Fyzika pro chemiky II

P. Klang, J. Novák, R. Štoudek,
Ústav fyziky kondenzovaných látek, PřF MU Brno

18. února 2004

1 Optika

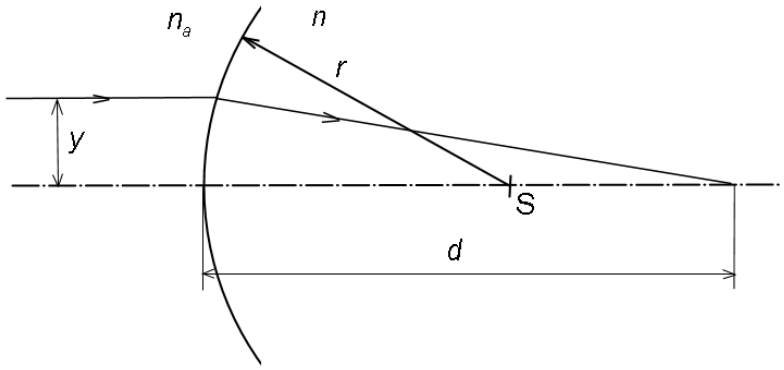
1. Rovinná elektromagnetická vlna o frekvenci $f = 5.45 \times 10^{14}$ Hz polarizovaná v rovině x, y se šíří ve směru osy x ve vakuu ($\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ Fm^{-1}, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Hm^{-1}). Intenzita elektrického pole má amplitudu E_0.

   (a) Určete rychlost elektromagnetického vlnění c, vlnovou délku λ a barvu, která této vlnové délce odpovídá.

   (b) Napište rovnice elektromagnetické vlny $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}, t)$, $\vec{B} = \vec{B}(\vec{r}, t)$, kde $\vec{r}(x, y, z)$ je polohový vektor.

   (c) Ověřte, zda tyto funkce vyhovují vlnové rovnici.

2. Paprsek se šíří prostředím s indexem lomu $n_\mathrm{a} = 1$ podél osy kolmé na rozhraní ve vzdálenosti y od ní. Dopadá na rozhraní s prostředím o indexu lomu n, které má tvar kulové plochy o poloměru r ($r \gg y$). Ve kterém bodě protne paprsek optickou osu?



3. Předmět, který zobrazujeme tenkou čočkou s ohniskovou vzdáleností f, má velikost $Y = 2$ cm a je umístěn ve vzdálenosti $a = 10$ cm od čočky. Ohnisková vzdálenost je: A) $f = -4$ cm, B) $f = 5$ cm.

   (a) Proveďte grafickou konstrukci obrazu.

   (b) Vypočítejte vzdálenost obrazu od čočky.

   (c) Vypočítejte zvětšení obrazu m.

   (d) Určete zda je obraz skutečný nebo zdánlivý.

4. Stínítko se dvěma malými otvory vzdálenými $d = 0.1$ mm je osvětleno rtuťovou výbojkou. Ze spektra Hg je přes filtr propuštěno pouze zelené monochromatické světlo s vlnovou délkou $\lambda = 546$ nm. Na rovinném stínítku ve vzdálenosti $D = 2$ m od prvního stínítka pozorujeme interferenční jev (Youngův pokus). Určete polohu (úhlovou i délkovou na stínítku):

   (a) prvního minima ϑ_{m1}, y_{m1}

   (b) desátého maxima ϑ_{M10}, y_{M10}.

   (c) Nakreslete závislost intenzity světla I na vzdálenosti y od středu stínítka.

5. Při Youngově interferenčním pokusu prochází jeden paprsek kyvetou 2 cm dlouhou s planparalelními skleněnými stěnami. Je-li kyveta vyplněna vzduchem, pozorujeme interferenční jev. Je-li kyveta naplněna chlórem, posune se interferenční jev o 20 proužků. Celé uspořádání je v termostatu, který udržuje konstantní teplotu. Pokus provádíme se světlem D čáry sodíku ($\lambda = 589$ nm).

   (a) Vypočítejte index lomu chlóru, je-li index lomu vzduchu $n = 1.000276$.

   (b) Kterým směrem se posunují interferenční proužky při plnění kyvety chlórem?

6. Mýdlová bublina vytvoří uvnitř drátěného oka vodní film o tloušťce 320 nm. Index lomu vody je $n = 1.33$ a index lomu vzduchu je $n_0 = 1.00$.

   (a) Jakou barvu bude mít bílé světlo po kolmém odrazu od tohoto filmu?

   (b) Vypočítejte vlnové délky λ_{M1}, λ_{M2}, λ_{m1}, λ_{m2} pro první dvě maxima a pro první dvě minima intenzity odraženého světla.

