

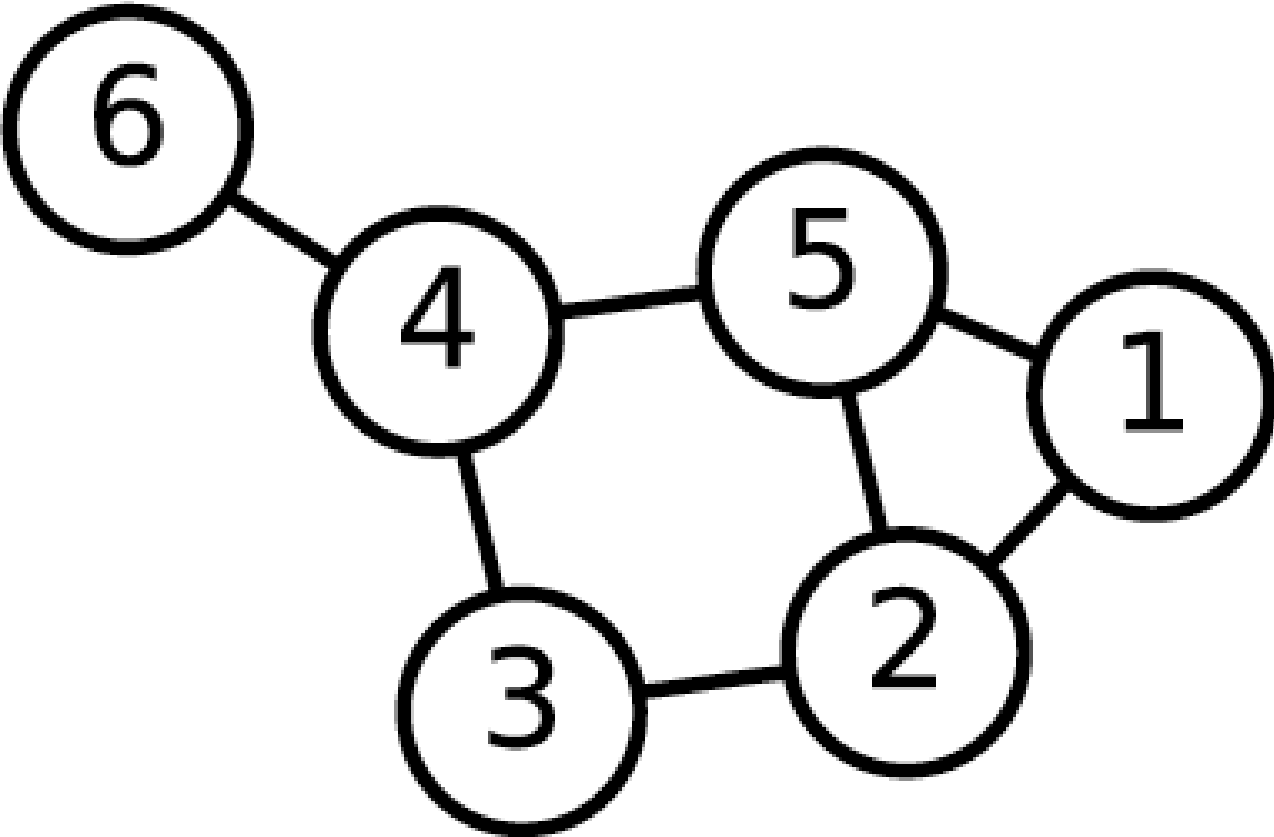
grafy

grafy

- Graf je definován jako uspořádaná dvojice (V, E) , kde V je množina vrcholů grafu (též značíme (V)) a E ((E)), je množina hran.
- Každá hrana je dvouprvkovou podmnožinou množiny vrcholů: množina e se skládá z dvou vrcholů v_1, v_2 (množin $\{v_1, v_2\}$), které spojují (hrana „spojuje“ vrcholy, které jsou v ní obsaženy).

příklad

- Příkladem grafu může být dvojice (V, E) , kde
- $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $E = \{\{1, 2\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{4, 6\}\}$



grafy

Sousední vrcholy. Řekneme, že dva vrcholy jsou sousední, pokud mezi nimi vede hrana (mi slovy, $u, v \in V$ jsou sousední, pokud $\{u, v\} \in E$).

