

PH01101 Neurčitost a princip vyloučeného třetího
Bivalence, LEM a Zákon kontradiktorních výroků

Petr Dvořák

Filosofický ústav AV ČR

Cyrlometodějská teologická fakulta UP

LEM a Princip bivalence I

LEM: pro každý výrok: je pravdivý výrok a/nebo jeho negace

$$\forall \varphi (\varphi \vee \neg \varphi)$$

$$p \vee \neg p$$

$$q \vee \neg q$$

...

PB: Každý výrok je buď pravdivý nebo nepravdivý

$$\forall \varphi (T(\varphi) \vee \vee F(\varphi))$$

$$T(p) \vee \vee F(p)$$

$$T(q) \vee \vee F(q)$$

...

LEM a Princip bivalence II

$$\text{LEM: } p \vee \neg p$$
$$T(p) \vee \neg T(p)$$

$$\text{PB: } T(p) \vee \vee F(p)$$
$$T(p) \vee \vee T(\neg p)$$

$$\text{Definice } F(p) \leftrightarrow T(\neg p)$$

$$*\neg T(p) \leftrightarrow T(\neg p)$$

Zesílený LEM

LEM $p \vee \neg p$

PNC $\neg (p \wedge \neg p)$

Zesílený LEM: $(p \vee \neg p) \wedge \neg (p \wedge \neg p)$

Námitka: LEM \rightarrow PNC

$(p \vee \neg p) \rightarrow \neg \neg (p \vee \neg p) \rightarrow \neg (\neg p \wedge \neg \neg p) \rightarrow$
DN deM DN

$\neg (\neg p \wedge p) \rightarrow \neg (p \wedge \neg p)$
Kom

Zákon kontradiktorních výroků (LC)

Zesílený LEM: $(p \vee \neg p) \wedge \neg (p \wedge \neg p)$

z dvojice výrok – negace výroku je

alespoň jeden pravdivý $(p \vee \neg p)$

nanejvýše jeden pravdivý $\neg (p \wedge \neg p)$

**alespoň jeden nepravdivý $\neg (p \wedge \neg p)$*

**nanejvýše jeden nepravdivý $(p \vee \neg p)$*

právě jeden pravdivý a **právě jeden nepravdivý*

Zákon kontradiktorních výroků

LC: z dvojice výrok – negace výroku je právě jeden pravdivý a právě jeden nepravdivý

$$\text{LC:} \quad (T(p) \wedge F(\neg p)) \vee\vee (F(p) \wedge T(\neg p))$$

$$\text{PB:} \quad (T(p) \wedge \text{ekv. 1}) \vee\vee (F(p) \wedge \text{ekv. 2})$$

Ekvivalentní formule:

$$\text{ekv. 1: } T(p) \leftrightarrow F(\neg p) \quad \text{def. + DN}$$

$$\text{ekv. 2: } F(p) \leftrightarrow T(\neg p) \quad \text{def.}$$

Ekvivalence LEM a PB

Lze zastávat LEM a nikoliv PB?

To, jak uvidíme, se zdá být Aristotelovo stanovisko u výroků typu „Zítra bude námořní bitva“

Odpověď? **Ne**, pokud přijmeme Tarskiho podmínku *materiální adekvátnosti* každé definice pravdivosti, tzv. T-schéma, je LEM a PB ekvivalentní.

A fortiori: Tarski explikuje Aristotelovu definici pravdivosti

Alfred Tarski

- "The Concept of Truth in Formalized Languages" (polsky 1933, angl. 1956)
- "The Semantic Conception of Truth: and the Foundations of Semantics" (angl. 1944)
- česky: "Sémantická koncepce pravdy a základy sémantiky", in: *Logika 20. století: Mezi filosofií a matematikou: výbor textů k moderní logice*. Filosofia, Praha 2006, s. 135-176.

Tarskiho T-schéma

Definice pravdivosti má splňovat podmínku formální správnosti a materiální adekvátnosti.

Součástí materiální adekvátnosti libovolné definice pravdivosti je, že implikuje metajazykové věty zobecněné T-schématem:

1. („jméno věty“) je pravdivá tehdy a jen tehdy, když metajazykový překlad věty.

„Sníh je bílý“ je pravdivá IFF sníh je bílý.

$$T('p') \leftrightarrow p$$

2. („jméno věty“) je nepravdivá tehdy a jen tehdy, když metajazykový překlad negace věty.

„Sníh je černý“ je nepravdivá IFF sníh není černý.

$$F('q') \leftrightarrow \neg q$$

z LEM plyne PB

1. $p \vee \neg p$
2. $T('p') \leftrightarrow p$ [T-schéma pro pravdivost]
3. $T('\neg p') \leftrightarrow \neg p$ [substituce 1.]
4. $F('p') \leftrightarrow T('\neg p')$ [definice nepravdivosti]
5. $F('p') \leftrightarrow \neg p$ [T-schéma pro nepravdivost]
6. $T('p') \vee F('p')$ [CD 1., 2., 5.]

Nelze přijmout LEM, ne-PB a T zároveň

Opce:

1. LEM, PB, T: pokud nepřijatelné důsledky, pak
2. ne-LEM, ne-PB, T (vícehodnotový přístup)
nebo
3. LEM, ne-PB, ne-T (supervaluace)