots)))$
- (funguje jen pro konečné n)

Uspořádaná dvojice

■ (a, b)

- má první a druhý prvek
- \rightarrow na rozdíl od množiny **záleží na pořadí prvků**

■ Definice pomocí množin

- $(a, b) \equiv \{\{a\}, \{a, b\}\}$
- takto jednoznačně rozlišíme, který z prvků je první
- jsou možné i jiné definice? Jaké?

■ Uspořádané n-tice (kde n je přirozené)

- trojice $(a, b, c) \equiv (a, (b, c))$
- obecně $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \equiv (a_1, (a_2, (a_3, (\dots, a_n) \dots)))$
- (funguje jen pro konečné n)

Uspořádaná dvojice

■ (a, b)

- má první a druhý prvek
- \rightarrow na rozdíl od množiny **záleží na pořadí prvků**

■ Definice pomocí množin

- $(a, b) \equiv \{\{a\}, \{a, b\}\}$
- takto jednoznačně rozlišíme, který z prvků je první
- jsou možné i jiné definice? Jaké?

■ Uspořádané n-tice (kde n je přirozené)

- trojice $(a, b, c) \equiv (a, (b, c))$
- obecně $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \equiv (a_1, (a_2, (a_3, (\dots, a_n) \dots)))$
- (funguje jen pro konečné n)



Uspořádaná dvojice

■ (a, b)

- má první a druhý prvek
- \rightarrow na rozdíl od množiny **záleží na pořadí prvků**

■ Definice pomocí množin

- $(a, b) \equiv \{\{a\}, \{a, b\}\}$
- takto jednoznačně rozlišíme, který z prvků je první
- jsou možné i jiné definice? Jaké?

■ Uspořádané n-tice (kde n je přirozené)

- trojice $(a, b, c) \equiv (a, (b, c))$
- obecně $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \equiv (a_1, (a_2, (a_3, (\dots, a_n) \dots)))$
- (funguje jen pro konečné n)



Uspořádaná dvojice

- (a, b)
 - má první a druhý prvek
 - \rightarrow na rozdíl od množiny **záleží na pořadí prvků**
- Definice pomocí množin
 - $(a, b) \equiv \{\{a\}, \{a, b\}\}$
 - takto jednoznačně rozlišíme, který z prvků je první
 - jsou možné i jiné definice? Jaké?
- Uspořádané n-tice (kde n je přirozené)
 - trojice $(a, b, c) \equiv (a, (b, c))$
 - obecně $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \equiv (a_1, (a_2, (a_3, (\dots, a_n) \dots)))$
 - (funguje jen pro konečné n)



Uspořádaná dvojice

- (a, b)
 - má první a druhý prvek
 - \rightarrow na rozdíl od množiny **záleží na pořadí prvků**
- Definice pomocí množin
 - $(a, b) \equiv \{\{a\}, \{a, b\}\}$
 - takto jednoznačně rozlišíme, který z prvků je první
 - jsou možné i jiné definice? Jaké?
- Uspořádané n-tice (kde n je přirozené)
 - trojice $(a, b, c) \equiv (a, (b, c))$
 - obecně $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \equiv (a_1, (a_2, (a_3, (\dots, a_n) \dots)))$
 - (funguje jen pro konečné n)



Uspořádaná dvojice

- (a, b)
 - má první a druhý prvek
 - \rightarrow na rozdíl od množiny **záleží na pořadí prvků**
- Definice pomocí množin
 - $(a, b) \equiv \{\{a\}, \{a, b\}\}$
 - takto jednoznačně rozlišíme, který z prvků je první
 - jsou možné i jiné definice? Jaké?
- Uspořádané n-tice (kde n je přirozené)
 - trojice $(a, b, c) \equiv (a, (b, c))$
 - obecně $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \equiv (a_1, (a_2, (a_3, (\dots, a_n) \dots)))$
 - (funguje jen pro konečné n)



Uspořádaná dvojice

- (a, b)
 - má první a druhý prvek
 - \rightarrow na rozdíl od množiny **záleží na pořadí prvků**
- Definice pomocí množin
 - $(a, b) \equiv \{\{a\}, \{a, b\}\}$
 - takto jednoznačně rozlišíme, který z prvků je první
 - jsou možné i jiné definice? Jaké?
- Uspořádané n-tice (kde n je přirozené)
 - trojice $(a, b, c) \equiv (a, (b, c))$
 - obecně $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n) \equiv (a_1, (a_2, (a_3, (\dots, a_n) \dots)))$
 - (funguje jen pro konečné n)

Kartézský součin

■ Kartézský součin dvou množin A, B

- $A \times B \equiv \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$
- \rightarrow množina uspořádaných dvojic prvků z A a B

