

Výroková logika a FOPL



ISKM89 Organizace dat - sémantický web | podzim 2023
Zuzana Nevěřilová | Centrum zpracování přirozeného jazyka

Příklad tvrzení

Tim Berners-Lee vynalezl web.

je tvrzení.

Tvrzení má pravdivostní hodnotu.

Co to znamená?

Sémantický web je propojení objektů na internetu tak, aby mu “rozuměli” lidé i počítačové programy.

Počítačové programy potřebují formalizaci.

Výroková logika a predikátová logika prvního řádu jsou příkladem formalizace tvrzení, včetně zkoumání pravdivostních hodnot.

Formalizace tvrzení

- Tim Berners-Lee vynalezl web.
- Tim Berners-Lee vynalezl sémantický web.

Entity

- Tim Berners-Lee
- Web
- Sémantický web

Relace

- Vynalézt

Pravdivostní hodnota

- NE/Pravda (v čase a místě)

Množiny a relace

Množiny

Sdružují prvky podle vlastnosti
(celá čísla, měsíce v roce,
britští spisovatelé)

Prvky jsou si rovny

Operace nad množinami

- průnik
- sjednocení

Relace

(některé) prvky kartézského součinu

$$A \times B = \{(a, b) : a \in A \text{ and } b \in B\}$$

Př.: $A = \{1,2,7\}$, $B = \{4,5\}$

$R < = \{(1,4), (1,5), (2,4), (2,5)\}$

Vlastnosti relací

reflexivita, symetrie, tranzitivita,
antisymetrie, ekvivalence, uspořádání...

Výroková logika (propositional logic/calculus)

Výrok

cokoli, co může mít pravdivostní hodnotu
(oznamovací věta, která tvrdí fakta)

Co není výrok:

- ahoj
- kolik to stojí?
- růžová je nejkrásnější barva
- kéž by už byl konec
- prohlašuji vaše manželství za uzavřené

Operátory (výrokové spojky): $\wedge, \vee, \neg, \Rightarrow$

p = “Alice maluje pokoj”

q = “Bob maluje Monu Lisu”

$\neg p$ – Alice nemaluje pokoj.

$\neg p \wedge q$

– Alice nemaluje pokoj a/ale
Bob maluje Monu Lisu

\Rightarrow implikace $p \Rightarrow q = (p \wedge q) \vee \neg p$

Výroková logika (propositional logic/calculus)

Formule, atomická formule

Výrok je atomická formule. Atomická formule je formule.

Výroky spojené logickými spojkami jsou formule.

Výroková logika, pravdivostní hodnoty

Pravdivostní ohodnocení

Atomické formule:

- matematicky
 $e(\text{“2 je sudé číslo”}) = 1$
- empiricky
 $e(\text{“Mt. Everest je nejvyšší hora”}) = 1$

Pravdivostní ohodnocení

Složené formule

Pravdivostní tabulky

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Predikátová logika prvního řádu (First-order predicate logic, FOPL)

Predikát $P(t)$ – pro objekt reprezentovaný t platí P . t nazýváme **term**.

malovat(x)

– x maluje. (x je **proměnná**)

malovat(Alice)

– Alice maluje. (Alice je **konstanta**.)

Arita: n -ární predikát $P(x_1, x_2, \dots, x_n)$

malovat(Alice, pokoj)

– Alice maluje pokoj.

Operátory (stejně jako ve VL): \wedge, \vee, \neg

\neg malovat(Alice, pokoj)

– Alice nemaluje pokoj.

\neg malovat(Alice, pokoj) \wedge malovat(Bob, MonaLisa).

– Alice nemaluje pokoj a/ale Bob maluje Monu Lisu..

Kvantifikátory \forall, \exists

$\forall x: \neg$ malovat(x)

– nikdo nemaluje

Predikátová logika a přirozený jazyk

Věty v přirozeném jazyce lze převést na formule FOPL (a naopak).

Tim Berners-Lee vynalezl web. \rightarrow vynalézt(TimBerners-Lee, Web)

Typicky je vhodné určit přísudek věty jako predikát.

Kvantifikátory FOPL jen někdy odpovídají kvantifikátorům v přirozeném jazyce.

Každý používá web $\rightarrow \forall x: \text{používat}(x, \text{Web})$

Někdo web nepoužívá $\rightarrow \exists x: \neg \text{používat}(x, \text{Web})$

Skoro všichni web používají $\rightarrow ?x: \text{používat}(x, \text{Web})$

Predikátová logika a odvozování

Výhodou FOPL je možnost vyjadřovat se o objektech (konstantách) a proměnných.

Také můžeme odvozovat znalosti pomocí dedukce.

Tim Berners-Lee vynalezl web.

Tim Berners-Lee vynalezl sémantický web.

Kdo něco vynalezne, je vynálezce.

Tim Berners-Lee něco vynalezl.

Tim Berners-Lee je vynálezce.

Predikátová logika a přirozený jazyk, limity

Některým víceznačným větám v přirozeném jazyce rozumíme díky své znalosti:

Jeden Američan každou hodinu zemře na rakovinu.

→ $\exists a \forall h: \text{zemřít}(a, h)$

→ $\forall h \exists a: \text{zemřít}(a, h)$

Predikátová logika a přirozený jazyk, limity

FOPL neumí popsat sekvence:

Honza kopnul a míč přistál v brance. \rightarrow $\text{kopnout}(\text{Honza}) \wedge \text{přistát}(\text{míč}, \text{branka})$

$\text{kopnout}(\text{Honza}) \wedge \text{přistát}(\text{míč}, \text{branka}) = \text{přistát}(\text{míč}, \text{branka}) \wedge \text{kopnout}(\text{Honza})$

$\text{přistát}(\text{míč}, \text{branka}) \wedge \text{kopnout}(\text{Honza}) \rightarrow$ Míč přistál v brance a Honza kopnul.

Predikátová logika a přirozený jazyk, limity

FOPL nerozlišuje tvrzení o třídě a o individuu.

Český prezident je volen na 5 let.

Český prezident rád jezdí na motorce.

Problémy s odvozováním

Petr Pavel je českým prezidentem.

Andrej Babiš se chtěl stát českým prezidentem.

Andrej Babiš se chtěl stát Petrem Pavlem.

Predikátová logika a přirozený jazyk, limity

FOPL nerozlišuje tvrzení o slově (označení) a o konceptu.

Mus syllaba est. Syllaba autem caseum non rodit; mus ergo caseum non rodit.

(Myš je slabika. Ale slabika sýr nekouše; myš tedy sýr nekouše.)

Predikátová logika a přirozený jazyk, co je první řád?

Ve FOPL argumentem predikátu nemůže být predikát.

$P, Q, x, y. P(x)$ ✓ $P(x) \wedge Q(y)$ ✓ $P(Q)$ ✗

Andrej Babiš lhal. \rightarrow lhát(AndrejBabiš) ✓

Lhát se nesmí. $\rightarrow \neg$ smět(lhát) ✗ není predikát prvního řádu