Stupeň vrcholu je počet hran, které z daného vrcholu vychází (neboli stupeň vrcholu je $|\{ \{u, v\} \in E \mid u = v \wedge v \in V \}|$).

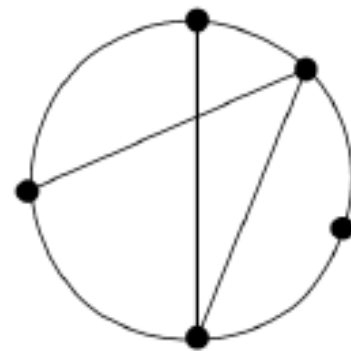
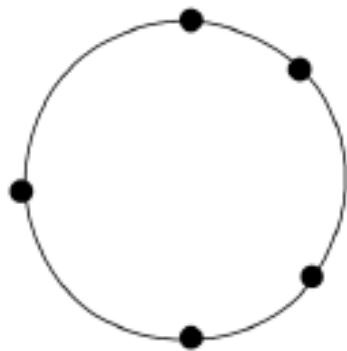
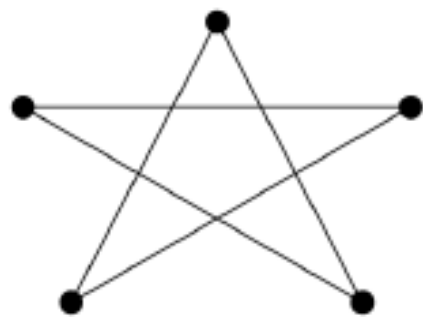
Podgraf grafu $G = (V, E)$ je graf $G' = (V', E')$ takový, že $V' \subseteq V$ a $E' \subseteq E$. Je důležité, aby i G' byl graf, tedy aby platilo $\forall \{u, v\} \in E' (u \in V' \wedge v \in V')$. (Podgraf tvoří vybrané vrcholy a hrany původního grafu.)

Izomorfismus mezi grafy G a G' je bijekce $f: V \rightarrow V'$, kde platí $\forall \{u, v\} \in E (\{f(u), f(v)\} \in E')$ a $\forall \{u', v'\} \in E' (\{u, v\} \in E)$. Izomorfismus říká, že grafy jsou shodné, až na pojmenování vrcholů – je možné přejmenovat vrcholy tak, abychom z jednoho grafu dostali G' .

Řekneme, že grafy jsou **izomorfní** (shodné), pokud mezi nimi existuje **izomorfismus** (tedy jsme schopni nalézt bijekci f , která splňuje kritérium izomorfismu).

