Vlny - 2

Rychlost vlny na struně. Rychlost zvukové vlny.

Tvar vln, difrakce odraz a lom.

Energie a intenzita vlnění.

Hladiny intenzity zvuku

Opakování: VLNĚNÍ

- zvláštní druh pohybu, při kterém se přenášejí kmity.

Prostředím postupuje pouze rozruch a spolu s ním **energie** kmitů.

Částice prostředí zůstávají na místě a pouze **kmitají** kolem svých rovnovážných poloh.

Kmity - periodicky se opakující změny stavu

Šíření kmitů od místa svého vzniku do okolí - vzniká děj nazvaný **vlnění**

Vlnění je děj závislý na čase, jehož podstatou je ***šíření periodických změn fyzikálních veličin***

(např. mechanických výchylek, nebo změn vektorů intenzity elektrické nebo magnetické složky elektromagnetického pole, apod.)

Opakování: Harmonická postupná vlna

Harmonická vlna: jednotlivé body vlákna (prostoru) harmonicky kmitají, tj. jejich výchylku z rovnovážného stavu popíšeme pomocí funkce sinus (nebo cosinus)

$$y(x,t) = y_m \sin\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \phi\right] =$$
$$= y_m \sin(\omega t - kx + \phi)$$

$$k = \frac{\omega}{v}$$

POZOR!
Toto k není tuhost

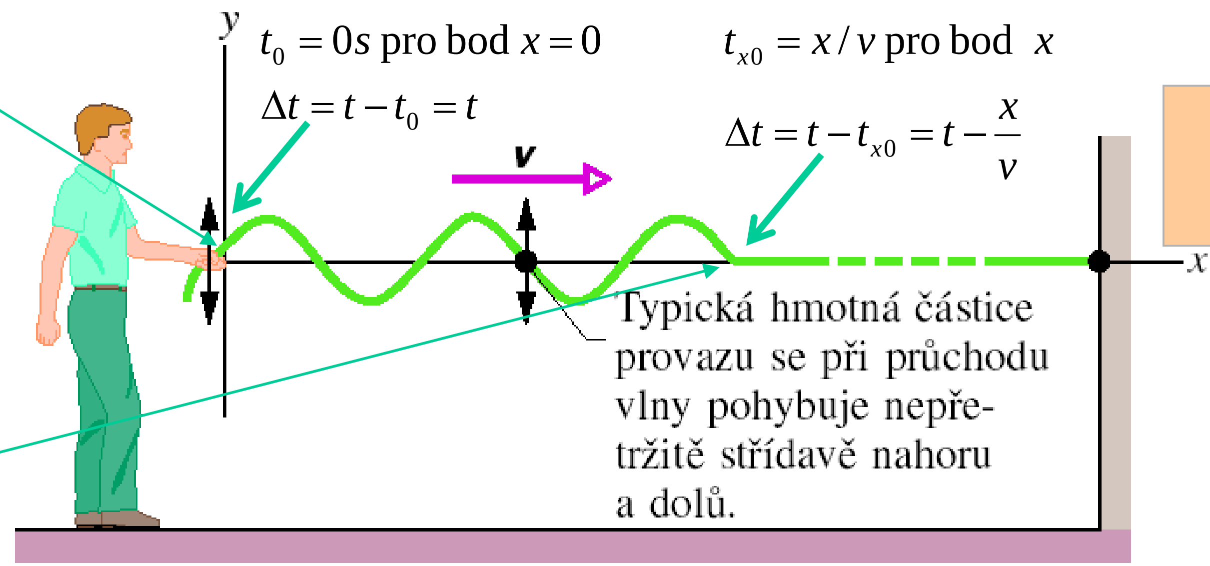
Výchylku z rovnovážné polohy bodu se souřadnicí x lze popsat:

$$y(t) = y_m \sin(\omega \Delta t + \phi) = y_m \sin(\omega (t - t_{x0}) + \phi)$$

Výraz $\Delta t = t - t_{x0}$ zahrnuje zpoždění, se kterým se vlnění rychlostí v rozšíří do bodu se souřadnicí x

Krajní bod kmitá „celou dobu“

Do bodu x se kmity rychlostí v dostanou až za dobu t_{x0} → platí: $x = v \cdot t_{x0}$



příčná

Opakování: Harmonická postupná vlna

Fyzikální význam veličin:

$$y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

$$u(x,t) = u_m \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

y, u - **okamžitá výchylka** z rovnovážné polohy bodu v prostoru, v němž se šíří vlnění; jednotky $[y] = [u] = \mathrm{m}$

y_m, u_m - **amplituda** výchylky; jednotky $[y_m] = [u_m] = \mathrm{m}$

$kx - \omega t + \varphi$ - **okamžitá fáze** vlny; φ – počáteční fáze. $[kx - \omega t + \varphi] = [\varphi] = \mathrm{rad}$

ω - úhlová frekvence kmitavého pohybu zdroje i všech bodů prostředí, v němž se vlnění šíří – **úhlová frekvence vlnění**; jednotky $[\omega] = \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$

f - **frekvence vlnění**; jednotky $[f] = \mathrm{Hz} = \mathrm{s^{-1}}$ $\omega = 2\pi f$

$\frac{1}{f} = T$ - **perioda** ; jednotky $[T] = \mathrm{s}$

$$v_p(x,t) = \frac{\partial y(x,t)}{\partial t}$$

Příčná rychlost vlnění – jak rychle se mění velikost výchylky daného bodu.

