

**F4110**  
**Fyzika atomárních soustav**  
**letní semestr 2005 - 2006**

**XII.**  
**Chladné atomy**

~~**KOTLÁŘSKÁ 17. KVĚTNA 2006**~~

# Fyzika nízkých teplot

## *Existence absolutní nuly*

- Absolutní nula teploty pro ideální plyn  
definována vztahem

$$\frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

a podmínkou nulové kinetické energie

- Pro všechny další systémy se použije transitivnosti teploty pro tělesa v kontaktu
- Absolutní nula není dostižitelná konečným procesem (3. zákon termodyn.)

$$S \rightarrow 0, \quad C_v \rightarrow 0, \quad \dots$$

- Zvláštní jevy, makroskopické kvantové jevy, jako supravodivost, v blízkosti nuly. Ovšem co je „blízkost“ ? Vysokoteplotní supravodivost, život, ...

## *Teploty ve vesmíru*

Stupnice	nitra hvězd	$10^6 - 10^8$ K
	hvězdné atmosféry	$10^3 - 10^4$ K
	kometry, planety ...	$10^1 - 10^2$ K
	....	
	reliktní záření jako minimum	$\sim 2,72$ K
	mlhovina Bumerang (souhvězdí Kentaura)	1,15 K

## Teploty ve vesmíru

Stupnice	nitra hvězd	$10^6 - 10^8$ K
	hvězdné atmosféry	$10^3 - 10^4$ K
	kometry, planety ...	$10^1 - 10^2$ K
	....	
	reliktní záření jako minimum	$\sim 2,72$ K
	mlhovina Bumerang (souhvězdí Kentaura, objevena 1998, teplota určena 2003)	1,15 K
	důvod: rychlá expanse plynů z centrální hvězdy	

### Pozemský rekord

$-89,3^{\circ}\text{C} \leftrightarrow 183.75$  K

**1983 Antarktida  
stanice Vostok**



## Nízké teploty v laboratoři (jen výběr !!)

	Teplotní rekordy	Objevy	Teorie
	1877 <i>Pictet</i> kapalný kyslík?		
77	1895 <i>von Linde</i> kap. vzduch		
22	1898 <i>Dewar</i> kapalný vodík		
	1905 <i>von Linde</i> kap. dusík		
4,2	1908 <i>Kamerlingh-Onnes</i> kapalné helium	1911 <i>Kamerlingh-Onnes</i> supravodivost kovů	
0,3	odsávané helium		1924 <i>Einstein</i> Bose- Einsteinova kondensace
mK	1933 paramagn. demagnet. 1951 <i>H. London</i> rozpouštěcí refrigerátor	1937 <i>Kapica</i> supratekutost Helia-4	1939 <i>Landau</i> teorie supratekutosti
μK	1956 <i>Kurti</i> NDR (jaderná ...) 1985 <i>Hänsch</i> laserové chlazení (princip)	1972 <i>Osheroff</i> supratekutost Helia-3 1986 <i>Müller a Bednorz</i> vysokoteplot. supravodivost	1947 <i>Bogoljubov</i> teorie supratekutosti 1956 <i>BCS</i> * teorie supravodivosti
nK			1975 <i>Leggett</i> teorie supratekutosti Helia-3
pK		1995 <i>Wieman, ... Ketterle</i> BEC v atomových parách	

\**Bardeen, Cooper a Schrieffer*

## Naše hlavní téma

K	Teplotní rekordy	Objevy	Teorie
	1877 <i>Pictet</i> kapalný kyslík?		
77	1895 <i>von Linde</i> kap. vzduch		
22	1898 <i>Dewar</i> kapalný vodík		
	1905 <i>von Linde</i> kap. dusík		
4,2	1908 <i>Kamerlingh-Onnes</i> kapalné helium	1911 <i>Kamerlingh-Onnes</i> supravodivost kovů	
0,3	odsávané helium	odsávané helium	<b>1924 <i>Einstein</i> Bose-Einsteinova kondensace</b>
mK	1933 paramagn. demagnet. 1951 <i>H. London</i> rozpouštěcí refrigerátor	1937 <i>Kapica</i> supratekutost Helia-4	1939 <i>Landau</i> teorie supratekutosti
μK	1956 <i>Kurti</i> NDR (jaderná ...) <b>1985 <i>Hänsch</i> laserové chlazení (princip)</b>	1972 <i>Osheroff</i> supratekutost Helia-3	1947 <i>Bogoljubov</i> teorie supratekutosti
		1986 <i>Müller a Bednorz</i> vysokoteplot. supravodivost	1956 <i>BCS</i> teorie supravodivosti
nK			1975 <i>Leggett</i> teorie supratekutosti Helia-3
pK		<b>1995 <i>Wieman, ... Ketterle</i> BEC v atomových parách</b>	