   (c) Určete změnu fáze φ_1 při odrazu na prvním a φ_2 při odrazu na druhém rozhraní.

7. Antireflexní vrstva na skleněné čočce s indexem lomu $n_{\mathrm{S}} = 1.5$ je vyrobena napařením tenké vrstvy MgF_2, která má index lomu $n = 1.38$, na povrch skla. Vypočítejte tloušťku d antireflexní vrstvy tak, aby minimální intenzita odraženého světla ležela uprostřed viditelného spektra (vlnová délka $\lambda = 550$ nm). Index lomu vzduchu je $n_0 = 1.00$.

8. Pozorujeme-li Newtonovy kroužky ($\lambda = 450$ nm), které vznikají mezi ploskovypuklou čočkou a rovnou destičkou, je poloměr třetího světlého kroužku 1.06 mm. Nahradíme-li modrý filtr červeným, je poloměr pátého světlého kroužku 1.77 mm. Určete poloměr křivosti R čočky a vlnovou délku λ_c červeného světla.

9. Mřížka má 1000 vrypů na milimetr. Jaká je šířka vrypu, když interferenční maximum pátého řádu vymizí?

2 Základy kvantové fyziky

1. Teplota Slunce je na většině jeho povrchu $T = 5800$ K, v oblasti slunečních skvrn je však pouze 4000 K. Vypočtěte poměr intenzity záření Slunce v oblasti skvrn a normálního povrchu Slunce. Jaká je intenzita záření emitovaného Sluncem v oblasti skvrn?

2. Výstupní práce následujících kovů jsou: cesium $\phi_{Cs} = 2.1$ eV; měď $\phi_{Cu} = 4.7$ eV; zinek $\phi_{Zn} = 4.3$ eV.

   (a) Jaká je mezní vlnová délka fotonů, které ještě způsobí emisi elektronů z těchto kovů?

   (b) Které z těchto kovů nemohou emitovat elektrony pokud jsou ozářeny viditelným světlem (400 — 700 nm)?

   (c) Jaká může být max. kin. energie elektronu emitovaného krystalem zinku ozářeným UV zářením $\lambda = 200$ nm?

3. RTG záření o vlnové délce 0.0665 nm se rozptyluje na volných elektronech (Comptonův jev).

   (a) Jakou největší vlnovou délku záření lze pozorovat u rozptýlených fotonů?

   (b) Pod jakým úhlem rozptylu toto záření pozorujeme?

4. $\alpha-$částice je vyslána přímo na jádro atomu zlata. $\alpha-$částice má 2 protony. Jádro zlata má 79 protonů. Jaká je minimální kinetická energie, aby se $\alpha-$částice přiblížila k jádru Au na vzdálenost 5×10^{-14} m? Předpokládejte že jádro Au setrvává po celou dobou srážky v klidu.

5. S použitím Bohrova modelu vypočtěte poloměr oběžné dráhy elektronu v atomu vodíku pro stavy $n = 1$ a $n = 3$. Určete také rychlost elektronů a jejich energii v těchto stavech. Jaká bude vlnová délka fotonu vyzářeného při přechodu elektronu ze stavu $n = 3$ do stavu $n = 1$?

6. Elektron má de Broglieho vlnovou délku 2.8×10^{-10} m. Určete:

   (a) velikost jeho hybnosti

   (b) jeho kinetickou energii v Joulech a eV.

7. Najděte nejnižší energetickou hladinu částic:

   (a) elektronu $m_{\mathrm{e}} = 9.11 \times 10^{-31}$ kg v nekonečně hluboké kvantové jámě o šířce 5×10^{-10} m ($\approx$ rozměr atomu)

   (b) protonu $m_{\mathrm{p}} = 1.67 \times 10^{-27}$ kg v nekonečně hluboké kvantové jámě o šířce 1.1×10^{-14} m (průměr jádra střední velikosti).

   Výsledky dávají řádový odhad energií elektronů na elektronových slupkách a nukleárních částic vázaných v jádře.

8. Najděte energie elektronu v 3 rozměrné kvantové jámě pro 3 nejnižší energiové stavy. Jáma má tvar krychle o stranách délky $L = 5 \times 10^{-10}$ m. Energie spočtěte v elektronvoltech.

9. Uvažte atom vodíku ve stavu $n = 4$.

   (a) Jaká je maximální velikost orbitálního momentu L jeho elektronu?

   (b) Jaká je maximální hodnota velikosti $z-$složky orbitálního momentu L_z jeho elektronu?

   (c) Jaký je minimální úhel mezi $\mathbf{L}$ a osou z?