Pro: $y(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t) \rightarrow v_p(x,t) = -\omega \cdot y_m \cos(kx - \omega t)$

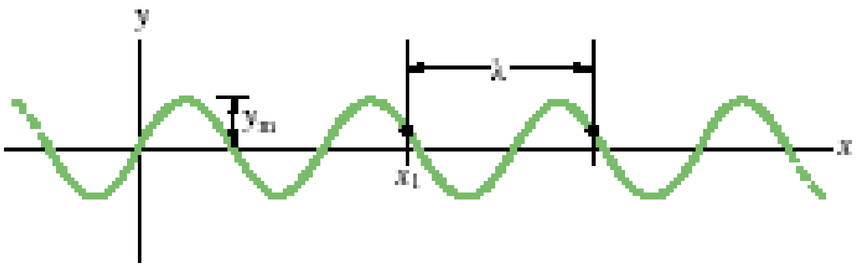
Opakování: Harmonická postupná vlna

Vzdálenost, kterou urazí vlnění za dobu jedné periody – **vlnová délka**

$$\boxed{\lambda = vT = \frac{v}{f}}$$

λ - **vlnová délka,** jednotky $[\lambda] = \mathrm{m}$
v - **fázová rychlost šíření vlnění,** jednotky $[v] = \mathrm{ms^{-1}}$

(**vlnová délka =** nejmenší vzdálenost dvou bodů, které kmitají ve stejné fázi)



Snímek struny, kterou se šíří sinusová vlna, v daném okamžiku t

$\frac{1}{\lambda}$ - **prostý vlnočet,** který určuje, kolik vln se vytvoří na úseku dlouhém 1metr.

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - **úhlový vlnočet,** určuje, o kolik radiánů se změní fáze vlny na délce 1m ve směru šíření vlny, jednotky $[k] = \mathrm{rad \cdot m^{-1}}$

$$\boxed{v = \frac{\omega}{k}}$$

- **disperzní vztah**

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{\lambda f} = \frac{\omega}{v}$$

Rychlost šíření vln na struně a v plynu

Napětí struny – charakterizuje pružnost systému

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} \quad \text{(rychlost vlny na struně),}$$

$[\tau] = \mathrm{N}$

$[\mu] = \mathrm{kg\ m^{-1}}$

Lineární hustota $\mu = m/L$ – charakterizuje setrvačnost systému

$$v = \sqrt{\frac{K}{\varrho}} \quad \text{(rychlost zvuku)}$$

$$K = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V} \quad \text{(definice } K\text{)}$$

$[K] = \mathrm{Pa}$

modul objemové pružnosti

ρ ..objemová hustota; $[\rho] = \mathrm{kg\ m^{-3}}$

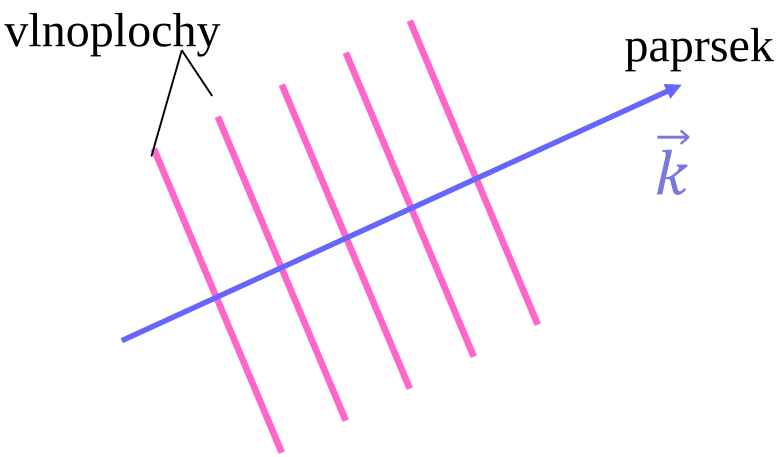
Tabulka 18.1 **Rychlost zvuku**

Prostředí	$\frac{v}{\mathrm{m \cdot s^{-1}}}$	Prostředí	$\frac{v}{\mathrm{m \cdot s^{-1}}}$	Prostředí	$\frac{v}{\mathrm{m \cdot s^{-1}}}$
Plyny[a]		*Pevné látky*[a]		*Kapaliny*[a]	
Vzduch (0 °C)	331	Hliník	6 420	Voda (0 °C)	1 402
Vzduch (20 °C)	343	Ocel	5 941	Voda (20 °C)	1 482
Helium	965	Žula	6 000	Mořská voda[b]	1 522
Vodík	1 284				

