

Interference vln

Př. 17.38

Na struně se šíří souhlasným směrem dvě stejné sinusové vlny a interferují.

Výsledná vlna má rovnici:

$$y'(x, t) = (3,0 \text{ mm}) \sin(20 \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1} x - 4,0 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} t + 0,82 \text{ rad})$$

- $y_1 = y_m \cdot \sin(kx - \omega t)$
- $y_2 = y_m \sin(kx - \omega t + \varphi)$

- Jaká je společná vlnová délka λ obou výchozích vln?
- Jaký je mezi nimi fázový rozdíl?
- Jaká je jejich společná amplituda y_m ?

$$y' = y_1 + y_2 = 2 y_m \cos \frac{\varphi}{2} \sin(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2})$$

a) $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{20} \text{ m} = 0,314 \text{ m}$

b) $\varphi = ?$ $\varphi' = \frac{\varphi}{2}$ $\Rightarrow \varphi = 2 \cdot \varphi' = 2 \cdot 0,82 \text{ rad} = 1,64 \text{ rad}$

c) $y_m = ?$ $y_m' = 2 \cdot y_m \Rightarrow y_m = \frac{y_m'}{2} = \frac{3 \text{ mm}}{2} = 1,5 \text{ mm}$

$$y_m' = 2 \cdot y_m \cdot \cos \frac{\varphi}{2} \Rightarrow y_m = \frac{y_m'}{2 \cdot \cos \frac{\varphi}{2}} = \frac{3 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{2 \cdot \cos 0,82 \text{ rad}} = 0,0022 \text{ m}$$

$y_m = 2,2 \text{ mm}$

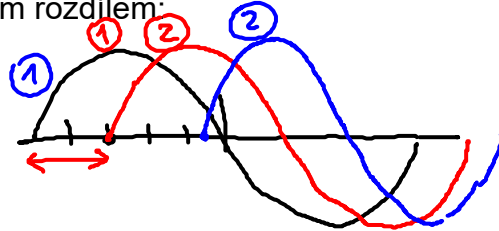
Kapitola 17, kontrola 4

2 identické harmonické vlny postupují souhlasným směrem. Uvažte následující čtyři dráhové rozdíly mezi oběma výchozími vlnami: $0,2 \lambda$; $0,45 \lambda$; $0,6 \lambda$; $0,8 \lambda$. Uspořádejte je sestupně podle velikosti amplitudy výsledné vlny.

Rovnice pro vztah mezi dráhovým a fázovým rozdílem:

$$\frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\Delta L}{\lambda}$$

$$y'_m = 2y_m \cos \frac{1}{2}\varphi$$



$$\varphi \dots \Delta L \quad \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\Delta L}{\lambda}$$

$$2\pi \dots \lambda$$

$$\varphi = 2\pi \cdot \frac{\Delta L}{\lambda}$$

$$\Delta L_1 = 0,2 \lambda$$

$$y'_m = 2y_m \cdot \cos \frac{1}{2}\varphi$$

$$(1) \quad \varphi_1 = 2\pi \cdot \frac{0,2\lambda}{\lambda} = \underline{2\pi \cdot 0,2}$$

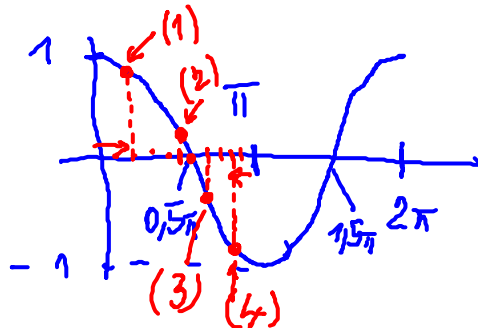
$$\cos \frac{\varphi_1}{2} = \cos \frac{2\pi \cdot 0,2}{2} = \underline{\cos 0,2\pi}$$

$$(2) \quad \Delta L_2 = 0,45 \lambda \Rightarrow \varphi_2 = 2\pi \cdot \frac{0,45\lambda}{\lambda} = \underline{2\pi \cdot 0,45} \Rightarrow \cos 0,45\pi$$

$$(3) \quad \Delta L_3 = 0,6 \lambda \Rightarrow \varphi_3 = 2\pi \cdot \frac{0,6\lambda}{\lambda} = \underline{2\pi \cdot 0,6} \Rightarrow \cos 0,6\pi$$