■ Kartézský součin více množin

- analogicky – obsahuje uspořádané n-tice
- $A \times B \times C \equiv \{(a, b, c) \mid a \in A \wedge b \in B \wedge c \in C\}$
- podobně pro větší n

Kartézský součin

■ Kartézský součin dvou množin A , B

- $A \times B \equiv \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$

- \rightarrow množina uspořádaných dvojic prvků z A a B

■ Kartézský součin více množin

- analogicky – obsahuje uspořádané n -tice

- $A \times B \times C \equiv \{(a, b, c) \mid a \in A \wedge b \in B \wedge c \in C\}$

- podobně pro větší n



Kartézský součin

■ Kartézský součin dvou množin A , B

- $A \times B \equiv \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$

- \rightarrow množina uspořádaných dvojic prvků z A a B

■ Kartézský součin více množin

- analogicky – obsahuje uspořádané n -tice

- $A \times B \times C \equiv \{(a, b, c) \mid a \in A \wedge b \in B \wedge c \in C\}$

- podobně pro větší n

Kartézský součin

■ Kartézský součin dvou množin A, B

- $A \times B \equiv \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$

- \rightarrow množina uspořádaných dvojic prvků z A a B

■ Kartézský součin více množin

- analogicky – obsahuje uspořádané n -tice

- $A \times B \times C \equiv \{(a, b, c) \mid a \in A \wedge b \in B \wedge c \in C\}$

- podobně pro větší n



Kartézský součin

■ Kartézský součin dvou množin A, B

- $A \times B \equiv \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$

- \rightarrow množina uspořádaných dvojic prvků z A a B

■ Kartézský součin více množin

- analogicky – obsahuje uspořádané n-tice

- $A \times B \times C \equiv \{(a, b, c) \mid a \in A \wedge b \in B \wedge c \in C\}$

- podobně pro větší n



Kartézský součin

■ Kartézský součin dvou množin A , B

- $A \times B \equiv \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$

- \rightarrow množina uspořádaných dvojic prvků z A a B

■ Kartézský součin více množin

- analogicky – obsahuje uspořádané n -tice

- $A \times B \times C \equiv \{(a, b, c) \mid a \in A \wedge b \in B \wedge c \in C\}$

- podobně pro větší n

Kartézský součin

■ Kartézský součin dvou množin A , B

- $A \times B \equiv \{(a, b) \mid a \in A \wedge b \in B\}$

- \rightarrow množina uspořádaných dvojic prvků z A a B

■ Kartézský součin více množin

- analogicky – obsahuje uspořádané n -tice

- $A \times B \times C \equiv \{(a, b, c) \mid a \in A \wedge b \in B \wedge c \in C\}$

- podobně pro větší n

Relace

■ Motivace

- způsob, jak v matematice svázat dvě hodnoty (případně více)
- vyjadřujeme, že objekty (množiny) v relaci mají něco společného

■ Binární relace

- množina uspořádaných dvojic
- \rightarrow podmnožina kartézského součinu

■ n-ární relace

- množina uspořádaných n-tic

■ Často říkáme „relace na množině A ”

- tzn. podmnožina součinu $A \times A$, resp. $A \times A \times \dots \times A$

Relace

■ Motivace

- způsob, jak v matematice svázat dvě hodnoty (případně více)
- vyjadřujeme, že objekty (množiny) v relaci mají něco společného

■ Binární relace

- množina uspořádaných dvojic
- \rightarrow podmnožina kartézského součinu

■ n-ární relace

- množina uspořádaných n-tic

■ Často říkáme „relace na množině A ”

- tzn. podmnožina součinu $A \times A$, resp. $A \times A \times \dots \times A$

Relace

■ Motivace

- způsob, jak v matematice svázat dvě hodnoty (případně více)
- vyjadřujeme, že objekty (množiny) v relaci mají něco společného

■ Binární relace

- množina uspořádaných dvojic
- \rightarrow podmnožina kartézského součinu

■ n-ární relace

- množina uspořádaných n-tic

■ Často říkáme „relace na množině A ”

- tzn. podmnožina součinu $A \times A$, resp. $A \times A \times \dots \times A$

Relace

■ Motivace

- způsob, jak v matematice svázat dvě hodnoty (případně více)
- vyjadřujeme, že objekty (množiny) v relaci mají něco společného

■ Binární relace

- množina uspořádaných dvojic
- \rightarrow podmnožina kartézského součinu

■ n-ární relace

- množina uspořádaných n-tic

■ Často říkáme „relace na množině A ”

- tzn. podmnožina součinu $A \times A$, resp. $A \times A \times \dots \times A$

Relace

■ Motivace

- způsob, jak v matematice svázat dvě hodnoty (případně více)
- vyjadřujeme, že objekty (množiny) v relaci mají něco společného

