

Základy matematiky a statistiky pro humanitní obory

I

Vojtěch Kovář

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita
Botanická 68a, 602 00 Brno, Czech Republic
xkovar3@fi.muni.cz

část 1

Obsah přednášky

Informace o předmětu

Motivace

Principy matematiky

Informace o předmětu

► Obsah předmětu

- průřez vysokoškolskou matematikou
- forma srozumitelná studentům s humanitním zaměřením (lingvistika)

► Ukončení předmětu

- zkouška (formou dvou písemek)
- 25 % bodů vnitrosemestrální písemka: **13.11.**
- 75 % bodů závěrečná písemka

► Úspěšné ukončení

- min. 60 % bodů z písemek

Organizační poznámky

► Některé přednášky odpadnou

- 2.10.
- 6.11.
- bude upřesněno e-mailem

Obsah předmětu

► Okruhy

- ▶ výroková logika, důkazy, indukce
- ▶ základy teorie množin, čísla, relace, funkce
- ▶ ekvivalence, uspořádání
- ▶ úvod do formální lingvistiky, jazyk jako množina, formální gramatika
- ▶ kombinatorika, popisná statistika

► Zdroje informací

- ▶ studijní text k předmětu
- ▶ literatura na stránce předmětu (přesahuje rámec předmětu)
- ▶ slidy, texty a příklady ve studijních materiálech
- ▶ diskusní fórum, osobní konzultace

Rozdíl mezi SŠ a VŠ matematikou

► Středoškolská matematika

- ▶ = počty s čísly:
- ▶ → kolik budu platit v obchodě (sčítání)
- ▶ → jaké daně budu mít (zlomky, procenta)
- ▶ → k čemu to ***** je? (matice, integrály)

► Vysokoškolská matematika

- ▶ = umění abstrakce + přemýšlení v obecnostech
- ▶ → zásobárna abstraktních pojmů
- ▶ → přesné definice
- ▶ → spolehlivé vyvozování závěrů (důkazy)
- ▶ → základ pro všechny technické obory

Proč potřebují lingvisté matematiku?

► Počítačová lingvistika

- ▶ zpracování jazyka na počítačích
- ▶ potřeba spolupracovat s technicky zaměřenými lidmi
- ▶ → pochopit jejich způsob myšlení
- ▶ počítačové modely jazyka jsou založeny na matematických faktech

► Abstraktní myšlení

- ▶ schopnost rozumově uchopit složité pojmy
- ▶ → snazší pochopení lingvistických modelů
- ▶ schopnost zobecňovat
- ▶ schopnost rozkládat složité problémy na jednodušší
- ▶ → nejsou tak důležité vědomosti samotné jako dovednosti, kterým se při jejich vstřebávání naučíte

Principy vysokoškolské matematiky

► Středoškolská matematika

- ▶ návody, jak něco spočítat

► Vysokoškolská matematika

- ▶ soubor poznatků o abstraktních pojmech
- ▶ styl **definice – věta – důkaz** :
- ▶ **definice** = vymezení pojmu
 - ▶ " celé číslo x je **sudé**, pokud existuje takové celé y , že $y * 2 = x$ "
- ▶ **věta** = formulace poznatku o definovaných pojmech
 - ▶ " 10 je sudé číslo"
- ▶ **důkaz** = ověření pravdivosti věty krok za krokem
 - ▶ $10 = 5 * 2$ (zákl. aritmetika)
 - ▶ $5 * 2$ je sudé (definice)
 - ▶ tedy 10 je sudé

Typy důkazů

- ▶ Přímý důkaz
 - ▶ použitím definic a známých faktů přímo odvodíme znění věty
- ▶ Důkaz sporem
 - ▶ předpokládáme, že věta neplatí (platí její **negace**)
 - ▶ použitím definic a známých faktů odvodíme **spor**
 - ▶ (např. $1 = 0$ nebo neplatnost některého z předpokladů)
- ▶ Důkaz indukcí
 - ▶ dokazujeme něco pro posloupnost objektů
 - ▶ příště

Ukázky důkazů

- ▶ Mějme definováno (znáte ze SŠ)
 - ▶ celá čísla ($1, 2, 3, \dots, 0, -1, -2, \dots$)
 - ▶ sčítání, odčítání, násobení a dělení na celých číslech
 - ▶ dělitele (x je dělitelem a , pokud a/x je celé)
 - ▶ racionální čísla (r/s taková, že r a s jsou celá a nemají společného dělitele jiného než 1 a -1)
 - ▶ druhou mocninu ($a^2 = a * a$)
 - ▶ druhou odmocninu ($\sqrt{a} = n$, pokud $n * n = a$)

Ukázka důkazu

- ▶ Věta
 - ▶ pro libovolná celá x, y platí, že
 - ▶ pokud $2 * x^2 = y^2$, pak y je sudé

Ukázka důkazu

- ▶ Důkaz (sporem)
 - ▶ předpokládejme, že y je liché
 - ▶ tedy existuje celé k tak, že $y = 2k + 1$
 - ▶ úpravou původní věty dostáváme:
 - ▶ $2x^2 = (2k + 1)(2k + 1)$
 - ▶ dále roznásobíme závorku:
 - ▶ $2x^2 = 4k^2 + 4k + 1$
 - ▶ vytkneme 2 z části pravé strany:
 - ▶ $2x^2 = 2 * (2k^2 + 2k) + 1$
 - ▶ odečtením výrazu $2 * (2k^2 + 2k)$ a vytknutím 2 z levé strany dostaneme:
 - ▶ $2 * (x^2 - (2k^2 + 2k)) = 1$
 - ▶ tedy 1 je sudé číslo, což je spor.

Ukázka důkazu

▶ Věta

- ▶ $\sqrt{2}$ není racionální číslo.

Ukázka důkazu

▶ Důkaz (sporem)

- ▶ předpokládejme, že $\sqrt{2}$ je racionální číslo.
- ▶ tedy $\sqrt{2} = r/s$, kde r a s jsou celá a nemají společného dělitele
- ▶ úpravou dostaneme: $\sqrt{2} * s = r$
- ▶ $2 * s^2 = r^2$
- ▶ tedy r je sudé, tj. $r = 2 * c$ pro nějaké celé c
- ▶ nahrazením dostaneme: $2 * s^2 = 2 * c * 2 * c$
- ▶ $s^2 = 2 * c^2$
- ▶ tedy s je také sudé
- ▶ r i s jsou sudá, tedy mají společného dělitele 2, což je spor s předpokladem.