\**Bardeen, Cooper a Schrieffer*

# Chlazení jadernou adiabatickou demagnetisací

## NDR nuclear demagnetization refrigeration

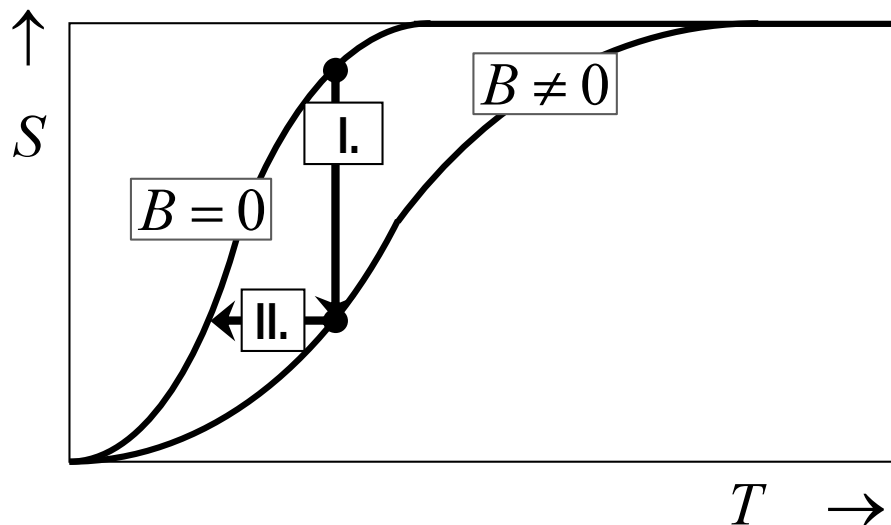


V rovnováze se teploty všech podsystémů vyrovnají.

Spin-mřížková relaxace je pomalá!