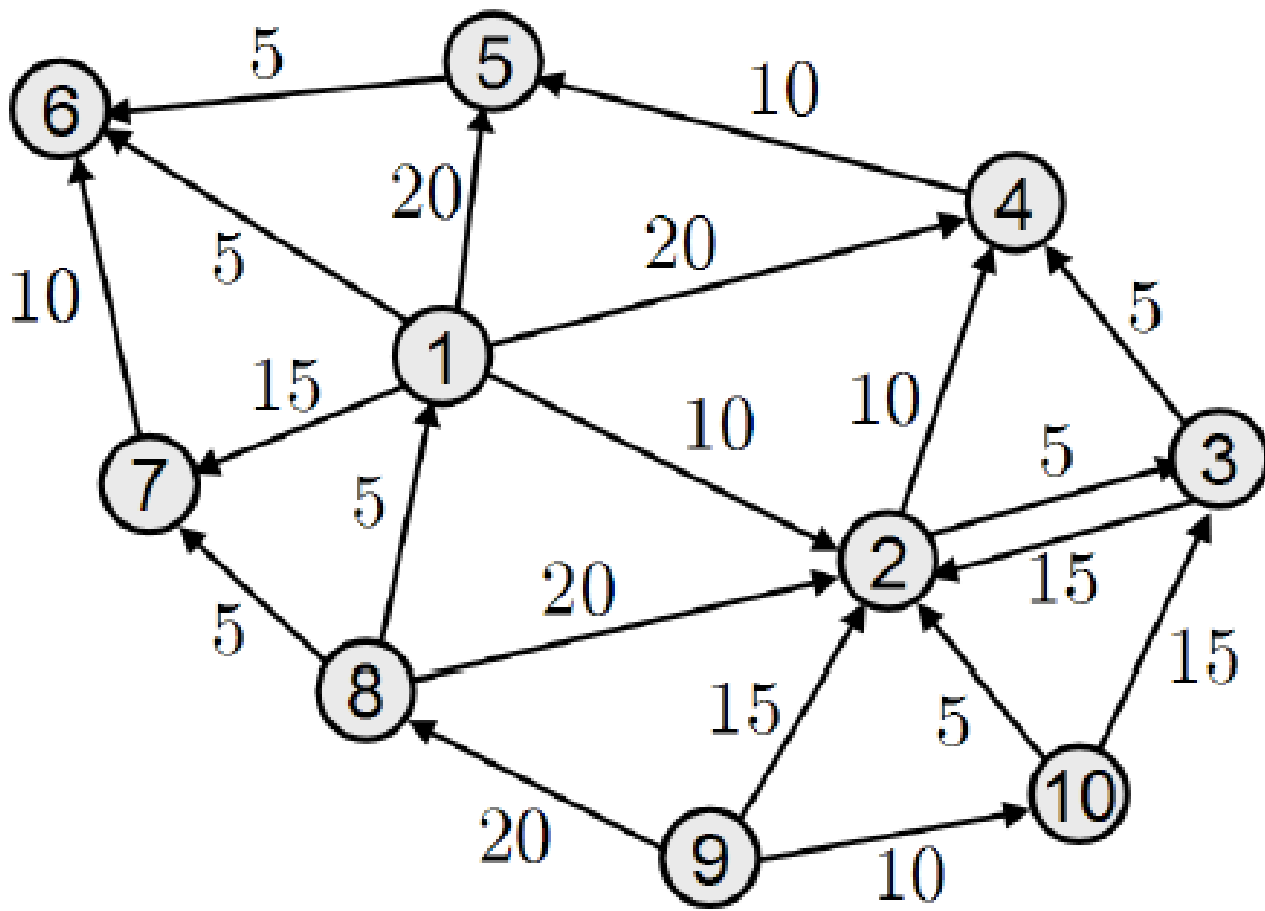
typy grafů

- *Souvisly graf*: graf ve kterém existuje cesta mezi mi dvěma vrcholy. (Opakem je graf nesouvisly).
- *Acyklicky graf*: graf, který neobsahuje cyklus. Též *les*, protože jeho souvislé části jsou stromy.



orientovaný graf

- **Orientovaný graf.** Hrany grafu jsou orientovány. U každé hrany rozeznáváme zdrojový a cílový vrchol.
- Formální definice: Množina hran není množinou $(V \times V)$ podmnožin, ale množinou dvojic, kde je jednoznačně dán první (zdrojový vrchol) a druhý (cílový vrchol) prvek.



ohodnocený graf

Ohodnoceny graf. Přiřazuje každé hraně reálné číslo, které váme ohodnocení. (Tato vlastnost nám umožní modelovat např. vzdálenost mezi místy na mapě.)

Formálně k definici grafu přidáme ohodnocovací funkci : $() \rightarrow \mathbb{R}$.

multigraf

- **Multigraf** povoluje více hran mezi stejnou dvojicí vrcholů.
- Povoluje hrany začínající i končící ve stejném vrcholu, tzv. „smyčky“. Možnosti formální reprezentace takovéto struktury jsou různé, např. ke každé hraně (dvoupvkové množině) můžeme přidat třetí prvek, index, který odliší dvě hrany mezi stejnou dvojicí vrcholů. Přidany prvek pak nesmí být obsažen v množině vrcholů.