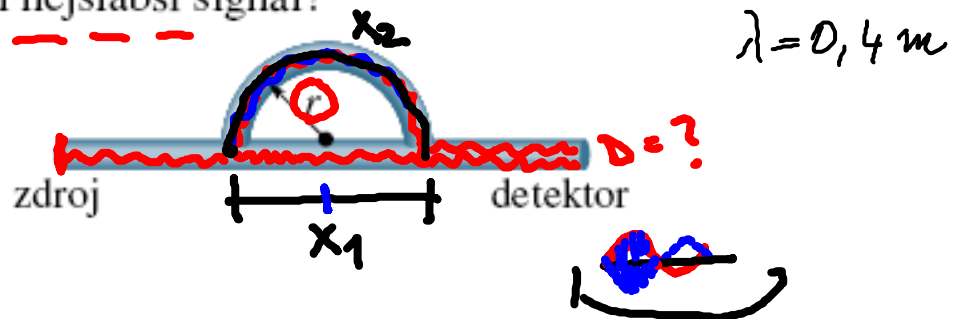
$$(4) \quad \Delta L_4 = 0,8 \lambda \Rightarrow \varphi_4 = \underline{2\pi \cdot 0,8} \Rightarrow \cos 0,8\pi$$

$$y'_m = 2y_m \cdot \cos \dots$$



$$(1) = (4) > (3) > (2)$$

24Ú. Zvuková vlna o vlnové délce 40,0 cm vstupuje do trubice nakreslené na obr. 18.33 koncem, na němž je připojen zdroj. Jaký musí být nejmenší poloměr r , aby detektor na druhém konci zachytil nejslabší signál?



$$\lambda = 40 \text{ cm}$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{\lambda}{2}$$

$$x_1 = 2r$$

$$x_2 = \pi r$$

$$\pi \cdot r - 2r = \frac{\lambda}{2}$$

$$r(\pi - 2) = \frac{\lambda}{2}$$

$$r = \frac{\frac{\lambda}{2}}{\pi - 2} = \frac{0,4 \text{ m}}{2 \cdot (3,14 - 2)} = \frac{0,4 \text{ m}}{2 \cdot 1,14} =$$

$$= \underline{\underline{0,18 \text{ m}}}$$

Dva reproduktory jsou umístěny 3,35 m od sebe. Posluchač sedí ve vzdálenosti 18,3 m od jednoho a 19,5 m od druhého reproduktoru. Zvukový generátor udržuje na obou reproduktorech stejnou amplitudu a frekvenci. Vysílaná frekvence se mění v celém slyšitelném rozsahu (20 Hz – 20 kHz).

- Najděte tři nejnižší frekvence, při kterých bude kvůli destruktivní interferenci posluchač vnímat nejslabší signál.
- Jaké jsou tři nejnižší frekvence, při kterých bude vnímaný signál maximální?

$$v = 340 \text{ m/s}$$

Destruktivní interference

$$\Delta L = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Konstruktivní interference

$$\Delta L = m\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$x = 3,35 \text{ m} \quad y_1 = 18,3 \text{ m} \quad y_2 = 19,5 \text{ m}$$

$$\Delta y = y_2 - y_1 = 1,2 \text{ m}$$

$$1. \quad \Delta y = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2 \cdot \Delta y = 2,4 \text{ m}$$