Můžeme proto generovat nerovnovážnou velmi nízkou spinovou teplotu

### Princip NDR

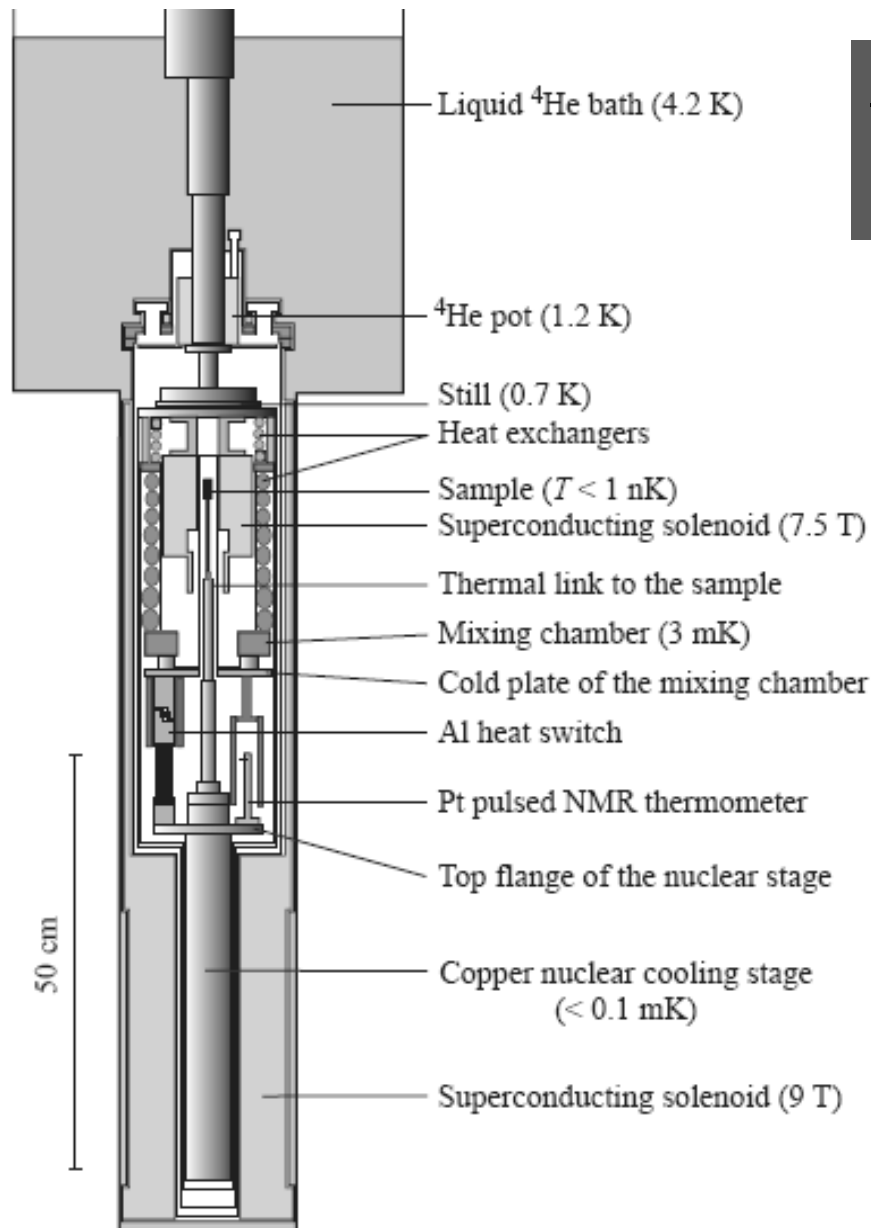


**I. KROK**      *izotermická magnetizace*  
 Entropie s magnetickým polem klesá  
 ≡ snižuje se orientační neuspořádanost

**II. KROK**      *adiabatická demagnetizace*  
 Teplota a vnitřní energie klesají



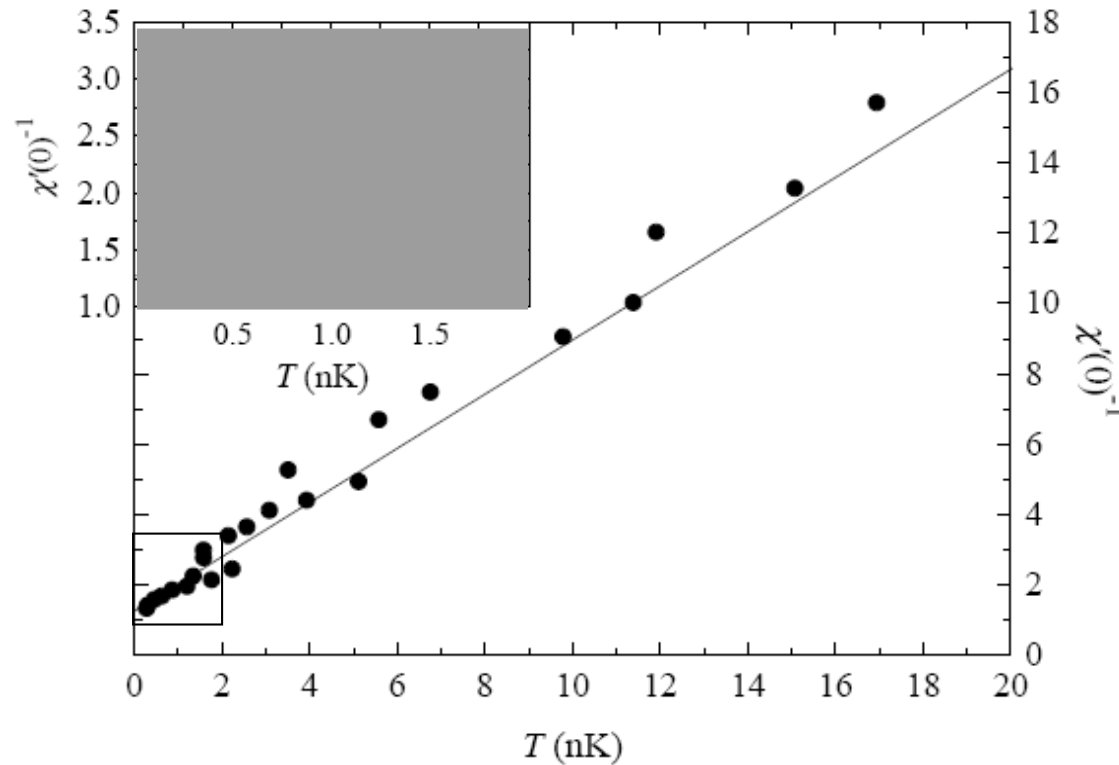
# Kryostat, kde byla dosažena rekordní teplota 100 pK