■ Binární relace

- množina uspořádaných dvojic
- \rightarrow podmnožina kartézského součinu

■ n-ární relace

- množina uspořádaných n-tic

■ Často říkáme „relace na množině A ”

- tzn. podmnožina součinu $A \times A$, resp. $A \times A \times \dots \times A$

Relace

■ Motivace

- způsob, jak v matematice svázat dvě hodnoty (případně více)
- vyjadřujeme, že objekty (množiny) v relaci mají něco společného

■ Binární relace

- množina uspořádaných dvojic
- \rightarrow podmnožina kartézského součinu

■ n-ární relace

- množina uspořádaných n-tic

■ Často říkáme „relace na množině A ”

- tzn. podmnožina součinu $A \times A$, resp. $A \times A \times \dots \times A$

Relace

■ Motivace

- způsob, jak v matematice svázat dvě hodnoty (případně více)
- vyjadřujeme, že objekty (množiny) v relaci mají něco společného

■ Binární relace

- množina uspořádaných dvojic
- \rightarrow podmnožina kartézského součinu

■ n-ární relace

- množina uspořádaných n-tic

■ Často říkáme „relace na množině A ”

- tzn. podmnožina součinu $A \times A$, resp. $A \times A \times \dots \times A$

Relace

■ Motivace

- způsob, jak v matematice svázat dvě hodnoty (případně více)
- vyjadřujeme, že objekty (množiny) v relaci mají něco společného

■ Binární relace

- množina uspořádaných dvojic
- \rightarrow podmnožina kartézského součinu

■ n-ární relace

- množina uspořádaných n-tic

■ Často říkáme „relace na množině A ”

- tzn. podmnožina součinu $A \times A$, resp. $A \times A \times \dots \times A$

Relace

■ Motivace

- způsob, jak v matematice svázat dvě hodnoty (případně více)
- vyjadřujeme, že objekty (množiny) v relaci mají něco společného

■ Binární relace

- množina uspořádaných dvojic
- \rightarrow podmnožina kartézského součinu

■ n-ární relace

- množina uspořádaných n-tic

■ Často říkáme „relace na množině A ”

- tzn. podmnožina součinu $A \times A$, resp. $A \times A \times \dots \times A$

Relace

■ Motivace

- způsob, jak v matematice svázat dvě hodnoty (případně více)
- vyjadřujeme, že objekty (množiny) v relaci mají něco společného

■ Binární relace

- množina uspořádaných dvojic
- \rightarrow podmnožina kartézského součinu

■ n-ární relace

- množina uspořádaných n-tic

■ Často říkáme „relace na množině A ”

- tzn. podmnožina součinu $A \times A$, resp. $A \times A \times \dots \times A$

Relace – příklady

■ Relace identity na množině A

- $Id(A)$ – binární relace
- $Id(A) = \{(a, a) \in A \times A \mid a \in A\}$

■ Relace větší nebo rovno na přirozených číslech

- $\geq(N)$ – binární relace
- $\geq(N) = \{(a, b) \in N \times N \mid b \subseteq a\}$
- (podle množinové konstrukce přirozených čísel – viz minulá přednáška)

■ Relace plus na přirozených číslech

- $+(N)$ – ternární relace
- $+(N) = \{(a, b, c) \in N \times N \times N \mid a + b = c\}$
- $a + b = c$ je jen jiný zápis pro $(a, b, c) \in +(N)$
- \rightarrow všechny operace na číslech jsou relace

Relace – příklady

■ Relace identity na množině A

■ $Id(A)$ – binární relace

$$\blacksquare Id(A) = \{(a, a) \in A \times A \mid a \in A\}$$

■ Relace větší nebo rovno na přirozených číslech

■ $\geq(N)$ – binární relace

$$\blacksquare \geq(N) = \{(a, b) \in N \times N \mid b \subseteq a\}$$

■ (podle množinové konstrukce přirozených čísel – viz minulá přednáška)

■ Relace plus na přirozených číslech

■ $+(N)$ – ternární relace

$$\blacksquare +(N) = \{(a, b, c) \in N \times N \times N \mid a + b = c\}$$

■ $a + b = c$ je jen jiný zápis pro $(a, b, c) \in +(N)$

■ \rightarrow všechny operace na číslech jsou relace

Relace – příklady

■ Relace identity na množině A

- $Id(A)$ – binární relace

- $Id(A) = \{(a, a) \in A \times A \mid a \in A\}$

■ Relace větší nebo rovno na přirozených číslech

- $\geq(N)$ – binární relace

- $\geq(N) = \{(a, b) \in N \times N \mid b \subseteq a\}$

- (podle množinové konstrukce přirozených čísel – viz minulá přednáška)

