

Induktivní statistika

- z-skóry
 - pravděpodobnost
 - normální rozdělení
-

Z-skóry

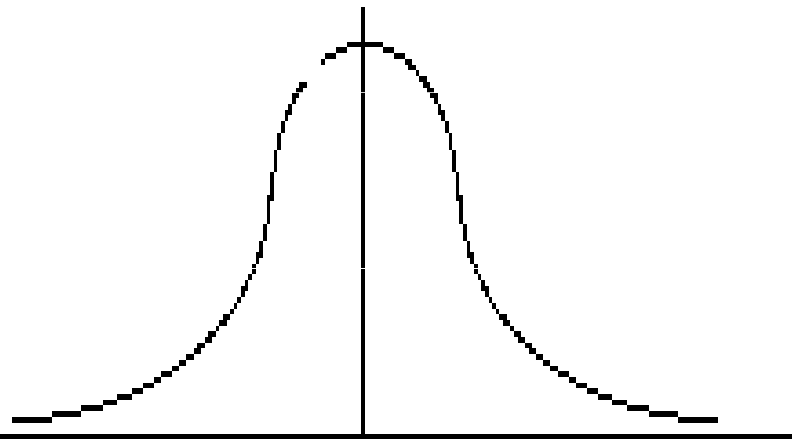
- umožňují najít a popsat **pozici každé hodnoty** v rámci rozdělení hodnot
 - a také **srovnávání hodnot** pocházejících z měření **na rozdílných stupnicích**
 - hrubé skóry jsou převedeny na **standardizovanou stupnici** (jednotkou je směrodatná odchylka)
-

Z-skóry - příklad

- např. skóry ze dvou testů – biologie a psychologie
 - student získal 26 bodů z biologie a 620 z psychologie. Ve kterém předmětu byl lepší?
-

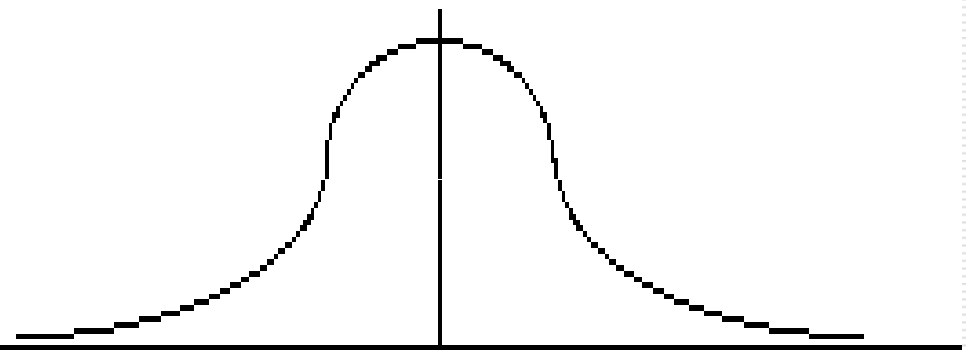
Z-skóry - příklad

biologie



$$18 = \mu$$
$$6 = \sigma$$

psychologie



$$500 = \mu$$
$$100 = \sigma$$

Z-skóry

- přímé porovnání není snadné – skóry z obou testů mají rozdílné průměry i směrodatné odchylky
 - z skór = odchylka skóru od průměru vzhledem k velikosti směrodatné odchylky
 - $z = \text{odch. od průměru} / \text{směr. odch.}$
-

Z-skóry - příklad

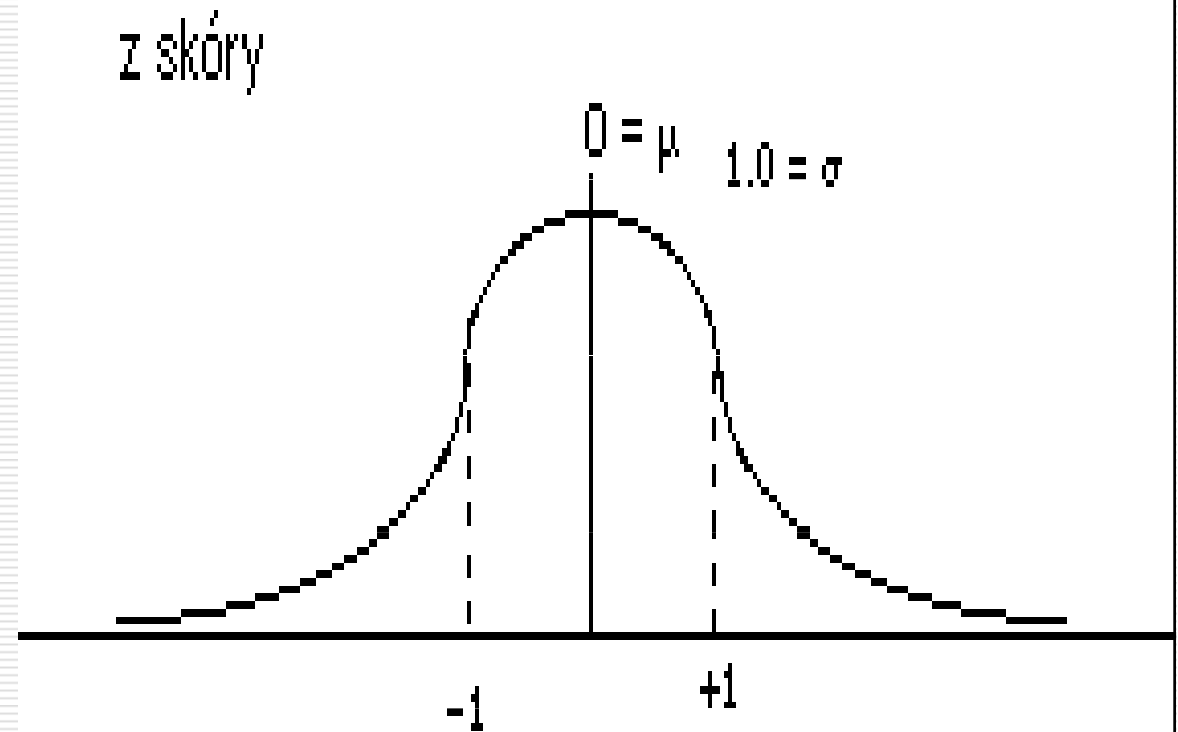
- skór z biologie: $(26-18)/6 = 1,33$
 - skór psychologie: $(620-500)/100=1,2$
 - v biologii byl student lepší – 1,33
směrodatné odchylky nad průměrem
-