Helsinki University of Technology  
YKI, Low Temperature Group  
2000

1. Předchlazení 0,7 K  
čerpaním helia
2. První stupeň: rozpouštěcí  
refrigerátor 3 mK
3. Druhý stupeň: NDR v  
mědi  $< 0,1$  mK
4. Třetí stupeň: NDR v  
samotném vzorku:  
monokrystal Rh  $< 1$  nK

# Spinová magnetická susceptibilita monokrystalu rhodia



$$\chi'(0) = \frac{\lambda}{T - \theta}$$

$$\theta = -1.65 \text{ nK}$$

Curie-Weissův zákon jaderné spiny v rhodiu ... antiferomagnetické uspořádání

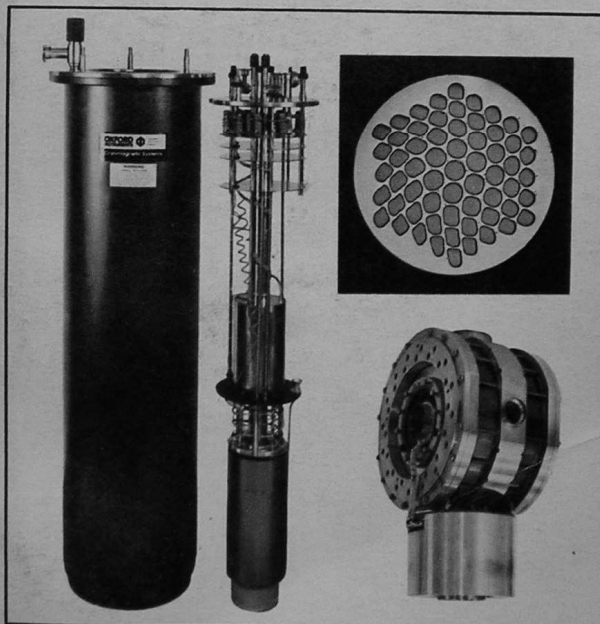


MILAN ODEHNAL

Supravodivost  
a jiné  
kvantové  
jevy

CV

CESTA  
K VĚDĚNÍ



Bosony a Fermiony

## *Bosony and Fermiony v kostce*

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

## *Bosony and Fermiony v kostce*

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou **nerozlišitelné**

## *Bosony and Fermiony v kostce*

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

## *Bosony and Fermiony v kostce*

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

Permutace částic nevede ke vzniku nového stavu



## *Bosony and Fermiony v kostce*

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

Permutace částic nevede ke vzniku nového stavu

Dvě částice

$$\Psi(x_1, x_2) \rightarrow \Psi(x_2, x_1) = \lambda \Psi(x_1, x_2)$$

## *Bosony and Fermiony v kostce*

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

Permutace částic nevede ke vzniku nového stavu

Dvě částice

$$\Psi(x_1, x_2) \rightarrow \Psi(x_2, x_1) = \lambda \Psi(x_1, x_2) = \lambda^2 \Psi(x_2, x_1)$$

## *Bosony and Fermiony v kostce*

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

Permutace částic nevede ke vzniku nového stavu

Dvě částice

$$\Psi(x_1, x_2) \rightarrow \Psi(x_2, x_1) = \lambda \Psi(x_1, x_2) = \lambda^2 \Psi(x_2, x_1)$$

$$\lambda^2 = 1$$

## *Bosony and Fermiony v kostce*

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

Permutace částic nevede ke vzniku nového stavu

Dvě částice

$$\Psi(x_1, x_2) \rightarrow \Psi(x_2, x_1) = \lambda \Psi(x_1, x_2) = \lambda^2 \Psi(x_2, x_1)$$

$$\lambda^2 = 1$$

$\lambda = -1$	$\lambda = +1$
<b>fermiony</b>	<b>bosony</b>
antisymmetrická $\Psi$	symmetrická $\Psi$