■ Relace plus na přirozených číslech

- $+(N)$ – ternární relace

- $+(N) = \{(a, b, c) \in N \times N \times N \mid a + b = c\}$

- $a + b = c$ je jen jiný zápis pro $(a, b, c) \in +(N)$

- \rightarrow všechny operace na číslech jsou relace

Relace – příklady

■ Relace identity na množině A

- $Id(A)$ – binární relace

- $Id(A) = \{(a, a) \in A \times A \mid a \in A\}$

■ Relace větší nebo rovno na přirozených číslech

- $\geq(N)$ – binární relace

- $\geq(N) = \{(a, b) \in N \times N \mid b \subseteq a\}$

- (podle množinové konstrukce přirozených čísel – viz minulá přednáška)

■ Relace plus na přirozených číslech

- $+(N)$ – ternární relace

- $+(N) = \{(a, b, c) \in N \times N \times N \mid a + b = c\}$

- $a + b = c$ je jen jiný zápis pro $(a, b, c) \in +(N)$

- \rightarrow všechny operace na číslech jsou relace

Relace – příklady

- Relace identity na množině A
 - $Id(A)$ – binární relace
 - $Id(A) = \{(a, a) \in A \times A \mid a \in A\}$
- Relace větší nebo rovno na přirozených číslech
 - $\geq(N)$ – binární relace
 - $\geq(N) = \{(a, b) \in N \times N \mid b \subseteq a\}$
 - (podle množinové konstrukce přirozených čísel – viz minulá přednáška)
- Relace plus na přirozených číslech
 - $+(N)$ – ternární relace
 - $+(N) = \{(a, b, c) \in N \times N \times N \mid a + b = c\}$
 - $a + b = c$ je jen jiný zápis pro $(a, b, c) \in +(N)$
 - \rightarrow všechny operace na číslech jsou relace

Relace – příklady

■ Relace identity na množině A

- $Id(A)$ – binární relace

- $Id(A) = \{(a, a) \in A \times A \mid a \in A\}$

■ Relace větší nebo rovno na přirozených číslech

- $\geq(N)$ – binární relace

- $\geq(N) = \{(a, b) \in N \times N \mid b \subseteq a\}$

- (podle množinové konstrukce přirozených čísel – viz minulá přednáška)

■ Relace plus na přirozených číslech

- $+(N)$ – ternární relace

- $+(N) = \{(a, b, c) \in N \times N \times N \mid a + b = c\}$

- $a + b = c$ je jen jiný zápis pro $(a, b, c) \in +(N)$

- \rightarrow všechny operace na číslech jsou relace

Relace – příklady

■ Relace identity na množině A

- $Id(A)$ – binární relace

- $Id(A) = \{(a, a) \in A \times A \mid a \in A\}$

■ Relace větší nebo rovno na přirozených číslech

- $\geq(N)$ – binární relace

- $\geq(N) = \{(a, b) \in N \times N \mid b \subseteq a\}$

- (podle množinové konstrukce přirozených čísel – viz minulá přednáška)

■ Relace plus na přirozených číslech

- $+(N)$ – ternární relace

- $+(N) = \{(a, b, c) \in N \times N \times N \mid a + b = c\}$

- $a + b = c$ je jen jiný zápis pro $(a, b, c) \in +(N)$

- \rightarrow všechny operace na číslech jsou relace

Relace – příklady

- Relace identity na množině A
 - $Id(A)$ – binární relace
 - $Id(A) = \{(a, a) \in A \times A \mid a \in A\}$
- Relace větší nebo rovno na přirozených číslech
 - $\geq(N)$ – binární relace
 - $\geq(N) = \{(a, b) \in N \times N \mid b \subseteq a\}$
 - (podle množinové konstrukce přirozených čísel – viz minulá přednáška)
- Relace plus na přirozených číslech
 - $+(N)$ – ternární relace
 - $+(N) = \{(a, b, c) \in N \times N \times N \mid a + b = c\}$
 - $a + b = c$ je jen jiný zápis pro $(a, b, c) \in +(N)$
 - \rightarrow všechny operace na číslech jsou relace

Relace – příklady

■ Relace identity na množině A

- $Id(A)$ – binární relace

- $Id(A) = \{(a, a) \in A \times A \mid a \in A\}$

■ Relace větší nebo rovno na přirozených číslech

- $\geq(N)$ – binární relace

- $\geq(N) = \{(a, b) \in N \times N \mid b \subseteq a\}$

- (podle množinové konstrukce přirozených čísel – viz minulá přednáška)

■ Relace plus na přirozených číslech

- $+(N)$ – ternární relace

- $+(N) = \{(a, b, c) \in N \times N \times N \mid a + b = c\}$

- $a + b = c$ je jen jiný zápis pro $(a, b, c) \in +(N)$

- \rightarrow všechny operace na číslech jsou relace

Relace – příklady

■ Relace identity na množině A

- $Id(A)$ – binární relace

- $Id(A) = \{(a, a) \in A \times A \mid a \in A\}$

■ Relace větší nebo rovno na přirozených číslech

- $\geq(N)$ – binární relace

- $\geq(N) = \{(a, b) \in N \times N \mid b \subseteq a\}$

- (podle množinové konstrukce přirozených čísel – viz minulá přednáška)