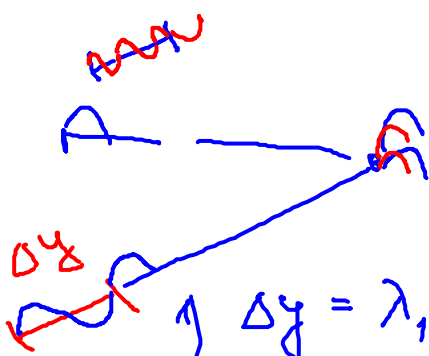
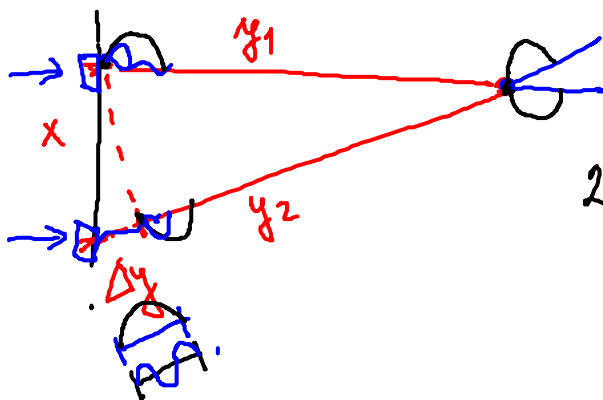
$$\lambda_1 = \frac{v}{f_1} \Rightarrow f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{340}{2,4} \text{ Hz} = \underline{142 \text{ Hz}}$$

$$2. \quad \Delta y = \frac{3 \cdot \lambda_2}{2} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{2 \cdot \Delta y}{3} = \frac{2,4}{3} = 0,8 \text{ m}$$

$$f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = \frac{340}{0,8} = \underline{426 \text{ Hz}}$$

$$3) \quad \Delta y = \frac{5 \cdot \lambda_3}{2} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{2 \cdot \Delta y}{5} = \frac{2,4}{5} = 0,48 \text{ m}$$

$$f_3 = 5 \cdot f_1 = 5 \cdot 142 = \underline{710 \text{ Hz}}$$



$$1) \quad \Delta y = \lambda_1 \Rightarrow \lambda_1 = 1,2 \text{ m} \quad f_1 = \frac{v}{\lambda_1} = \frac{340}{1,2} \text{ Hz} = 283 \text{ Hz}$$

$$2) \quad \Delta y = 2\lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{\Delta y}{2} \quad f_2 = \frac{v}{\lambda_2} = 2 \cdot \frac{v}{\Delta y} = 566 \text{ Hz}$$

$$3) \quad \Delta y = 3\lambda_3 \Rightarrow \lambda_3 = \frac{\Delta y}{3} \quad f_3 = \frac{v}{\lambda_3} = 3 \cdot \frac{v}{\Delta y} = \underline{849 \text{ Hz}}$$

58Ú. Kmitání struny je popsáno rovnicí

$$y_1 = y_a \cdot \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2 = y_a \cdot \sin(kx + \omega t)$$

$$\Rightarrow y' = 2 \cdot y_a \cdot \sin kx \cos \omega t$$

$$y' = (0,50 \text{ cm}) \sin \left[\left(\frac{\pi}{3} \text{ cm}^{-1} \right) x \right] \cos \left[(40\pi \text{ s}^{-1}) t \right]$$

$$y' = y_a' \cdot \sin(kx) \cdot \cos(\omega t)$$

(a) Uvedené kmitání vzniklo superpozicí dvou stejných vln (až na směr šíření). Jaká byla jejich amplituda a rychlost? (b) Jaká je vzdálenost mezi sousedními uzly stojaté vlny? (c) Jak velkou příčnou rychlost má částice struny o souřadnici $x = 1,5 \text{ cm}$ v čase $t = \frac{9}{8} \text{ s}$?

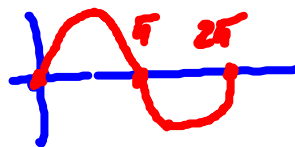
$$kx = n\pi \Rightarrow x = \frac{n\pi}{k} = \frac{n\pi}{\frac{2\pi}{\lambda}} \rightarrow x_n = n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, 3) \quad \text{uzly}$$

a) $y_a' = 0,50 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 2 y_a \Rightarrow y_a = \frac{y_a'}{2} = \frac{5 \cdot 10^{-3}}{2} \text{ m} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{40\pi}{100 \cdot \frac{\pi}{3}} = \frac{40 \cdot 3}{100} = 1,2 \text{ m/s}$$

$$k = \frac{\pi}{3} \text{ cm}^{-1} = 100 \cdot \frac{\pi}{3} \text{ m}^{-1} \quad \omega = 40\pi \text{ s}^{-1}$$

