

Základy matematiky a statistiky pro humanitní obory

I

Pavel Rychlý Vojtěch Kovář

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita
Botanická 68a, 602 00 Brno, Czech Republic
{pary, xkovar3}@fi.muni.cz

část 3

Obsah přednášky

Teorie množin

Množiny

Množinové operace

Teorie množin

► Teorie množin

- spolu s logikou základní pilíř matematiky
- všechny matematické objekty jsou množiny
- různé formální teorie (nekonečno, axiom výběru)

► Náš cíl

- pochopit pojem množina
- naučit se pracovat se zápisy množin
- nepouštět se do sporných aspektů teorií množin

Množina

► Množina

- skupina objektů (čísel, aut, myší, množin)
- ne nutně stejného typu
- neobsahuje duplicity
- není uspořádaná

► Základní fakta

- existuje prázdná množina – \emptyset
- množina může obsahovat jiné množiny

► Jazyk teorie množin

- jazyk predikátové logiky rozšířený o symboly $\{, \}, \emptyset, | a \in$
- pojem množiny je definován axiomami zapsanými v tomto jazyce

Nekonečné množiny

► Zápis množin

- výčtem prvků: $\{1, 2, 3\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- logickou formulí: $\{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge x > 5\}$

► Nekonečné množiny

- existují ve většině teorií množin
- různě velká nekonečna
- např. přirozená čísla (racionální čísla) vs. reálná čísla
- více v dalších přednáškách

Množinové operace (1)

► Operátor \in

- $=$ prvek patří do množiny
- tzn. na levé straně je vždy prvek, na pravé **vždy** množina
- platí $\forall x (x \notin \emptyset)$
- platí $\emptyset \in \{\emptyset\}$
- platí $\emptyset \notin \{\{\emptyset\}\}$

Podmnožiny

► Podmnožina \subseteq

- $A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Rightarrow x \in B)$
- zkrácený zápis $\forall x \in A (x \in B)$

► Potenční množina

- množina všech podmnožin dané množiny
- zápis: $\mathcal{P}(A)$ nebo 2^A
- $\mathcal{P}(A) = \{x \mid x \subseteq A\}$
- platí: $\mathcal{P}(\emptyset) = \{\emptyset\}$
- platí: $\mathcal{P}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- platí: $\forall x (\emptyset \in \mathcal{P}(x) \wedge x \in \mathcal{P}(x))$

Množinové operace (2)

► Rovnost množin

- $A = B \Leftrightarrow (A \subseteq B \wedge B \subseteq A)$

► Sjednocení \cup

- $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

► Průnik \cap

- $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$