■ Relace plus na přirozených číslech

- $+(N)$ – ternární relace

- $+(N) = \{(a, b, c) \in N \times N \times N \mid a + b = c\}$

- $a + b = c$ je jen jiný zápis pro $(a, b, c) \in +(N)$

- \rightarrow všechny operace na číslech jsou relace

Relace – příklady

■ Relace identity na množině A

- $Id(A)$ – binární relace

- $Id(A) = \{(a, a) \in A \times A \mid a \in A\}$

■ Relace větší nebo rovno na přirozených číslech

- $\geq(N)$ – binární relace

- $\geq(N) = \{(a, b) \in N \times N \mid b \subseteq a\}$

- (podle množinové konstrukce přirozených čísel – viz minulá přednáška)

■ Relace plus na přirozených číslech

- $+(N)$ – ternární relace

- $+(N) = \{(a, b, c) \in N \times N \times N \mid a + b = c\}$

- $a + b = c$ je jen jiný zápis pro $(a, b, c) \in +(N)$

- \rightarrow všechny operace na číslech jsou relace

Relace – příklady

- Relace identity na množině A
 - $Id(A)$ – binární relace
 - $Id(A) = \{(a, a) \in A \times A \mid a \in A\}$
- Relace větší nebo rovno na přirozených číslech
 - $\geq(N)$ – binární relace
 - $\geq(N) = \{(a, b) \in N \times N \mid b \subseteq a\}$
 - (podle množinové konstrukce přirozených čísel – viz minulá přednáška)
- Relace plus na přirozených číslech
 - $+(N)$ – ternární relace
 - $+(N) = \{(a, b, c) \in N \times N \times N \mid a + b = c\}$
 - $a + b = c$ je jen jiný zápis pro $(a, b, c) \in +(N)$
 - \rightarrow všechny operace na číslech jsou relace

Vlastnosti binárních relací

■ Už jste se s nimi setkali jinde

■ Reflexivita

- $R(A)$ je reflexivní, právě tehdy, když
- $\forall a \in A((a, a) \in R)$

■ Symetrie

- $R(A)$ je symetrická, právě tehdy, když
- $\forall a, b \in A((a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R)$

■ Antisymetrie

- $R(A)$ je antisymetrická, právě tehdy, když
- $\forall a, b \in A((a, b) \in R \wedge (b, a) \in R \Rightarrow a = b)$

Vlastnosti binárních relací

■ Už jste se s nimi setkali jinde

■ Reflexivita

- $R(A)$ je reflexivní, právě tehdy, když
- $\forall a \in A((a, a) \in R)$

■ Symetrie

- $R(A)$ je symetrická, právě tehdy, když
- $\forall a, b \in A((a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R)$

■ Antisymetrie

- $R(A)$ je antisymetrická, právě tehdy, když
- $\forall a, b \in A((a, b) \in R \wedge (b, a) \in R \Rightarrow a = b)$

Vlastnosti binárních relací

■ Už jste se s nimi setkali jinde

■ Reflexivita

■ $R(A)$ je reflexivní, právě tehdy, když

- $\forall a \in A((a, a) \in R)$

■ Symetrie

■ $R(A)$ je symetrická, právě tehdy, když

- $\forall a, b \in A((a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R)$

■ Antisymetrie

■ $R(A)$ je antisymetrická, právě tehdy, když

- $\forall a, b \in A((a, b) \in R \wedge (b, a) \in R \Rightarrow a = b)$

Vlastnosti binárních relací

- Už jste se s nimi setkali jinde

- Reflexivita

- $R(A)$ je reflexivní, právě tehdy, když
- $\forall a \in A((a, a) \in R)$

- Symetrie

- $R(A)$ je symetrická, právě tehdy, když
- $\forall a, b \in A((a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R)$

- Antisymetrie

- $R(A)$ je antisymetrická, právě tehdy, když
- $\forall a, b \in A((a, b) \in R \wedge (b, a) \in R \Rightarrow a = b)$

Vlastnosti binárních relací

- Už jste se s nimi setkali jinde

- Reflexivita

- $R(A)$ je reflexivní, právě tehdy, když
- $\forall a \in A((a, a) \in R)$

- Symetrie

- $R(A)$ je symetrická, právě tehdy, když
- $\forall a, b \in A((a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R)$

- Antisymetrie

- $R(A)$ je antisymetrická, právě tehdy, když
- $\forall a, b \in A((a, b) \in R \wedge (b, a) \in R \Rightarrow a = b)$