Z-skóry

- z-skór přesně udává pozici každé hodnoty vzhledem k ostatním hodnotám
 - znaménko (+ nebo -) ukazuje, zda je hodnota nad nebo pod průměrem rozdělení
 - hodnota z-skóru upřesňuje, kolik směrodatných odchylek byla hodnota od průměru vzdálena
-

Z-skóry

- průměr rozdělení z-skórů je vždy 0
- směrodatná odchylka je 1



Z-skóry

vzorec pro výpočet z-skóru hodnoty X

□ u populace: $z = (X - \mu) / \sigma$

□ u vzorku: $z = (X - m) / s$

Z-skóry

- podobně můžeme i z-skór převést na hrubý skór, známe-li průměr a směrodatnou odchylku
-

Z-skóry

- např. u stupnice IQ
 - $\mu = 100, \sigma = 15$
 - pro osobu se $z = -3$ (3 směrodatné odchyly pod průměrem) bude IQ ?
-

Z-skóry

- např. u stupnice IQ $\mu = 100, \sigma = 15$
- pro osobu se $z = -3$ (3 směrodatné odchylky pod průměrem) bude IQ

$$X = Z \cdot \sigma + \mu$$

$$X = -3 \cdot 15 + 100$$

$$X = 55$$

Rozdělení z-skóřů

- **tvar** rozdělení z-skóřů je **stejný** jako tvar původního rozdělení hrubých skóřů
 - průměr je 0, směrodatná odchylka 1
 - transformace změní jen označení hodnot na ose X
-

Pravděpodobnost

- postupy indukativní statistiky vycházejí z teorie pravděpodobnosti
- **pravděpodobnost**, že nastane určitý výsledek, **definujeme** jako podíl

$$P(A) = \frac{\text{počet pokusů, kdy nastal jev } A}{\text{celkový počet jevů}}$$

Pravděpodobnost - příklady

- jaká je pravděpodobnost, že si z balíčku 52 karet vytáhneme určitou kartu (např. pikovou dámu) ?
-

Pravděpodobnost - příklady

- jaká je pravděpodobnost, že si z balíčku 52 karet vytáhneme určitou kartu (např. pikovou dámu) ?

$$P(\text{piková dáma}) = f/N = 1/52 = 0,019 = 1,9\%$$

Pravděpodobnost - příklady

- jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne trojka nebo šestka ?

Pravděpodobnost - příklady

- jaká je pravděpodobnost, že při hodu kostkou padne trojka nebo šestka ?

$$P(3 \text{ n. } 6) = f/N = 2/6 = 0,333 = 33,3\%$$

Pravděpodobnost

- pravděpodobnost bývá uváděna nejčastěji jako **podíl** (0,33), **zlomek** (1/3) nebo **procento** (33,3%)
 - pravděpodobnost určitého jevu nebo třídy jevů můžeme odhadnout z rozdělení hodnot (četností)
-

