

Základy matematiky a statistiky pro humanitní obory

I

Pavel Rychlý Vojtěch Kovář

Fakulta informatiky, Masarykova univerzita
Botanická 68a, 602 00 Brno, Czech Republic
{pary, xkovar3}@fi.muni.cz

část 4

Obsah přednášky

Čísla

Přirozená čísla

Další číselné množiny

Čísla – znalosti ze SŠ

▶ Číselné množiny

- ▶ přirozená čísla $N = \{0, 1, \dots\}$
- ▶ celá čísla $Z = N \cup \{-1, -2, \dots\}$
- ▶ racionální čísla $Q = \{r/s \mid r, s \in Z \wedge s \neq 0\}$
- ▶ reálná čísla – „celá číselná osa“
- ▶ komplexní čísla – „pokrývají rovinu“

▶ Náš cíl

- ▶ všechny objekty v matematice jsou množiny
- ▶ \rightarrow definice čísel s pomocí množin
- ▶ definice číselných operací

Přirozená čísla

▶ Přirozená čísla

- ▶ formálně definována jako objekt splňující nějaké axiomy
- ▶ tzv. Peanova aritmetika

▶ Axiomy přirozených čísel

- ▶ existuje nula
- ▶ každé číslo x má následníka $S(x)$
- ▶ nula není následníkem žádného čísla
- ▶ různá čísla mají různé následníky: $a \neq b \Rightarrow S(a) \neq S(b)$

Konstrukce přirozených čísel

- ▶ Definujeme množinový systém, který splňuje Peanovy axiomy

- ▶ $0 \equiv \emptyset$
- ▶ $S(x) \equiv x \cup \{x\}$

- ▶ Jak tedy čísla vypadají?

- ▶ $0 \equiv \emptyset$
- ▶ $1 = \{\emptyset\}$
- ▶ $2 = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
- ▶ $3 = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$
- ▶ atd. – vždy $n = \{0, \dots, n-1\}$

Číselné operace

- ▶ Definovány induktivně

- ▶ Sčítání

- ▶ $a + 0 = a$
- ▶ $a + S(b) = S(a + b)$

- ▶ Násobení

- ▶ $a * 0 = 0$
- ▶ $a * S(b) = (a * b) + a$

Příklad – sčítání podle definice

- ▶ $1 + 2$

- ▶ $1 = S(0)$
- ▶ $2 = S(1) = S(S(0))$

- ▶ $1 + 2$

- ▶ $1 + S(1)$
- ▶ $S(1 + 1)$
- ▶ $S(1 + S(0))$
- ▶ $S(S(1 + 0))$
- ▶ $S(S(1))$
- ▶ $S(S(S(0)))$
- ▶ $= 3$

Další číselné množiny

- ▶ Jsou konstruovány s využitím dvojic a ekvivalencí

- ▶ pojmy, které „neznáme“
- ▶ \rightarrow v následujících přednáškách