## *Bosony and Fermiony v kostce*

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

Permutace částic nevede ke vzniku nového stavu

Dvě částice

$$\Psi(x_1, x_2) \rightarrow \Psi(x_2, x_1) = \lambda \Psi(x_1, x_2) = \lambda^2 \Psi(x_2, x_1)$$

$$\lambda^2 = 1$$

$\lambda = -1$	$\lambda = +1$
<b>fermiony</b>	<b>bosony</b>
antisymmetrická $\Psi$	symmetrická $\Psi$
polo-číselný spin	celočíslný spin

## *Bosony and Fermions v kostce*

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

Permutace částic nevede ke vzniku nového stavu

Dvě částice

$$\Psi(x_1, x_2) \rightarrow \Psi(x_2, x_1) = \lambda \Psi(x_1, x_2) = \lambda^2 \Psi(x_2, x_1)$$

$$\lambda^2 = 1$$

$\lambda = -1$	$\lambda = +1$
<b>fermiony</b>	<b>bosony</b>
antisymmetrická $\Psi$	symmetrická $\Psi$
polo-číselný spin	celočíslný spin

přichází  
odnikud  
"empirický  
fakt"

## *Bosony and Fermions v kostce*

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

Permutace částic nevede ke vzniku nového stavu

Dvě částice

$$\Psi(x_1, x_2) \rightarrow \Psi(x_2, x_1) = \lambda \Psi(x_1, x_2) = \lambda^2 \Psi(x_2, x_1)$$

$$\lambda^2 = 1$$

$\lambda = -1$	$\lambda = +1$
<b>fermiony</b>	<b>bosony</b>
antisymmetrická $\Psi$	symmetrická $\Psi$
polo-číselný spin	celočíslný spin
elektrony	fotony

přichází  
odnikud  
"empirický  
fakt"

## *Bosony and Fermions v kostce*

nezávislý kvantový postulát

Identické částice jsou nerozlišitelné

Permutace částic nevede ke vzniku nového stavu

Dvě částice

$$\Psi(x_1, x_2) \rightarrow \Psi(x_2, x_1) = \lambda \Psi(x_1, x_2) = \lambda^2 \Psi(x_2, x_1)$$

$$\lambda^2 = 1$$

$\lambda = -1$	$\lambda = +1$
<b>fermiony</b>	<b>bosony</b>
antisymmetrická $\Psi$	symmetrická $\Psi$
polo-číselný spin	celočíslný spin
elektrony	fotony

přichází  
odnikud  
"empirický  
fakt"

*celkem dobře znáte*

*ted' pro nás důležité*



## *Representace obsazovacích čísel*

Nezávislé částice (... neinteragující)

base jedno-částicových stavů (  $\alpha$  úplný soubor kvantových čísel)

$$\{|\alpha\rangle\} \quad \langle\alpha|\beta\rangle = \delta_{\alpha\beta} \quad |\psi\rangle = \sum |\alpha\rangle \langle\alpha|\psi\rangle$$

$$\langle x|\alpha\rangle = \varphi_{\alpha}(x)$$

## Representace obsazovacích čísel

Nezávislé částice (... neinteragující)

base jedno-částicových stavů (  $\alpha$  úplný soubor kvantových čísel)

$$\{|\alpha\rangle\} \quad \langle\alpha|\beta\rangle = \delta_{\alpha\beta} \quad |\psi\rangle = \sum |\alpha\rangle \langle\alpha|\psi\rangle$$

$$\langle x|\alpha\rangle = \varphi_\alpha(x)$$

**FOCKŮV PROSTOR** prostor mnoha-částicových stavů

basové stavy ... symetrizované součiny jedno-částicových stavů pro bosony

... antisymetrizované součiny jedno-částicových stavů pro fermiony

určeny posloupností obsazovacích čísel      **0, 1, 2, 3, ...** pro bosony

**0, 1**      ... pro fermiony

## Representace obsazovacích čísel

Nezávislé částice (... neinteragující)