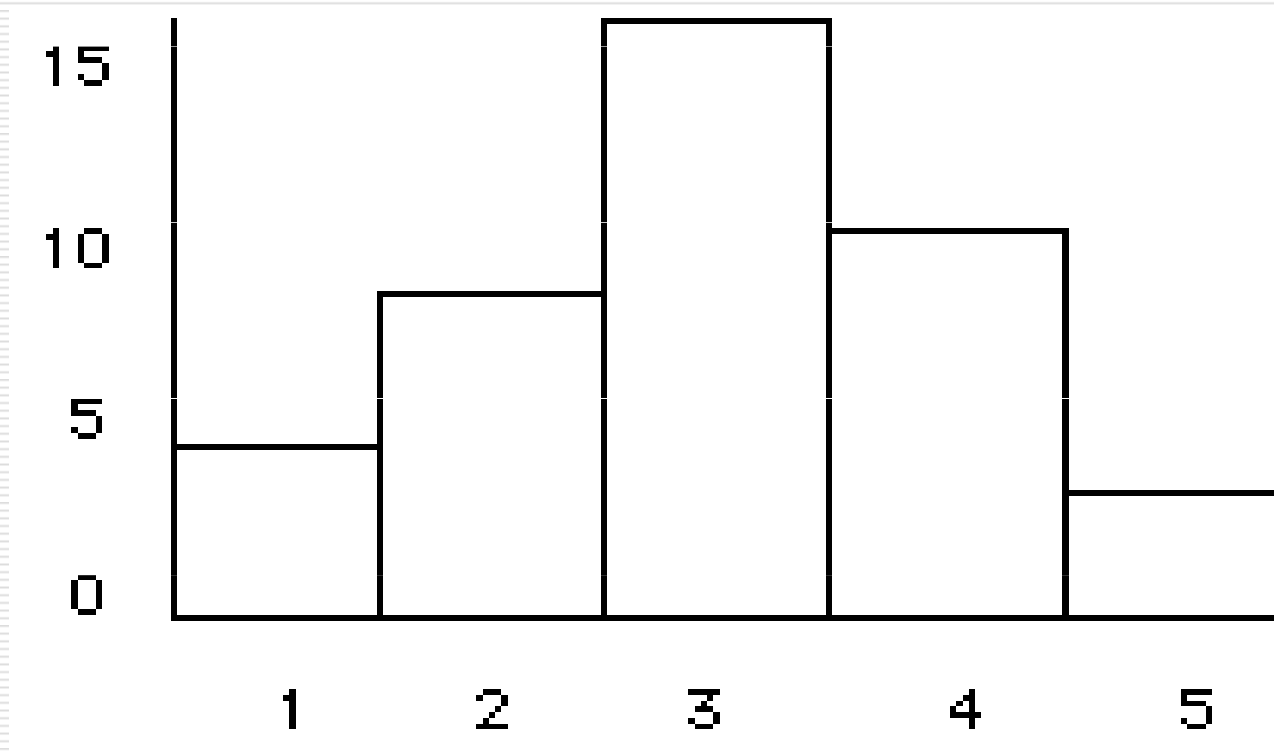
Pravděpodobnost - příklady

- představme si, že máme krabici se 40 očíslovanými žetony s čísly 1 – 5
 - v tabulce jsou uvedeny absolutní i relativní četnosti jednotlivých čísel žetonů
-

Pravděpodobnost

X	f	p
5	2	0,05
4	10	0,25
3	16	0,40
2	8	0,20
1	4	0,10

Pravděpodobnost



Pravděpodobnost - příklady

- vaším úkolem je vytáhnout 1 žeton
 - **jaká je pravděpodobnost, že vytáhnete žeton s číslem 3?**
-

Pravděpodobnost

X	f	p
5	2	0,05
4	10	0,25
3	16	0,40
2	8	0,20
1	4	0,10

Pravděpodobnost

- ❑ vaším úkolem je vytáhnout 1 žeton
 - ❑ jaká je pravděpodobnost, že vytáhnete žeton s číslem 3?
 - ❑ **$p(3) = f/N = 16/40 = 0,40$**
nebo $2/5$ či 40%
-

Pravděpodobnost

- Jaká je pravděpodobnost, že vytáhnete žeton s číslem vyšším než 2?**
-

Pravděpodobnost

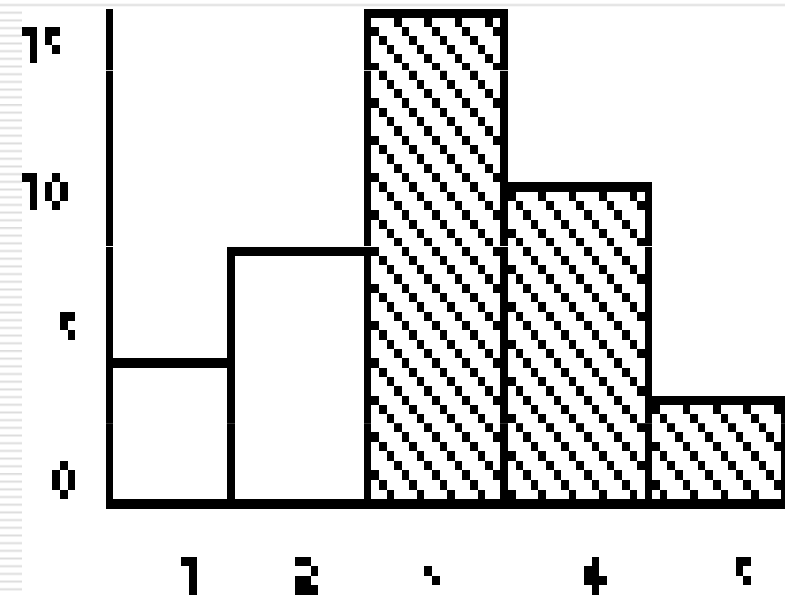
X	f	p
5	2	0,05
4	10	0,25
3	16	0,40
2	8	0,20
1	4	0,10

Pravděpodobnost

- Jaká je pravděpodobnost, že vytáhnete žeton s číslem vyšším než 2?

$$p(X > 2) = ?$$

$$0,05 + 0,25 + 0,40 \\ = \mathbf{0,70}$$



Pravděpodobnost

- Jaká je pravděpodobnost, že vytáhnete žeton s číslem nižším než 5?**
-

Pravděpodobnost

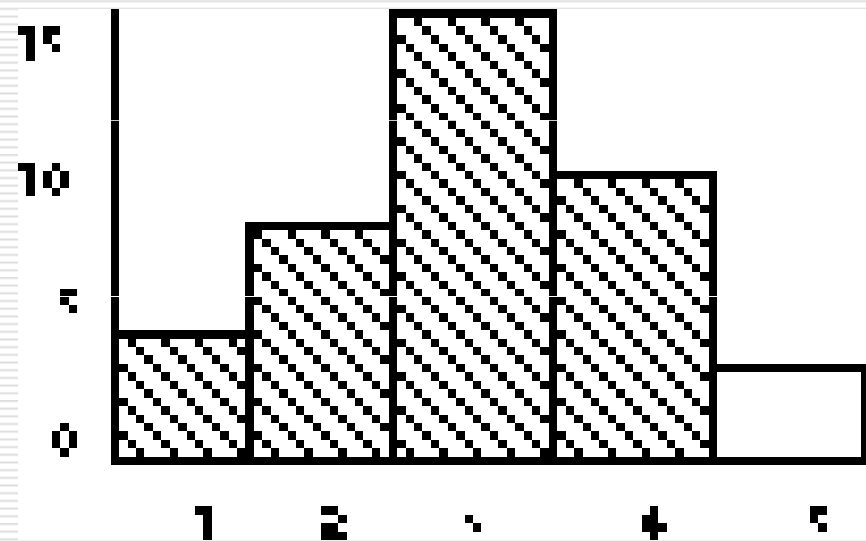
X	f	p
5	2	0,05
4	10	0,25
3	16	0,40
2	8	0,20
1	4	0,10