Vlastnosti binárních relací

■ Už jste se s nimi setkali jinde

■ Reflexivita

- $R(A)$ je reflexivní, právě tehdy, když
- $\forall a \in A((a, a) \in R)$

■ Symetrie

- $R(A)$ je symetrická, právě tehdy, když
- $\forall a, b \in A((a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R)$

■ Antisymetrie

- $R(A)$ je antisymetrická, právě tehdy, když
- $\forall a, b \in A((a, b) \in R \wedge (b, a) \in R \Rightarrow a = b)$

Vlastnosti binárních relací

- Už jste se s nimi setkali jinde

- Reflexivita

- $R(A)$ je reflexivní, právě tehdy, když
- $\forall a \in A((a, a) \in R)$

- Symetrie

- $R(A)$ je symetrická, právě tehdy, když
- $\forall a, b \in A((a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R)$

- Antisymetrie

- $R(A)$ je antisymetrická, právě tehdy, když
- $\forall a, b \in A((a, b) \in R \wedge (b, a) \in R \Rightarrow a = b)$

Vlastnosti binárních relací

- Už jste se s nimi setkali jinde

- Reflexivita

- $R(A)$ je reflexivní, právě tehdy, když
- $\forall a \in A((a, a) \in R)$

- Symetrie

- $R(A)$ je symetrická, právě tehdy, když
- $\forall a, b \in A((a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R)$

- Antisymetrie

- $R(A)$ je antisymetrická, právě tehdy, když
- $\forall a, b \in A((a, b) \in R \wedge (b, a) \in R \Rightarrow a = b)$

Vlastnosti binárních relací

■ Už jste se s nimi setkali jinde

■ Reflexivita

- $R(A)$ je reflexivní, právě tehdy, když
- $\forall a \in A((a, a) \in R)$

■ Symetrie

- $R(A)$ je symetrická, právě tehdy, když
- $\forall a, b \in A((a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R)$

■ Antisymetrie

- $R(A)$ je antisymetrická, právě tehdy, když
- $\forall a, b \in A((a, b) \in R \wedge (b, a) \in R \Rightarrow a = b)$

Vlastnosti binárních relací

- Už jste se s nimi setkali jinde

- Reflexivita

- $R(A)$ je reflexivní, právě tehdy, když
- $\forall a \in A((a, a) \in R)$

- Symetrie

- $R(A)$ je symetrická, právě tehdy, když
- $\forall a, b \in A((a, b) \in R \Rightarrow (b, a) \in R)$

- Antisymetrie

- $R(A)$ je antisymetrická, právě tehdy, když
- $\forall a, b \in A((a, b) \in R \wedge (b, a) \in R \Rightarrow a = b)$

Vlastnosti binárních relací (2)

■ Transitivita

- $R(A)$ je tranzitivní, právě tehdy, když
- $\forall a, b, c \in A ((a, b) \in R \wedge (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R)$

■ Ekvivalence

- $R(A)$ je ekvivalence, právě tehdy, když je současně reflexivní, symetrická i tranzitivní

■ Uspořádání

- $R(A)$ je uspořádání, právě tehdy, když je současně reflexivní, antisymetrická i tranzitivní

Vlastnosti binárních relací (2)

■ Transitivita

- $R(A)$ je tranzitivní, právě tehdy, když
- $\forall a, b, c \in A ((a, b) \in R \wedge (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R)$

■ Ekvivalence

- $R(A)$ je ekvivalence, právě tehdy, když je současně reflexivní, symetrická i tranzitivní

■ Uspořádání

- $R(A)$ je uspořádání, právě tehdy, když je současně reflexivní, antisymetrická i tranzitivní

Vlastnosti binárních relací (2)

■ Transitivita

- $R(A)$ je tranzitivní, právě tehdy, když
- $\forall a, b, c \in A ((a, b) \in R \wedge (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R)$

■ Ekvivalence

- $R(A)$ je ekvivalence, právě tehdy, když je současně reflexivní, symetrická i tranzitivní

■ Uspořádání

- $R(A)$ je uspořádání, právě tehdy, když je současně reflexivní, antisymetrická i tranzitivní

Vlastnosti binárních relací (2)

■ Transitivita

- $R(A)$ je tranzitivní, právě tehdy, když
- $\forall a, b, c \in A ((a, b) \in R \wedge (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R)$

■ Ekvivalence

- $R(A)$ je ekvivalence, právě tehdy, když je současně reflexivní, symetrická i tranzitivní

■ Uspořádání

- $R(A)$ je uspořádání, právě tehdy, když je současně reflexivní, antisymetrická i tranzitivní

Vlastnosti binárních relací (2)

■ Tranzitivita

- $R(A)$ je tranzitivní, právě tehdy, když
- $\forall a, b, c \in A ((a, b) \in R \wedge (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R)$