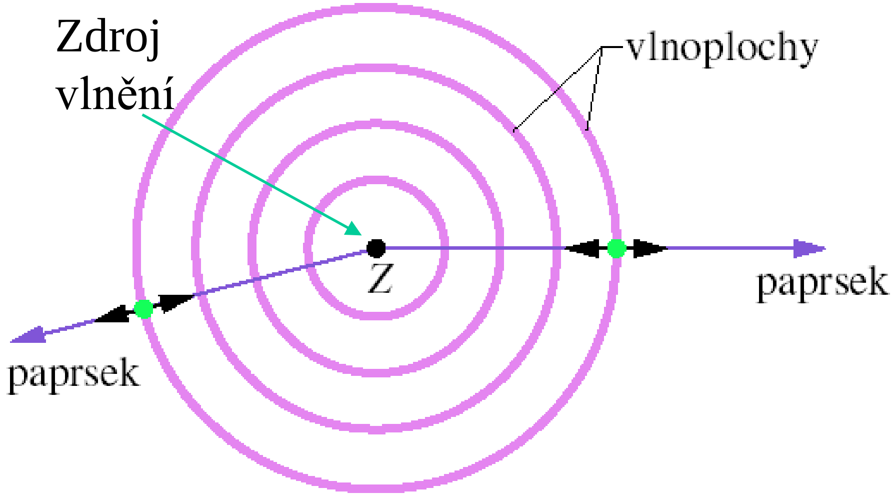
Tvar vlny

3D

Vlny rovinné



Vlny kulové



vlnoplochy – místa se stejnou fází, tj. vzdálenost dvou sousedních vlnoploch je rovna vlnové délce

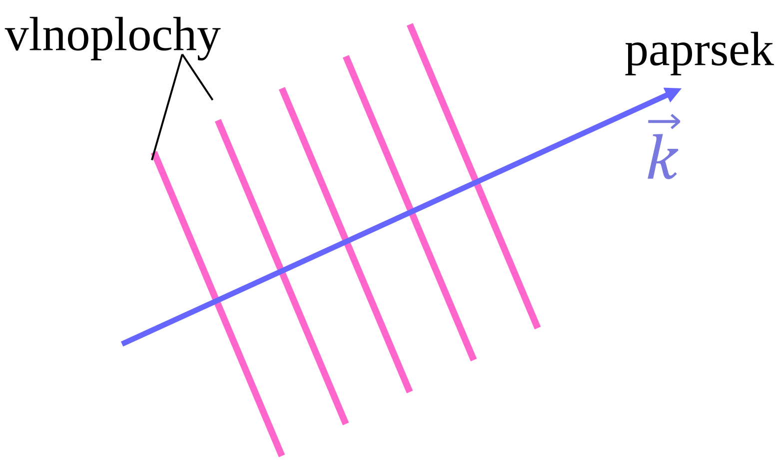
paprsek – určuje směr šíření vlny, paprsek a vlnoplocha jsou na sebe navzájem kolmé v každém bodě vlnoplochy

V dostatečné vzdálenosti od zdroje („v nekonečnu“) lze **kulovou** vlnu považovat za vlnu **rovinnou**

Tvar vlny

3D

Vlny rovinné



Výchylka $u(\vec{r}, t)$ bodu popsaného polohovým vektorem $\vec{r}$ v čase t:

$$u(\vec{r}, t) = A \sin\left(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi\right)$$

$$u(\vec{r}, t) = A \exp\left[\mathrm{i}\left(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \varphi\right)\right]$$

$\vec{k}$ je vlnový vektor (jeho velikost udává úhlový vlnočet, vektor je kolmý na vlnoplochu, pro izotropní prostředí má směr shodný se směrem šíření)

ω je úhlová frekvence vlnění

A je amplituda vlny – konstantní v čase a prostoru (nezávisí na čase ani na prostorové souřadnici)