Pravděpodobnost

- Jaká je pravděpodobnost, že vytáhnete žeton s číslem nižším než 5?

$$p(X < 5) = ?$$

$$0,10 + 0,20 + 0,40 + 0,25 = \mathbf{0,95}$$



Pravděpodobnost

- Jaká je pravděpodobnost, že vytáhnete žeton s číslem nižším než 4 a vyšším než 1?**
-

Pravděpodobnost

X	f	p
5	2	0,05
4	10	0,25
3	16	0,40
2	8	0,20
1	4	0,10

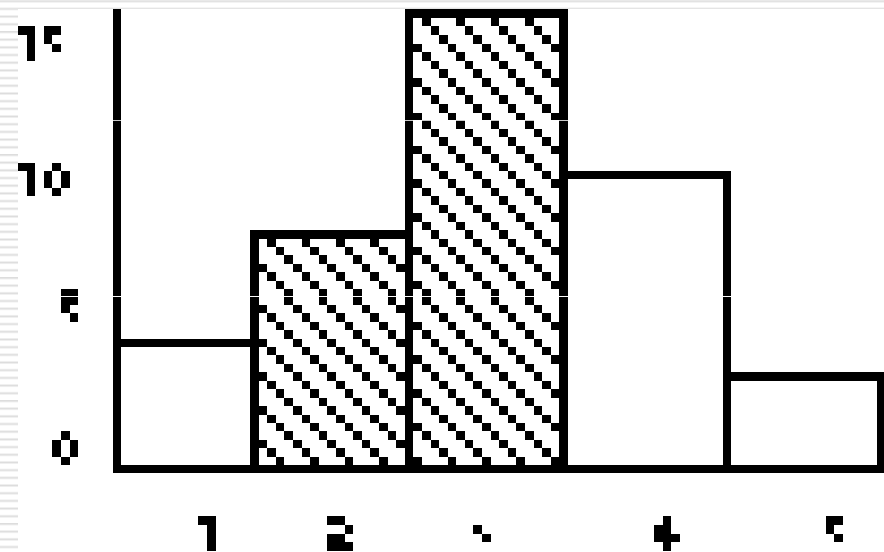
Pravděpodobnost

- Jaká je pravděpodobnost, že vytáhnete žeton s číslem nižším než 4 a vyšším než 1?

$$p(4 > X > 1) = ?$$

$$0,20 + 0,40 =$$

$$\mathbf{0,60}$$



Pravděpodobnost

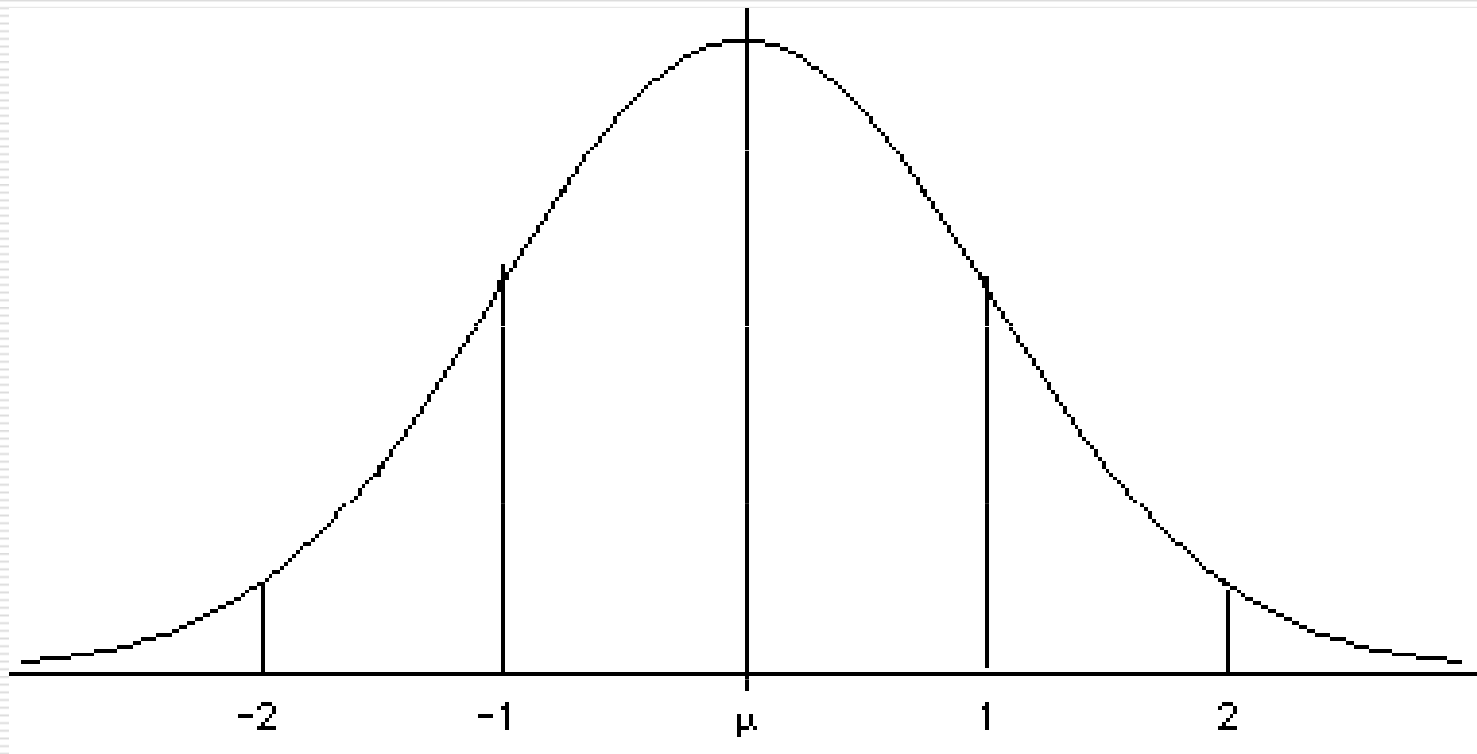
- pravděpodobnost odpovídá hustotě **oblasti pod křivkou** pro daný interval
-