graf jako relace

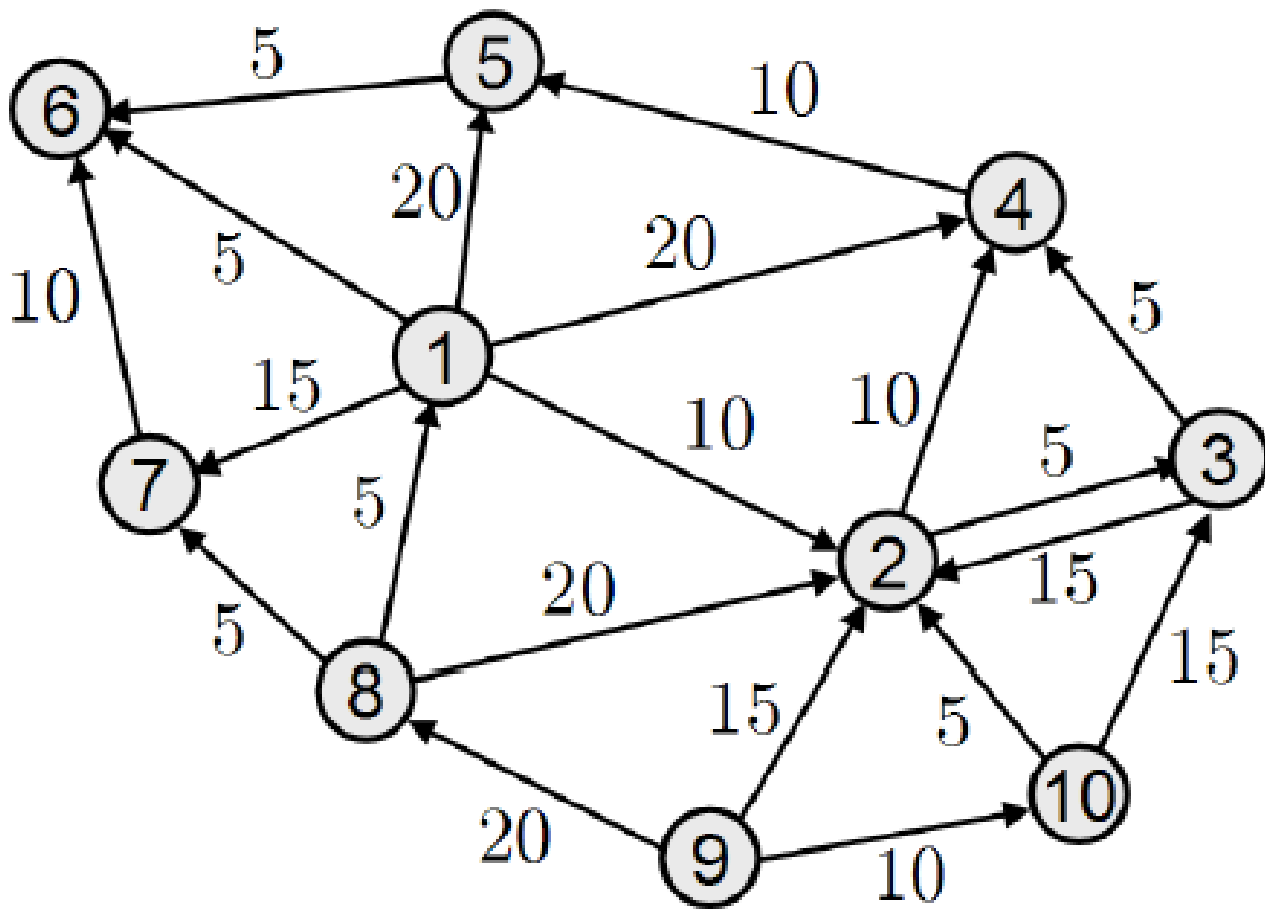
- Množina hran v orientovaném grafu je množina
ch dvojic. Je tedy možné na graf
pohlížet jako na binární relaci na množině
vrcholů.
- Můžeme tedy graf reprezentovat jako tabulku
příslušné relace, tzv. matici susednosti.
- Neorientovaný graf lze v tomto formátu zapsat
jako symetrickou relaci, matice susednosti je
tedy v tomto případě byla symetrická.

vrchol	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	0	1	0
2	1	0	1	0	1	0
3	0	1	0	1	0	0
4	0	0	1	0	1	1
5	1	1	0	1	0	0
6	0	0	0	1	0	0

další spojené pojmy

Délkou cesty v grafu rozumíme počet hran v této cestě. V případě ohodnoceného grafu délkou cesty obvykle rozumíme součet ohodnocení hran této cesty. Délku nejkratší cesty mezi dvěma vrcholy pak označujeme jako vzdálenost mezi vrcholy.

Souvislé komponenty v grafu jsou jeho největší souvislé podgrafy – na obrázku je poznáme snadno, jde o souvislé „ostrůvky“ které vzájemně nejsou spojeny žádnou hranou. Jinými slovy lze také říct, že se jedná o největší podgrafy takové že mezi každými dvěma vrcholy každého takového podgrafu vede cesta.



- Příkladem lingvistického využití teorie grafů je syntaktický strom, v němž znázorňujeme syntaktické odvození věty.
- Kořenem je vrchol <sentence>, listy jsou pak slova dané věty.