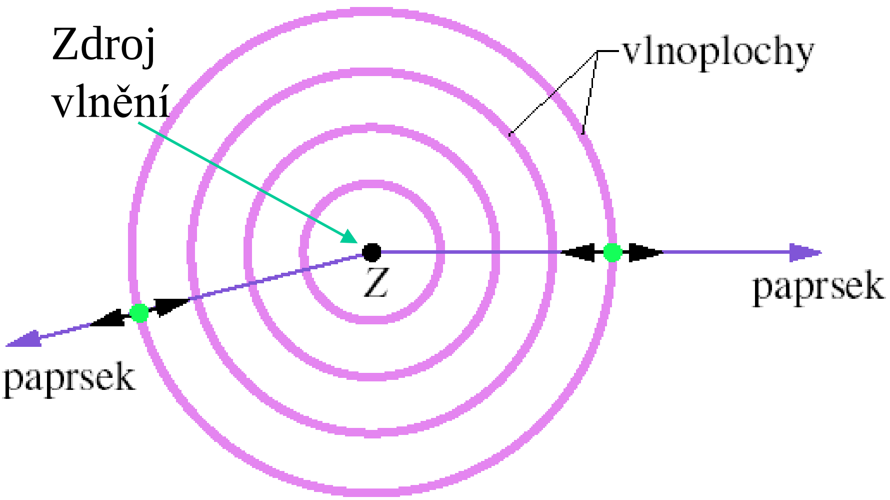
vlnoplochy – místa se stejnou fází

paprsek – určuje směr šíření vlny

Tvar vlny

3D

Vlny kulové



vlnoplochy – místa se stejnou fází

paprsek – určuje směr šíření vlny

Výchylka *u(r,t)* bodu ležícího ve vzdálenosti *r* od zdroje v čase *t:*

$$u(r,t) = \frac{C}{r}\sin(kr - \omega t + \varphi)$$

$$u(r,t) = \frac{C}{r}\exp[\mathrm{i}(kr - \omega t + \varphi)]$$

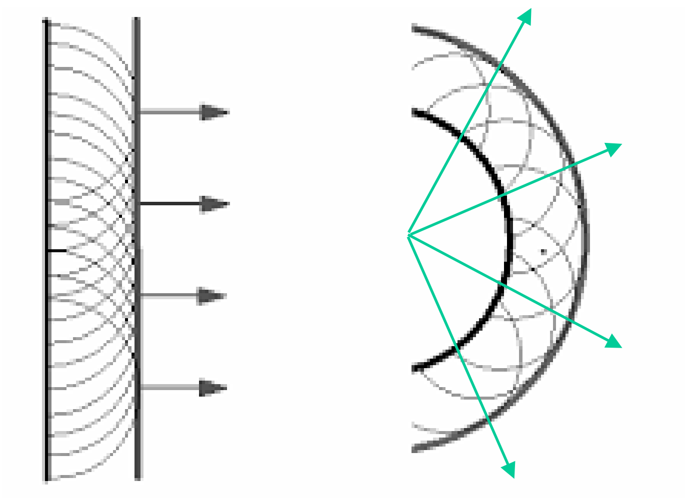
Kde k je úhlový vlnočet, ω je úhlová frekvence vlnění.

Amplituda vlny je dána výrazem $\frac{C}{r}$, kde C je konstanta a r vzdálenost od zdroje. Amplituda je konstantní v čase a klesá nepřímo úměrně se vzdáleností od zdroje.

Difrakce (ohyb) vlnění

Huygensův (Huygens-Fresnelův) princip: Každý bod prostoru, do kterého vlnění dospěje, se stává elementárním zdrojem vlnění. Elementární vlnoplochy jednotlivých bodů se sčítají.

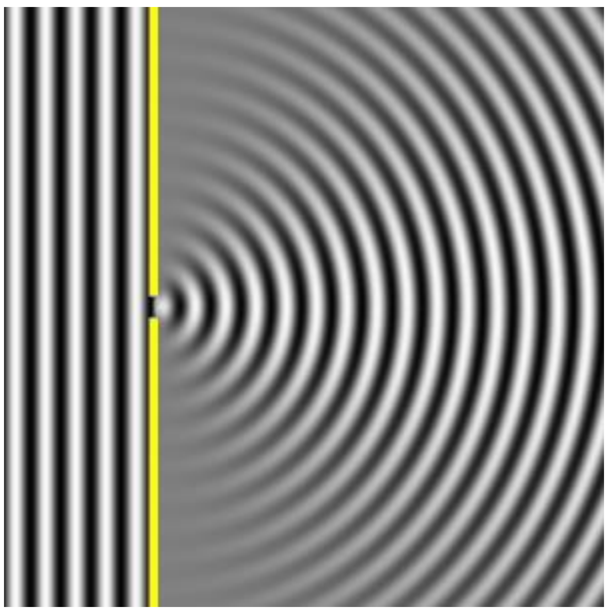
Obálka elementárních vlnoploch bodů ležících na společné vlnoploše, vytvoří následující společnou vlnoplochu ve vzdálenosti vlnové délky (tj. s časovým odstupem jedné periody).



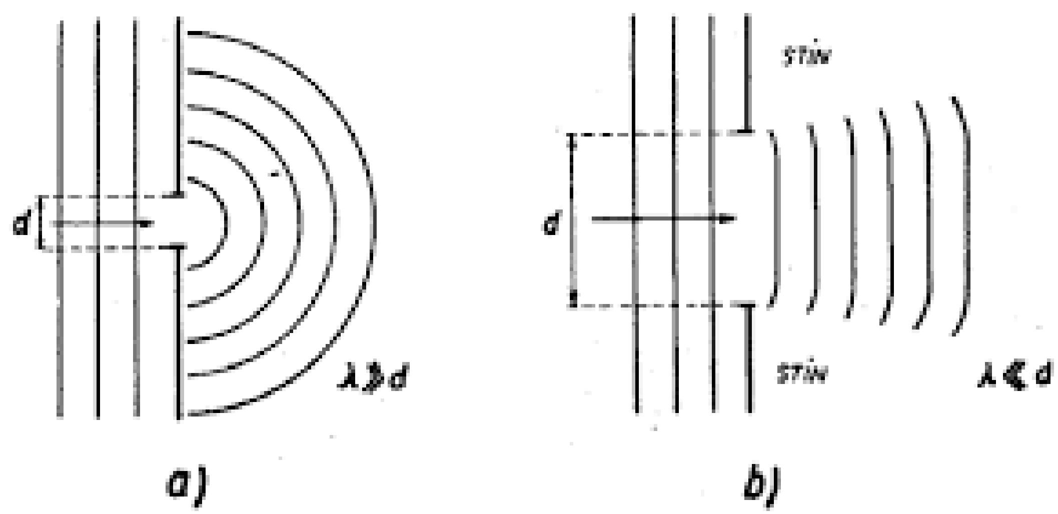
Difrakce (ohyb) vlnění

Difrakce vlny = ohyb: vlna se šíří za překážku do oblast tzv. geometrického stínu.