Normální rozdění

- normální rozdění je symetrické, unimodální, zvonovitého tvaru
- označuje se i jako Gaussova křivka

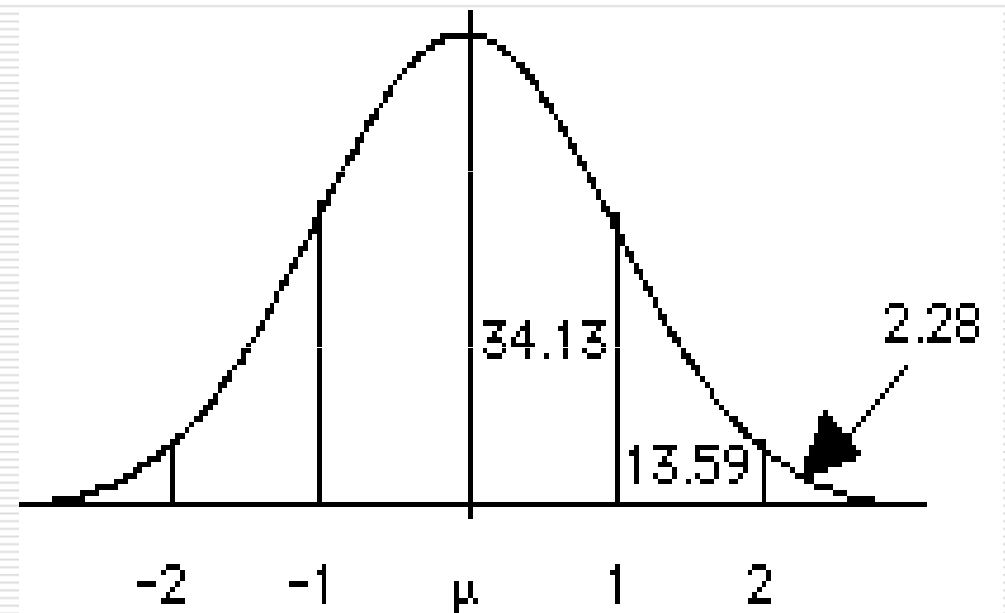
$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z)^2}$$

Normální rozdělení



Normální rozdělení

- 34.13% skóre spadá mezi průměr a 1 směr. odchylku
- 13.59% hodnot spadá mezi 1. a 2. směr. odchylku
- 2.28% hodnot spadá nad 2. směr. odchylku

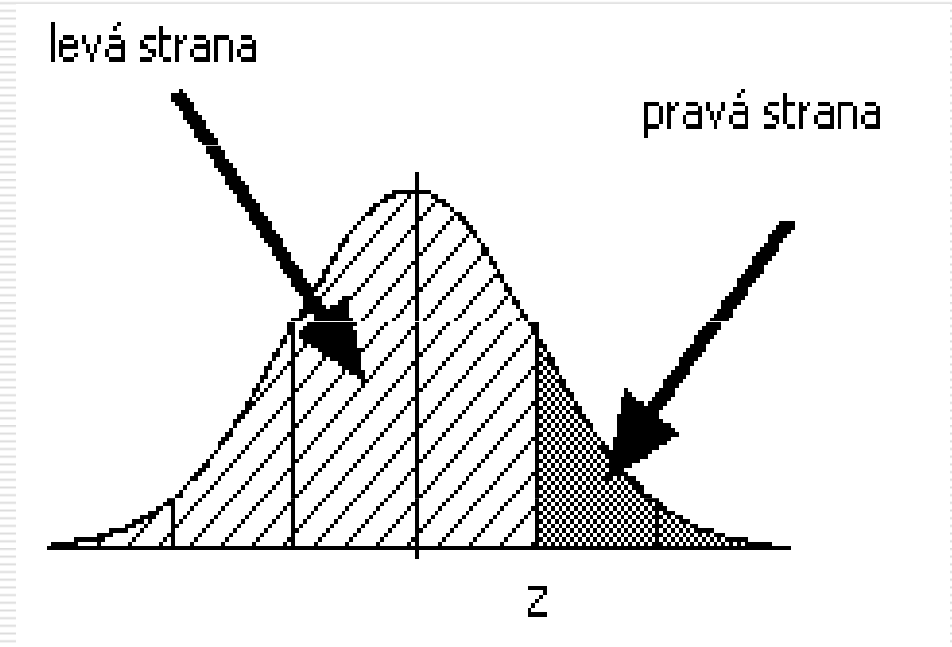


Normální rozdělení

- tabulka normálního rozdělení (z rozdělení)
 - důležitý nástroj, obvykle jako apendix v učebnicích statistiky (spolu s dalšími tabulkami)
 - umožňuje zjistit hustotu oblasti pod křivkou (tj. pravděpodobnost) pro jednotlivé z-skóry
-

Normální rozdělení

z	levá strana	pravá strana
0.00	0.5000	0.5000
0.01	0.5040	0.4960
...
0.30	0.6179	0.3821
0.31	0.6217	0.3783
...
1.00	0.8413	0.1587
...