b) $\sin(kx) = 0$



$$n = 0, 1, 2, \dots$$

$$kx = n\pi \Rightarrow x = \frac{n \cdot \pi}{k} \Rightarrow x_0 = 0 \frac{\pi}{k} = 0$$

$$x_1 = \frac{1 \cdot \pi}{k} = \frac{\pi}{100 \cdot \frac{\pi}{3}} = \frac{3}{100} \text{ m} = 3 \text{ cm}$$

$$\Delta x = x_1 - x_0 = 3 \text{ cm}$$

c) $x = 1,5 \text{ cm}, t = \frac{9}{8} \text{ s}$

$$v_p = \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial (y_a' \cdot \sin kx \cos \omega t)}{\partial t} = [y_a' \sin kx \sin(\omega t)] \cdot \omega =$$

$$= -\omega \cdot y_a' \cdot \sin kx \sin \omega t$$

$$= -40\pi \cdot 0,50 \text{ cm} \cdot \sin\left(\frac{100\pi}{3}\right) \sin(40\pi \cdot t)$$

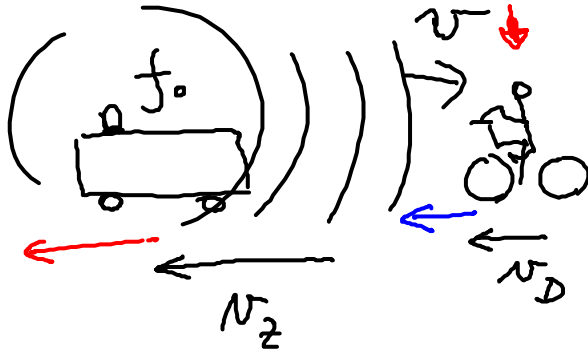
$$\nu_p \left(\frac{9}{8}; 150 \right) = -40\pi \cdot 0,005 \text{ m} \cdot \sin \left(\frac{100\pi}{3} \cdot \frac{1,5}{3} \cdot \frac{0,5\pi}{3} \right) \cdot \sin \left(40\pi \cdot \frac{9}{8} \right) = 0$$

$\nu_p = 0$

HRW 18.69

Sanitka, jejíž siréna zní s frekvencí 1600 Hz, předjíždí cyklistu jedoucího rychlostí 2,5 m.s⁻¹. Poté, co ho sanitka předjede, slyší cyklista frekvenci 1590 Hz. Jakou rychlostí jede sanitka.

Rychlost zvuku ve vzduchu uvažujeme 343 m.s⁻¹.



$$\nu = 343 \text{ m/s}$$

$$\nu_D = 2,5 \text{ m/s}$$

$$\nu_z = ?$$

$$f_0 = 1600 \text{ Hz}$$

$$f_1 = 1590 \text{ Hz}$$

$$f_1 = f_0 \frac{\nu + \nu_D}{\nu + \nu_z}$$

$$f_1 (\nu + \nu_z) = f_0 \cdot (\nu + \nu_D) \quad | : f_1$$

$$\nu + \nu_z = \frac{f_0}{f_1} \cdot (\nu + \nu_D) \quad | - \nu$$

$$\nu_z = \frac{f_0}{f_1} \cdot (\nu + \nu_D) - \nu$$

$$\nu_z = \frac{1600}{1590} (343 + 2,5) - 343 =$$

$$\frac{1600}{1590} \cdot 345,5 - 343 = 4,67 \text{ m/s}$$

HRW 18.73

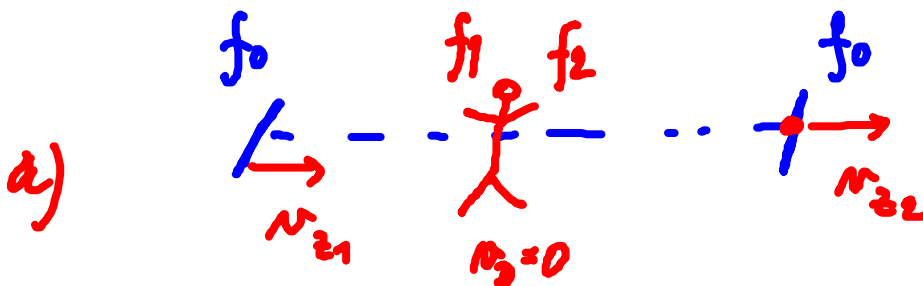
Dvě stejné ladičky oscilují s frekvencí 440 Hz. Někde na jejich spojnici se nachází posluchač. Vypočtete, jaký naměří rozdíl frekvencí signálů od obou ladiček a jakou slyší frekvenci, když