10. Spočítejte energiový rozdíl mezi stavy $m_s = \frac{1}{2}$ (spin up) a $m_s = -\frac{1}{2}$ (spin down) atomu vodíku ve stavu 1s, když je umístěn do mg. pole 1.45 T paralelního s negativním směrem osy z. Který stav, $m_s = \frac{1}{2}$ nebo $m_s = -\frac{1}{2}$, má nižší energii?

11. K_α čára RTG záření detekovaného ze vzorku odstřelovaného elektrony má energii 7.46 keV. Atomy jakého prvku obsahuje vzorek?

12. Spočtěte frekvenci, energii a vlnovou délku spektrální čáry K_α pro

    (a) Ca (Z=20)

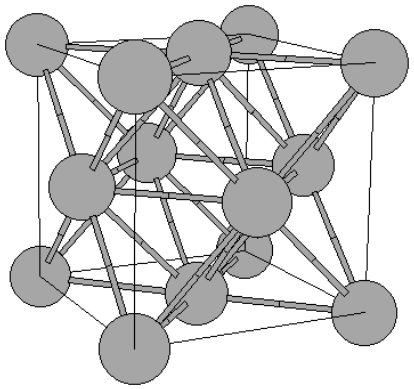
    (b) Cd (Z=48)

3 Základy fyziky kondenzovaných látek

1. (a) Najděte úhel θ mezi nejbližšími sousedními vazbami v mřížce křemíku. Zvažte, že každý atom křemíku je vázán ke čtyřem nejbližším sousedům, a ty jsou ve vrcholech pravidelného čtyřstěnu, jehož všechny stěny jsou rovnostranné trojúhelníky.

   (b) Najděte délku vazby z údaje, že atomy ve vrcholech čtyřstěnu jsou od sebe vzdáleny 388 pm.

2. (a) Vypočtěte mřížkový parametr a mědi, víte-li že hustota mědi je 8940 kgm^{-3}, hmotové číslo je 63.55 a elementární buňka mědi je kubická plošně centrovaná (atomy mědi se nachází ve vrcholech krychle a ve středech stěn – viz. obrázek 1).



Obrázek 1: Krystalová struktura mědi

(b) Ukažte, že koncentrace vodivostních elektronů je $n = 8.4310 \times 10^{28}$ m^{-3}.

3. Pomocí následujícího vztahu určete Fermiho energii mědi a poté ověřte, že Fermiho rychlost je $v_F = 1.6 \times 10^6$ ms^{-1}.

$$E_F = \left(\frac{3}{16\sqrt{2}\pi}\right)^{2/3} \frac{h^2}{m} n^{2/3}$$

4. Vypočtěte driftovou rychlost elektronů v měděném drátu o průměru 1 mm, víte-li, že drátem teče proud o velikosti 1 mA. Tento výsledek porovnejte s Fermiho rychlostí z předchozího příkladu.

5. Určete relaxační dobu τ elektronů v mědi, je-li její měrný odpor mědi 1.7×10^{-8} Ωm.

6. Porovnejte plazmovou frekvenci mědi s plazmovou frekvencí ionosféry. Elektronová hustota elektronů v nejnižší vrstvě ionosféry – vrstvě D je v poledne $n_D = 1 \times 10^9$ m^{-3} a v nejvyšší vrstvě F_2 je $n_F = 1 \times 10^{12}$ m^{-3}. Jak souvisí vypočtené hodnoty s pásmy radiové komunikace?

7. Jaká je pravděpodobnost, že stav 0.062 eV nad Fermiho energií bude obsazen při

   (a) $T = 0$ K,

   (b) $T = 320$ K?

8. (a) Jaká je maximální vlnová délka světla, které vybudí elektron z valenčního pásu diamantu do vodivostního pásu? Pás zakázaných energií je 5.5 eV.

(b) V jaké části elektromagnetického spektra tato vlnová délka leží?

9. Krystal chloridu draselného (KCl) má šířku zakázaného pásu 7.6 eV. Je tento krystal průhledný, nebo neprůhledný pro světlo o vlnové délce $\lambda = 140$ nm?

10. Čistý křemík má za pokojové teploty koncentraci elektronů ve vodivostním pásu 5×10^{15} m^{-3} a stejnou koncentraci děr ve valenčním pásu. Předpokládejme, že jeden atom z každých 10^7 atomů křemíku je nahrazen atomem fosforu.

    (a) Jaký typ vodivosti bude mít tento dotovaný polovodič, n nebo p?

    (b) Jakou koncentraci nosičů náboje přidá fosfor?

    (c) Jaký je podíl koncentrace nosičů náboje (elektronů ve vodivostním pásu a děr ve valenčním pásu) v dotovaném křemíku a v čistém křemíku?