Normální rozdělení - příklady

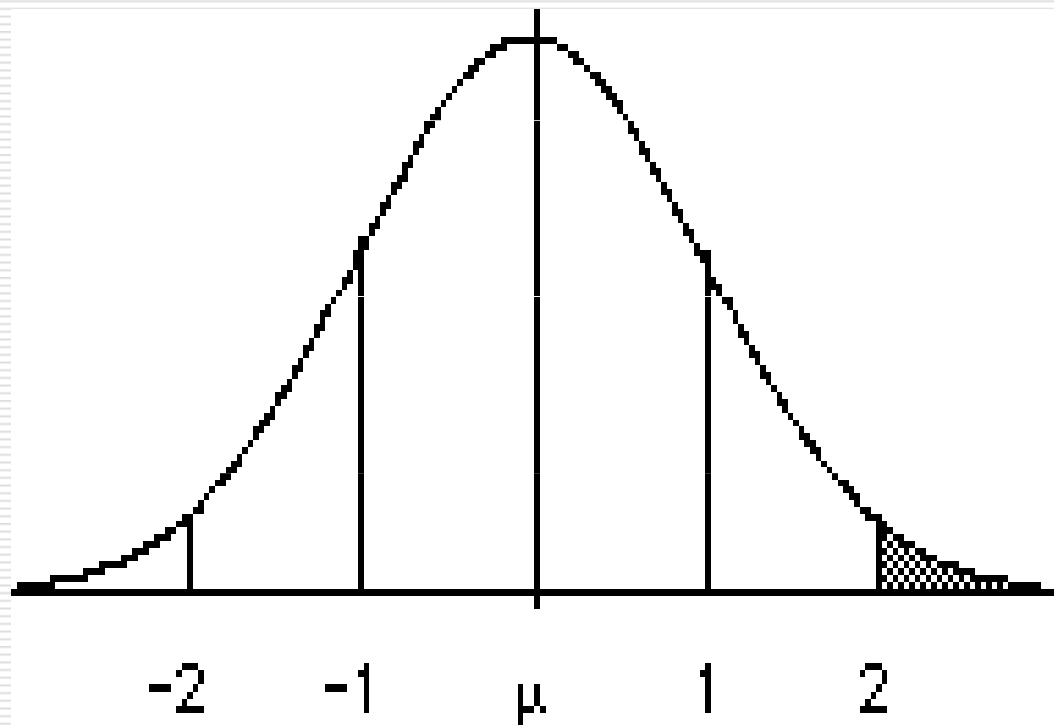
- postup při zjišťování pravděpodobnosti z tabulky:
 - načrtnout si normální rozdělení, s hodnotou průměru a směr. odch.
 - zakreslit hledanou hodnotu (v přibližné vzdálenosti od průměru), vystínovat hledanou oblast
 - převést hodnotu X na z -skór
 - najít v tabulce pravděpodobnost
-

Normální rozdělení - příklady

- Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraná osoba z populace bude mít IQ 130 nebo vyšší? ($\mu = 100, \sigma = 15$)
-

Normální rozdělení - příklady

□ $z = 2$



Normální rozdělení - příklady

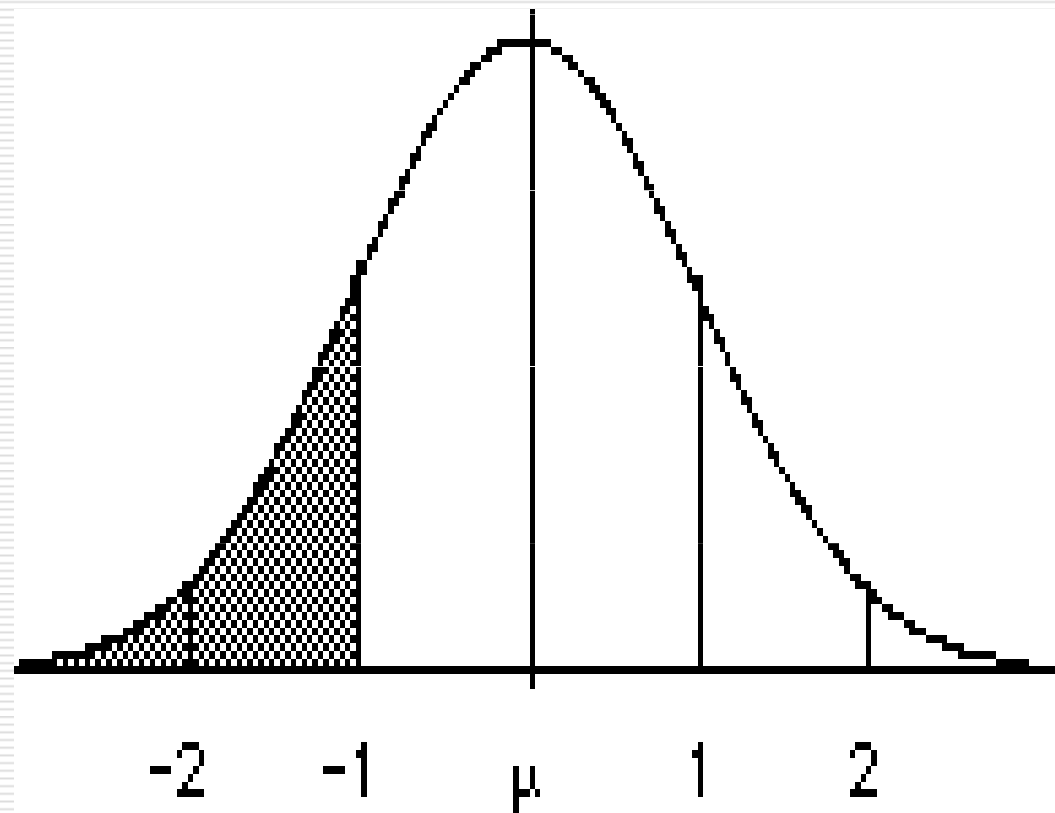
- Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraná osoba z populace bude mít IQ 130 nebo vyšší?
 - $z = 2$
 - $p = 1 - (0.50 + 0.4772) = 0.0228$
tj. **2,3%**
-

Normální rozdělení - příklady

- Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraná osoba z populace bude mít IQ 85 nebo nižší?
-