$$v = 340 \text{ m/s}$$

- (a) on je v klidu a obě ladičky se pohybují směrem doprava rychlostí $30 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
 (b) Obě ladičky jsou v klidu a posluchač se pohybuje doprava rychlostí $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
 (c) Může v některém případě slyšet/identifikovat rázy (zázněje)?

$$f_0 = 440 \text{ Hz}$$

$$v_{z1} = v_{z2} = 30 \text{ m/s}$$



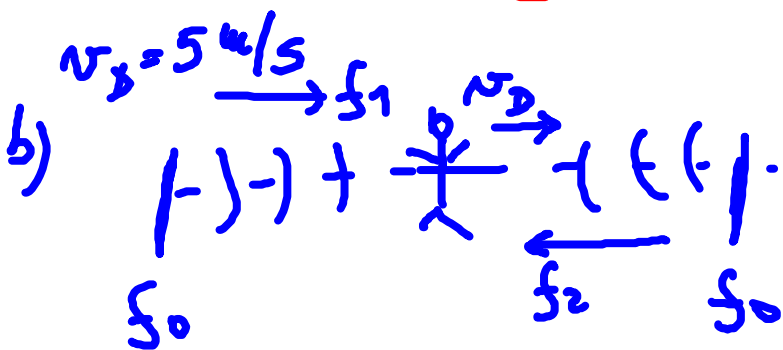
$$f_1 = f_0 \cdot \frac{v}{v - v_{z1}} = 440 \cdot \frac{340}{340 - 30} \text{ Hz} = 482,6 \text{ Hz}$$

$$|f_1 - f_2| = ? \quad f_r = \frac{f_1 + f_2}{2} = ?$$

$$f_2 = f_0 \cdot \frac{v}{v + v_{z2}} = 440 \cdot \frac{340}{370} \text{ Hz} = 404,3 \text{ Hz}$$

$$f_1 - f_2 = 482,6 - 404,3 \text{ Hz} = 78,3 \text{ Hz}$$

$$f_r = \frac{482,6 + 404,3}{2} = 443,5 \text{ Hz}$$



$$f_1 = f_0 \cdot \frac{v - v_z}{v} = 440 \cdot \frac{340 - 5}{340} \text{ Hz} = 433,5 \text{ Hz}$$

$$f_2 = f_0 \cdot \frac{v + v_z}{v} = 440 \cdot \frac{345}{340} \text{ Hz} = 446,5 \text{ Hz}$$

$$f_2 - f_1 = 446,5 - 433,5 = 13 \text{ Hz}$$

$$f_r = \frac{f_1 + f_2}{2} = 440 \text{ Hz} \Rightarrow \text{řízy}$$

HRW II – 18.79 Ú

Siréna vydávající zvuk frekvence 1 000 Hz se pohybuje směrem od nás ke stěně skalního útesu rychlostí $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Rychlost zvuku ve vzduchu je $330 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

- Jaká je frekvence zvuku, který slyšíme přímo od sirény?
- Jaká je frekvence zvuku odraženého od útesu?
- Jaká je frekvence zánějů (rázů)? Může lidské ucho tyto záněje rozeznat (jejich frekvence musí být nižší než 20 Hz)?

$f_0 = 1000 \text{ Hz}$ $v_1 = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ $v = 330 \text{ m/s}$

$$f_1 = f_0 \frac{v}{v + v_1}$$

$$f_2 = f_0 \frac{v}{v - v_1}$$

$$f_z = |f_2 - f_1|$$

$> 20 \text{ Hz}$ *uslyší*
 $< 20 \text{ Hz}$ *uslyší*