Ohyb vln se projeví více, pokud bude rozměr překážky (např. štěrbiny) srovnatelný s vlnovou délkou dopadajícího vlnění.



Huygensův princip pro šíření vln



Zdroj: https://www.wikiskripta.eu/w/%C5%A0%C3%AD%C5%99en%C3%AD_akustick%C3%A9ho_vln%C4%9Bn%C3%AD

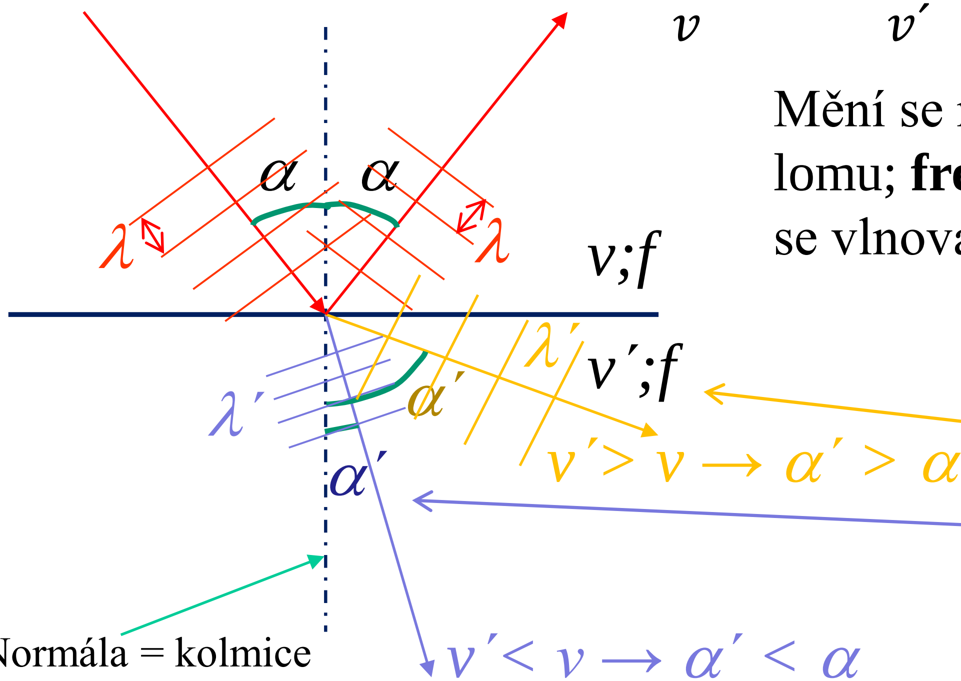
Odraz a lom vlny

Zákon odrazu a lomu: Při dopadu vlny na rozhraní dvou prostředí **pod úhlem α** vůči normále k rozhraní, dochází k odrazu a lomu vlny.

Úhel odrazu je **roven úhlu dopadu** (obojí vzhledem k normále k rozhraní).

Úhel lomu vypočítáme z úhlu dopadu a rychlostí šíření vln v obou prostředích následovně:

$$\frac{\sin(\alpha)}{v} = \frac{\sin(\alpha')}{v'} \rightarrow \sin(\alpha') = \sin(\alpha)\frac{v'}{v}$$



Normála = kolmice k rozhraní

Mění se rychlost šíření → mění se úhel lomu; **frekvence** se zachovává → mění se vlnová délka:

$$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow \lambda' = \frac{v'}{f}$$

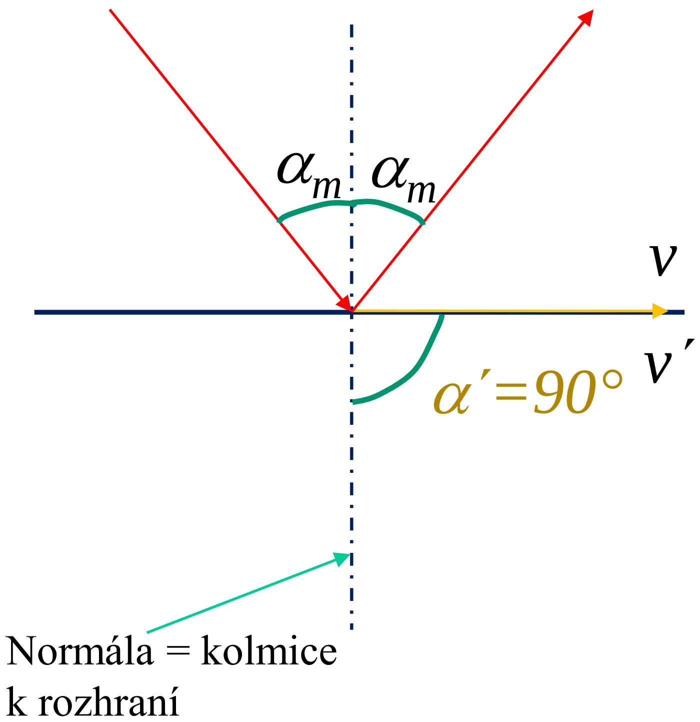
$$v' > v \rightarrow \lambda' > \lambda;$$

$$v' < v \rightarrow \lambda' < \lambda$$

Odraz a lom vlny

Totální odraz: může nastat v případě, že je $v < v'$. Pokud vlnění dopadne na rozhraní pod úhlem větším než je mezní úhel α_m, nedojde k lomu, ale pouze k odrazu.