Normální rozdělení - příklady

□ $z = -1$



Normální rozdělení - příklady

- Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraná osoba z populace bude mít IQ 85 nebo nižší?
 - $z = -1$
 - $p = 1 - (0.50 + 0.3413) = 0.1587$
tj. **15,9%**
-

Normální rozdělení - příklady

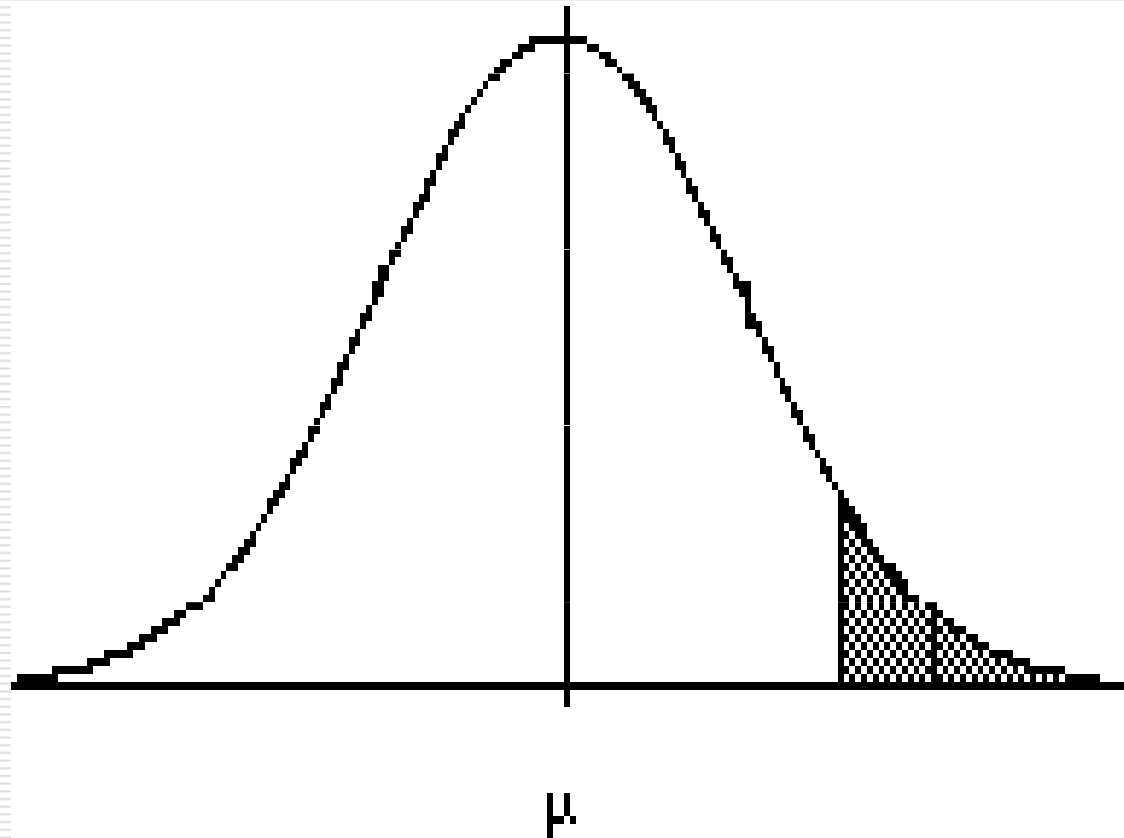
- postup při zjišťování z-skóru z tabulky:
 - načrtnout si normální rozdělení
 - vystínovat oblast odpovídající zadané pravděpodobnosti
 - v tabulce vyhledat příslušný z-skór
 - vypočítat z něj hrubý skór
-

Normální rozdělení - příklady

- Jakou minimální hodnotu IQ musí člověk mít, aby patřil mezi 5% osob s nejvyššími hodnotami IQ?
-

Normální rozdělení - příklady

□ $p = 0.05$



Normální rozdělení - příklady

- Jakou minimální hodnotu IQ musí člověk mít, aby patřil mezi 5% osob s nejvyššími hodnotami IQ?
 - $p = 0.05$
 - z tabulky (hledáme hodnotu nejbližší $0.50 - 0.05$, tj. 0.45): **$z = 1.65$**
 - $X = (1.65) \times (15) + 100 = \mathbf{124.75}$
-