base jedno-částicových stavů (  $\alpha$  úplný soubor kvantových čísel)

$$\{|\alpha\rangle\} \quad \langle\alpha|\beta\rangle = \delta_{\alpha\beta} \quad |\psi\rangle = \sum |\alpha\rangle \langle\alpha|\psi\rangle$$

$$\langle x|\alpha\rangle = \varphi_\alpha(x)$$

**FOCKŮV PROSTOR** prostor mnoha-částicových stavů

basové stavy ... symetrizované součiny jedno-částicových stavů pro bosony

... antisymetrizované součiny jedno-částicových stavů pro fermiony

určeny posloupností obsazovacích čísel **0, 1, 2, 3, ...** pro bosony

**0, 1** ... pro fermiony

$$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_p, \dots\}$$

$$\Psi_{\{n_\alpha\}} = |n_1, n_2, n_3, \dots, n_p, \dots\rangle \quad n\text{-částicový stav} \quad n = \sum n_p$$

## Representace obsazovacích čísel pro fermiony

Representace obsazovacích čísel (v podstatě *druhé kvantování*)

.... pro **fermiony**

**Pauliho princip**

*fermiony jsou distanční typ jako rackové*

$$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_p, \dots\}$$

$$\Psi_{\{n_\alpha\}} = |n_1, n_2, n_3, \dots, n_p, \dots\rangle \quad n\text{-částicový stav } n = \sum n_p, n_p = 0, 1$$

$$|0\rangle = |0, 0, 0, \dots, 0, \dots\rangle \quad 0\text{-částicový stav } \mathbf{vakuum}$$

$$|1_p\rangle = |0, 0, 0, \dots, 1, \dots\rangle \quad 1\text{-částic. } \varphi_{\alpha_p}(x)$$

$$|\dots\rangle = |0, 1, 1, \dots, 0, \dots\rangle \quad 2\text{-částic. } \left( \varphi_{\alpha_1}(x)\varphi_{\alpha_2}(x') - \varphi_{\alpha_1}(x')\varphi_{\alpha_2}(x) \right) / \sqrt{2}$$

$$|\dots\rangle = |0, 2, 0, \dots, 0, \dots\rangle \quad 2\text{-částic. } \cancel{\varphi_{\alpha_1}(x)\varphi_{\alpha_1}(x')} \text{ není dovoleno}$$

$$|F\rangle = |\underbrace{1, 1, \dots, 1}_N, 0, \dots\rangle \quad N\text{-částicový základní stav}$$

...

## Representace obsazovacích čísel pro bosony

Representace obsazovacích čísel (v podstatě *druhé kvantování*)

.... pro **bosony**

**princip identity**

*bosony jsou kontaktní typ jako opice*

$$\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots, \alpha_p, \dots\}$$

$$\Psi_{\{n_\alpha\}} = |n_1, n_2, n_3, \dots, n_p, \dots\rangle \quad n\text{-částicový stav } n = \sum n_p, n_p = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$|0\rangle = |0, 0, 0, \dots, 0, \dots\rangle \quad 0\text{-částicový stav } \mathbf{vakuum}$$

$$|1_p\rangle = |0, 0, 0, \dots, 1, \dots\rangle \quad 1\text{-částic. } \varphi_{\alpha_p}(x)$$

$$|\dots\rangle = |0, 1, 1, \dots, 0, \dots\rangle \quad 2\text{-částic. } \left(\varphi_{\alpha_1}(x)\varphi_{\alpha_2}(x') + \varphi_{\alpha_1}(x')\varphi_{\alpha_2}(x)\right)/\sqrt{2}$$

$$|\dots\rangle = |0, 2, 0, \dots, 0, \dots\rangle \quad 2\text{-částic. } \varphi_{\alpha_1}(x)\varphi_{\alpha_1}(x') \text{ je dovoleno}$$

$$|B\rangle = |N, 0, 0, \dots, 0, \dots\rangle \quad N\text{-částicový základní stav}$$

všechny na jednom orbitalu

$$\varphi_{\alpha_1}(x_1)\varphi_{\alpha_1}(x_2)\cdots\varphi_{\alpha_1}(x_N)$$

## Příklady bosonů

částice -- kvanta  
 $N$  se nezachovává

bosony

komplexní částice  
 $N$  se zachovává

elementární  
částice

fotony

kvazičástice

fonony  
magnony

atomy

${}^4\text{He}$ ,  ${}^7\text{Li}$ ,  ${}^{23}\text{Na}$ ,  ${}^{87}\text{Rb}$   
alkalické kovy