$$\frac{\sin(\alpha_m)}{v} = \frac{\sin(90°)}{v'} \rightarrow \sin(\alpha_m) = 1\frac{v}{v'} = \frac{v}{v'}$$



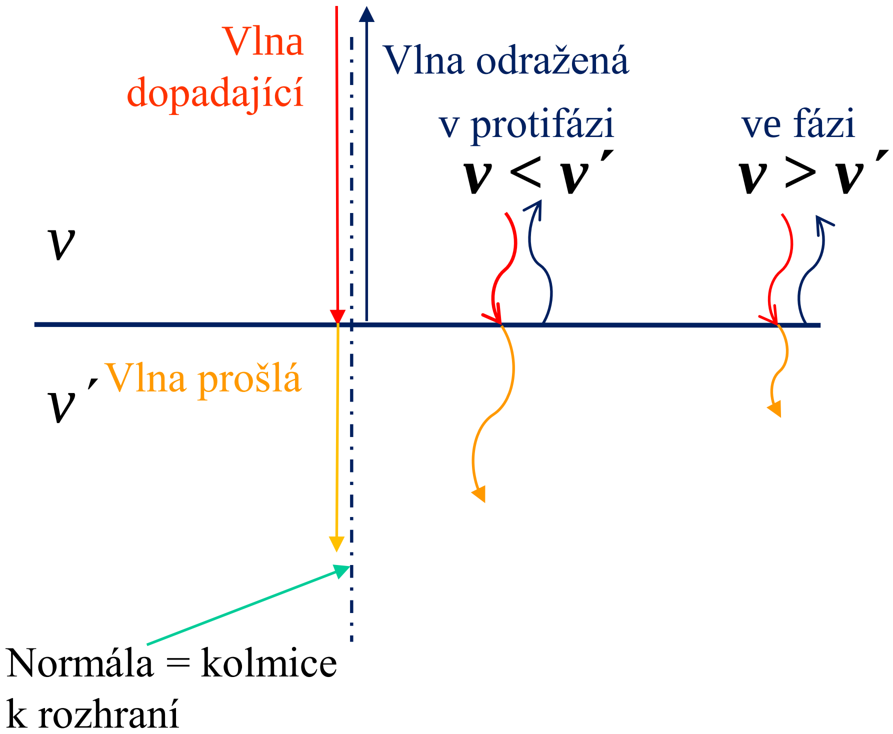
Pro úhel dopadu větší (nebo rovno) meznímu úhlu se vlna pouze odrazí – energie odražené vlny je stejná jako energie vlny dopadající – při totálním odrazu zvukové vlny se nezmění její hlasitost.

Odraz a lom vlny

Vlny dopadající kolmo na rozhraní: docházi k odrazu od rozhraní zpět a k průchodu vlny do prostředí za rozhraní.

Pro $v < v'$ (např. zvuková vlna prochází ze vzduchu do vody) se vlna odráží **v protifázi** – mluvíme o odrazu **na pevném konci**.

Pro $v > v'$ se vlna odráží **ve fázi** mluvíme o odrazu **na volném konci**.



Při odrazu i průchodu vlny se frekvence vlnění zachovává → mění se vlnová délka:

$$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow \lambda' = \frac{v'}{f}$$

$$v > v' \rightarrow \lambda > \lambda'$$

$$v < v' \rightarrow \lambda < \lambda'$$

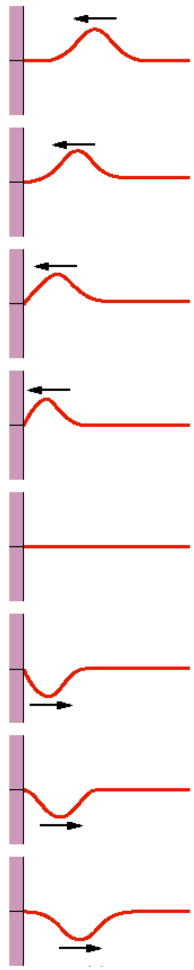
Odraz vlny - okrajové podmínky

Pokud postupná vlna dopadne na ohraničené prostředí, dochází k odrazu vlny. Vlna se odrazí **ve fázi** s dopadající vlnou (při odrazu „na volném konci“) nebo **v protifázi** (odraz „na pevném konci“)