■ Ekvivalence

- $R(A)$ je ekvivalence, právě tehdy, když je současně reflexivní, symetrická i tranzitivní

■ Uspořádání

- $R(A)$ je uspořádání, právě tehdy, když je současně reflexivní, antisymetrická i tranzitivní

Vlastnosti binárních relací (2)

■ Transitivita

- $R(A)$ je tranzitivní, právě tehdy, když
- $\forall a, b, c \in A ((a, b) \in R \wedge (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R)$

■ Ekvivalence

- $R(A)$ je ekvivalence, právě tehdy, když je současně reflexivní, symetrická i tranzitivní

■ Uspořádání

- $R(A)$ je uspořádání, právě tehdy, když je současně reflexivní, antisymetrická i tranzitivní

Vlastnosti binárních relací (2)

■ Transitivita

- $R(A)$ je tranzitivní, právě tehdy, když
- $\forall a, b, c \in A ((a, b) \in R \wedge (b, c) \in R \Rightarrow (a, c) \in R)$

■ Ekvivalence

- $R(A)$ je ekvivalence, právě tehdy, když je současně reflexivní, symetrická i tranzitivní

■ Uspořádání

- $R(A)$ je uspořádání, právě tehdy, když je současně reflexivní, antisymetrická i tranzitivní

Vlastnosti binárních relací – příklady

- Identita na libovolné množině
 - splňuje všechny výše uvedené vlastnosti
 - → ekvivalence i uspořádání
- Relace \leq na přirozených číslech
 - není symetrická
 - → uspořádání
- Relace $<$ na přirozených číslech
 - není symetrická ani reflexivní
 - → ani ekvivalence, ani uspořádání
- Relace na prázdné množině $R(\emptyset)$
 - je \emptyset (podmnožina $\emptyset \times \emptyset$)
 - → ekvivalence i uspořádání
 - (pro všechny prvky prázdné množiny platí kde co)

Vlastnosti binárních relací – příklady

- Identita na libovolné množině
 - splňuje všechny výše uvedené vlastnosti
 - → ekvivalence i uspořádání
- Relace \leq na přirozených číslech
 - není symetrická
 - → uspořádání
- Relace $<$ na přirozených číslech
 - není symetrická ani reflexivní
 - → ani ekvivalence, ani uspořádání
- Relace na prázdné množině $R(\emptyset)$
 - je \emptyset (podmnožina $\emptyset \times \emptyset$)
 - → ekvivalence i uspořádání
 - (pro všechny prvky prázdné množiny platí kde co)

Vlastnosti binárních relací – příklady

- Identita na libovolné množině
 - splňuje všechny výše uvedené vlastnosti
 - → **ekvivalence i uspořádání**
- Relace \leq na přirozených číslech
 - není symetrická
 - → **uspořádání**
- Relace $<$ na přirozených číslech
 - není symetrická ani reflexivní
 - → **ani ekvivalence, ani uspořádání**
- Relace na prázdné množině $R(\emptyset)$
 - je \emptyset (podmnožina $\emptyset \times \emptyset$)
 - → **ekvivalence i uspořádání**
 - (pro všechny prvky prázdné množiny platí kde co)

Vlastnosti binárních relací – příklady

- Identita na libovolné množině
 - splňuje všechny výše uvedené vlastnosti
 - → **ekvivalence i uspořádání**
- Relace \leq na přirozených číslech
 - není symetrická
 - → **uspořádání**
- Relace $<$ na přirozených číslech
 - není symetrická ani reflexivní
 - → **ani ekvivalence, ani uspořádání**
- Relace na prázdné množině $R(\emptyset)$
 - je \emptyset (podmnožina $\emptyset \times \emptyset$)
 - → **ekvivalence i uspořádání**
 - (pro všechny prvky prázdné množiny platí kde co)

Vlastnosti binárních relací – příklady

- Identita na libovolné množině
 - splňuje všechny výše uvedené vlastnosti
 - → **ekvivalence i uspořádání**
- Relace \leq na přirozených číslech
 - není symetrická
 - → **uspořádání**
- Relace $<$ na přirozených číslech
 - není symetrická ani reflexivní
 - → **ani ekvivalence, ani uspořádání**
- Relace na prázdné množině $R(\emptyset)$
 - je \emptyset (podmnožina $\emptyset \times \emptyset$)
 - → **ekvivalence i uspořádání**
 - (pro všechny prvky prázdné množiny platí kde co)