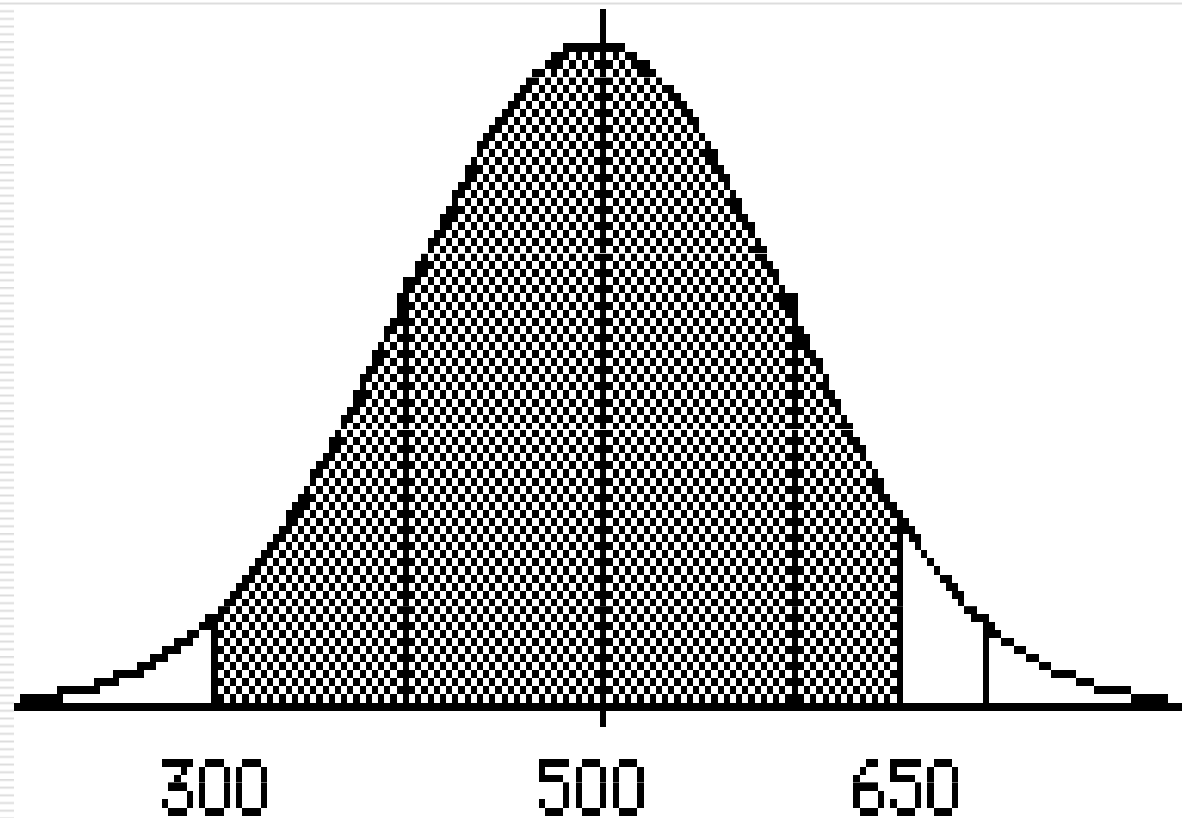
Normální rozdělení - příklady

- někdy chceme zjistit pravděpodobnost, že skór bude spadat do určitého intervalu
 - postup:
 - načrtnout graf a vystínovat zadanou oblast
 - oba (ohraničující) skóry převést na z-skóry
 - vyhledat pravděpodobnosti $<$ nebo $>$ skóru
 - sečíst či odečíst pravděpodobnosti
-

Normální rozdělení - příklady

- Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný student bude v testu z psychologie skórovat mezi 300 a 650 body? ($\mu = 500$, $\sigma = 100$)
-

Normální rozdělení - příklady



Normální rozdělení - příklady

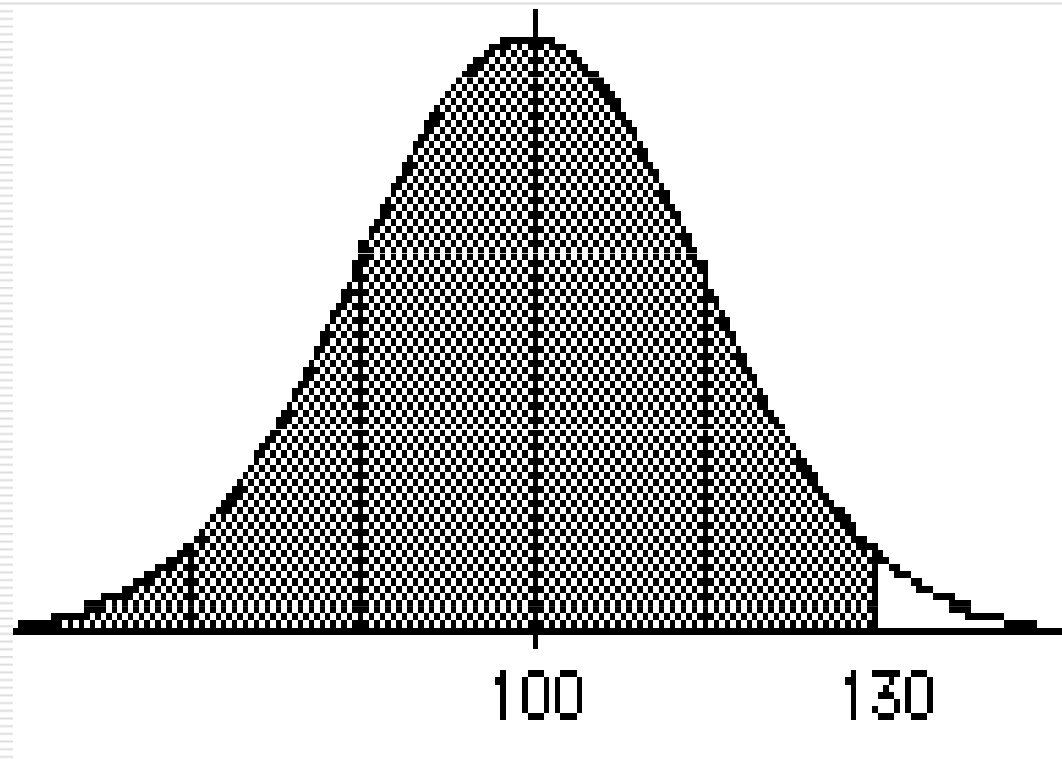
- Jaká je pravděpodobnost, že náhodně vybraný student bude v testu z psychologie skórovat mezi 300 a 650 body? ($\mu = 500$, $\sigma = 100$)
 - $p(300 < x < 650) = 0.4772 + 0.4332$
= 0.9104
-

Normální rozdělení - příklady

- příklad: kolik procent osob má nižší hodnoty IQ než člověk s IQ 130?
-

Normální rozdělení - příklady

□ $z = 2$



Normální rozdělení - příklady

□ Kolik procent osob má nižší hodnoty IQ než člověk s IQ 130?

□ z tabulky: pro $z = 2$

$$p = 0.50 + 0.4772 = 0.9772$$

97.72% osob má nižší skór

Kontrolní otázky

- výpočet a především interpretace z-skóru
 - normální rozdělení – charakteristiky
-

Literatura

- Hendl: kapitoly 4 a 5
-