odraz na pevném konci

$$y(0,t)=0$$

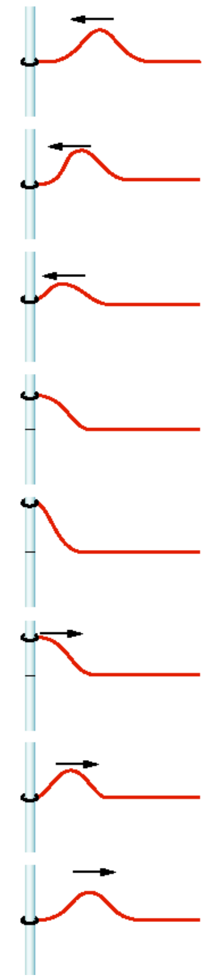
v protifázi



odraz na volném konci

$$\left.\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}\right|_{x=0}=0$$

ve fázi



Energie a intenzita vlny

Vlnivý pohyb **přenáší energii.**

Výkon vlny (Tok energie plochou): $dP = \dfrac{dE}{dt}$

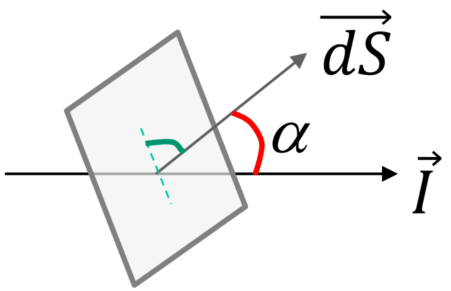
číselně je roven energii, kterou vlnění za 1 sekundu pronese pomyslnou plochou.

Abychom mohli porovnávat množství energie přenášené různými vlnami, definujeme veličinu **Intenzita vlnění $\boldsymbol{I}$** $[\boldsymbol{I}]$ = W.m^{-2}

Intenzita vlnění I je číselně rovna **energii, která za 1 sekundu** v daném místě **projde plochou jednotkové velikosti**, nastavenou **kolmo ke směru** šíření vlnění. Vektor **intenzity vlnění** $\vec{I}$ má orientaci ve směru šíření vlny (paprsku).

Výkon vlny (tok energie plochou) procházející plochou dS, jejíž normála svírá se směrem šíření vlnění úhel α potom vypočítáme podle vztahu:

$$dP = \vec{I} \cdot \overrightarrow{dS} = I \cdot dS \cdot \cos\alpha$$



Energie a intenzita vlny

Intenzita vlnění *I* - výpočet

Kmitající částice o hmotnosti m má celkovou energii (viz. kmity – celková energie oscilátoru):

$$E = \frac{1}{2} m \omega^2 u_m^2 = E_k + E_p$$

ω - úhlová frekvence vlny

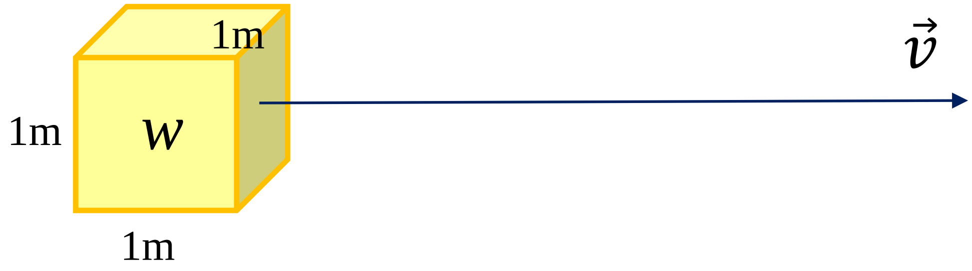
u_m – amplituda výchylky vlny

⇒ **Objemová hustota energie, která je přenášena postupným vlněním**

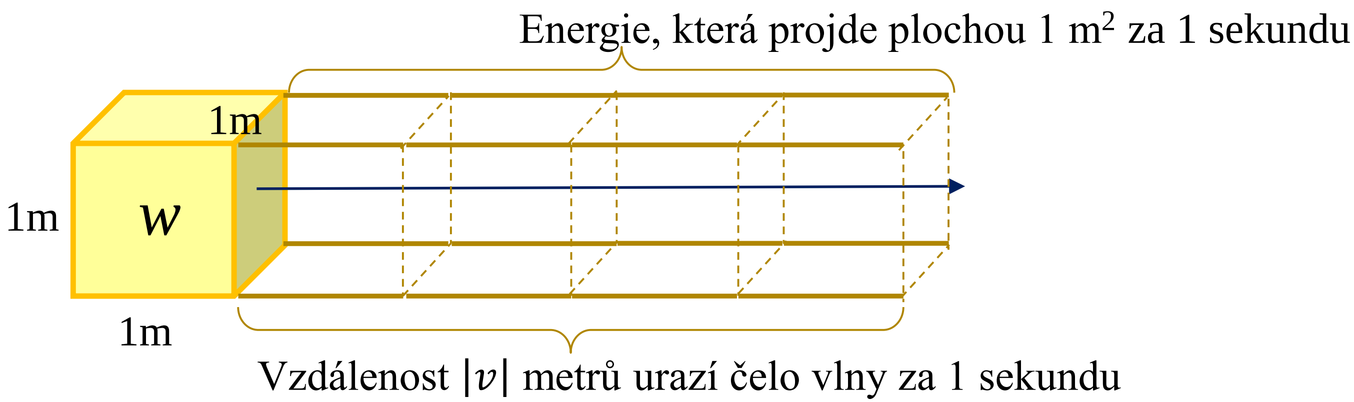
$$w = \frac{E}{V} = \frac{1}{2}\frac{m}{V}\omega^2 u_m^2 = \frac{1}{2}\rho\omega^2 u_m^2$$

w - energie „uschovaná“ v objemu 1 m^3

Za 1 sekundu se energie přesune o vzdálenost o velikosti $|v|$ (v je rychlost šíření vlnění).