Vlastnosti binárních relací – příklady

- Identita na libovolné množině
 - splňuje všechny výše uvedené vlastnosti
 - → **ekvivalence i uspořádání**
- Relace \leq na přirozených číslech
 - není symetrická
 - → **uspořádání**
- Relace $<$ na přirozených číslech
 - není symetrická ani reflexivní
 - → **ani ekvivalence, ani uspořádání**
- Relace na prázdné množině $R(\emptyset)$
 - je \emptyset (podmnožina $\emptyset \times \emptyset$)
 - → **ekvivalence i uspořádání**
 - (pro všechny prvky prázdné množiny platí kde co)

Vlastnosti binárních relací – příklady

- Identita na libovolné množině
 - splňuje všechny výše uvedené vlastnosti
 - → **ekvivalence i uspořádání**
- Relace \leq na přirozených číslech
 - není symetrická
 - → **uspořádání**
- Relace $<$ na přirozených číslech
 - není symetrická ani reflexivní
 - → **ani ekvivalence, ani uspořádání**
- Relace na prázdné množině $R(\emptyset)$
 - je \emptyset (podmnožina $\emptyset \times \emptyset$)
 - → **ekvivalence i uspořádání**
 - (pro všechny prvky prázdné množiny platí kde co)

Vlastnosti binárních relací – příklady

- Identita na libovolné množině
 - splňuje všechny výše uvedené vlastnosti
 - → **ekvivalence i uspořádání**
- Relace \leq na přirozených číslech
 - není symetrická
 - → **uspořádání**
- Relace $<$ na přirozených číslech
 - není symetrická ani reflexivní
 - → **ani ekvivalence, ani uspořádání**
- Relace na prázdné množině $R(\emptyset)$
 - je \emptyset (podmnožina $\emptyset \times \emptyset$)
 - → **ekvivalence i uspořádání**
 - (pro všechny prvky prázdné množiny platí kde co)

Vlastnosti binárních relací – příklady

- Identita na libovolné množině
 - splňuje všechny výše uvedené vlastnosti
 - → **ekvivalence i uspořádání**
- Relace \leq na přirozených číslech
 - není symetrická
 - → **uspořádání**
- Relace $<$ na přirozených číslech
 - není symetrická ani reflexivní
 - → **ani ekvivalence, ani uspořádání**
- Relace na prázdné množině $R(\emptyset)$
 - je \emptyset (podmnožina $\emptyset \times \emptyset$)
 - → **ekvivalence i uspořádání**
 - (pro všechny prvky prázdné množiny platí kde co)

Vlastnosti binárních relací – příklady

- Identita na libovolné množině
 - splňuje všechny výše uvedené vlastnosti
 - → **ekvivalence i uspořádání**
- Relace \leq na přirozených číslech
 - není symetrická
 - → **uspořádání**
- Relace $<$ na přirozených číslech
 - není symetrická ani reflexivní
 - → **ani ekvivalence, ani uspořádání**
- Relace na prázdné množině $R(\emptyset)$
 - je \emptyset (podmnožina $\emptyset \times \emptyset$)
 - → **ekvivalence i uspořádání**
 - (pro všechny prvky prázdné množiny platí kde co)

Vlastnosti binárních relací – příklady

- Identita na libovolné množině
 - splňuje všechny výše uvedené vlastnosti
 - → **ekvivalence i uspořádání**
- Relace \leq na přirozených číslech
 - není symetrická
 - → **uspořádání**
- Relace $<$ na přirozených číslech
 - není symetrická ani reflexivní
 - → **ani ekvivalence, ani uspořádání**
- Relace na prázdné množině $R(\emptyset)$
 - je \emptyset (podmnožina $\emptyset \times \emptyset$)
 - → **ekvivalence i uspořádání**
 - (pro všechny prvky prázdné množiny platí kde co)

Vlastnosti binárních relací – příklady

- Identita na libovolné množině
 - splňuje všechny výše uvedené vlastnosti
 - → **ekvivalence i uspořádání**
- Relace \leq na přirozených číslech
 - není symetrická
 - → **uspořádání**
- Relace $<$ na přirozených číslech
 - není symetrická ani reflexivní
 - → **ani ekvivalence, ani uspořádání**
- Relace na prázdné množině $R(\emptyset)$
 - je \emptyset (podmnožina $\emptyset \times \emptyset$)
 - → **ekvivalence i uspořádání**
 - (pro všechny prvky prázdné množiny platí kde co)

Vlastnosti binárních relací – příklady

- Identita na libovolné množině
 - splňuje všechny výše uvedené vlastnosti
 - → **ekvivalence i uspořádání**
- Relace \leq na přirozených číslech
 - není symetrická
 - → **uspořádání**
- Relace $<$ na přirozených číslech
 - není symetrická ani reflexivní
 - → **ani ekvivalence, ani uspořádání**
- Relace na prázdné množině $R(\emptyset)$
 - je \emptyset (podmnožina $\emptyset \times \emptyset$)
 - → **ekvivalence i uspořádání**
 - (pro všechny prvky prázdné množiny platí kde co)