Energie a intenzita vlny



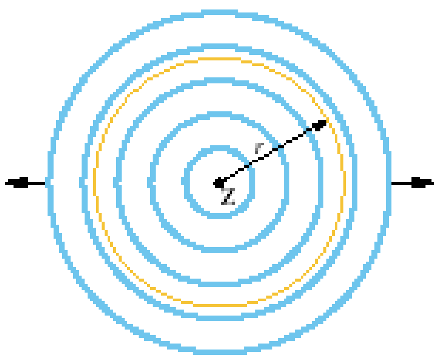
Energie, která za 1 sekundu projde pomyslnou plochou 1m², postavenou kolmo na směr šíření vlnění = intenzita vlnění:

$$\boxed{I = w \cdot v = \frac{1}{2} v \rho \omega^2 u_m^2}$$

Energie a intenzita vlny

U **kulových vln** (od zdroje se šíří rozruch všemi směry v izotropním prostředí) klesá **intenzita** se čtvercem vzdálenosti *r* od zdroje

$$I(r) = \frac{P_z}{4\pi r^2}$$



kde P_z je výkon zdroje kulových vln.

Vlna postupuje izotropním prostředím do všech směrů – ve vzdálenosti *r* od zdroje je vyzářená energie (celý výkon zdroje) „rozprostřena“ do povrchu koule o poloměru *r*.

Povrch koule: $S(r) = 4\pi r^2$

Intenzita vlny ve vzdálenosti *r* od zdroje:

$$I(r) = \frac{P_Z}{S(r)} = \frac{P_Z}{4\pi r^2}$$

Výkon, který projde plochou *S* ve vzdálenosti *r* od bodového zdroje: $P(r) = I(r) \cdot S$

HRW 18.42.

42Ú. Bodový zdroj o výkonu 30,0 W vysílá izotropně zvukové vlny. Malý mikrofon s účinnou plochou 0,750 cm^2 je umístěn 200 m od zdroje. Vypočtěte (a) intenzitu zvuku v daném místě a (b) výkon přijímaný mikrofonem.

[a) 6×10^{-5} Wm^{-2}, b) $4{,}5 \times 10^{-9}$ W]

Intenzita zvuku a její hladiny

Celková **energie vlny** **závisí na amplitudě výchylky** kmitajících částic prostředí. Amplitudy polohové výchylky **zvukové vlny**, kterou může zaznamenat lidské ucho, leží **v rozmezí 10^{-11} m** (nejslabší slyšitelný zvuk) a **10^{-5} m** (nejhlasitější snesitelný zvuk) → 6 řádů = 10^6 x.

Intenzita zvuku - úměrná druhé mocnině amplitudy → 12 řádů = 10^{12} x.

Zavedeme veličinu **hladina intenzity zvuku β**:

$$\boxed{\beta = (10\,\mathrm{dB})\log\frac{I}{I_0}}$$

Kde dB je zkratka jednotky decibel,

I je intenzita zvuku. Intenzita vzroste 10x → **hodnota β** vzroste o 10 dB

I_0 je referenční hodnota intenzity, odpovídající nejnižší lidským uchem slyšitelné úrovni zvuku. (I_0 = 10^{-12} $\mathrm{Wm^{-2}}$).

Pro funkci logaritmus (log) platí:
$y = \log x \rightarrow x = 10^y$; např. $y = \log 100 = \log 10^2 = 2 \rightarrow x = 10^y = 10^2 = 100$

Intenzita zvuku a její hladiny

$$\boxed{\beta = (10\,\mathrm{dB})\log\frac{I}{I_0}}$$

(I_0 = 10^{-12} $\mathrm{Wm^{-2}}$)

Některé hladiny intenzity zvuku v dB:

Práh slyšitelnosti. β = 0 dB ($I = I_0 = 10^{-12}\ \mathrm{Wm^{-2}}$)

Ševelení listů β = 10 dB ($I = 10^{-11}\ \mathrm{Wm^{-2}}$)

Běžný hovor β = 60 dB ($I = 10^{-6}\ \mathrm{Wm^{-2}}$)

Rockový koncert β = 110 dB ($I = 10^{-1}\ \mathrm{Wm^{-2}}$)

Práh bolesti β = 120 dB ($I = 10^{0}\ \mathrm{Wm^{-2}} = 1\ \mathrm{Wm^{-2}}$)

Proudový motor β = 130 dB ($I = 10^{1}\ \mathrm{Wm^{-2}} = 10\ \mathrm{Wm^{-2}}$)

Hlasitost zvuku, kterou vnímáme, souvisí s hladinou intenzity zvuku.