excitované  
atomy

# Příklady bosonů (rozšíření tabulky)

částice -- kvanta  
 $N$  se nezachovává

bosony

komplexní částice  
 $N$  se zachovává

elementární  
částice

fotony

kvazičástice

fonony  
magnony

složené  
kvazičástice

excitony  
Cooperovy páry

atomy

${}^4\text{He}$ ,  ${}^7\text{Li}$ ,  ${}^{23}\text{Na}$ ,  ${}^{87}\text{Rb}$   
alkalické kovy

excitované  
atomy

ionty

molekuly

*Jak může komplexní částice, například atom, vystupovat jako jednotný celek --- boson*

### **ZÁKLADNÍ PODMÍNKA**

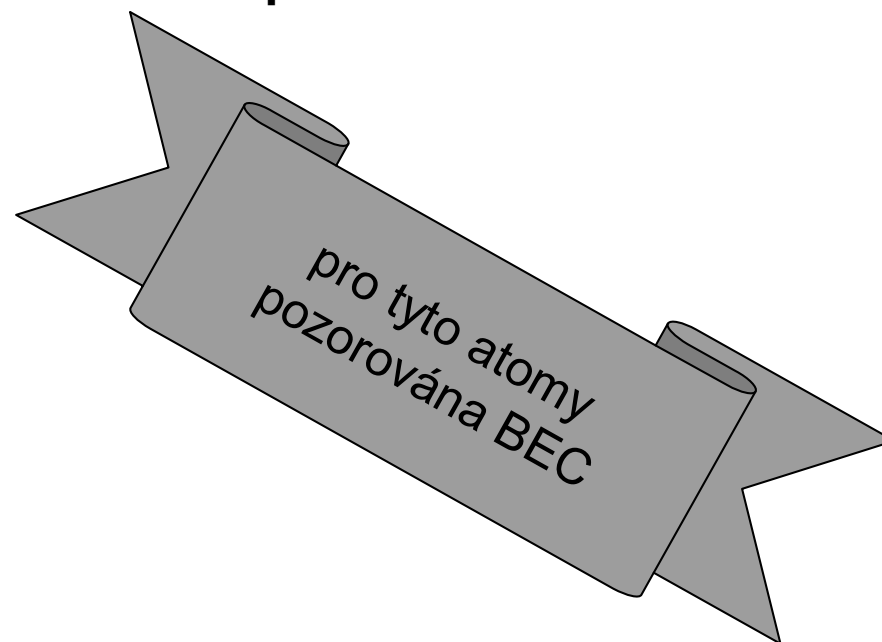
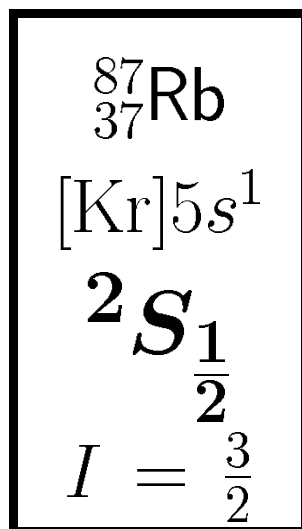
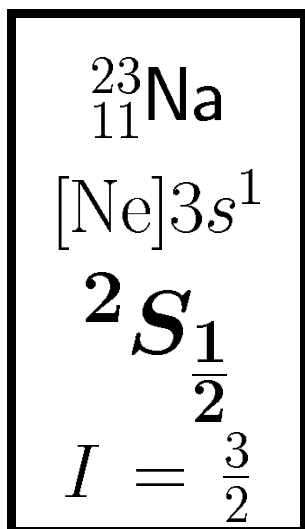
Identita zahrnuje charakteristiky jako hmotnost, náboj, ale také hodnoty pozorovatelných příslušných vnitřním stupňům volnosti, které **se nesmějí měnit v průběhu studovaného dynamického procesu.**



*Jak může komplexní částice, například atom, vystupovat jako jednotný celek --- boson*

### **ZÁKLADNÍ PODMÍNKA**

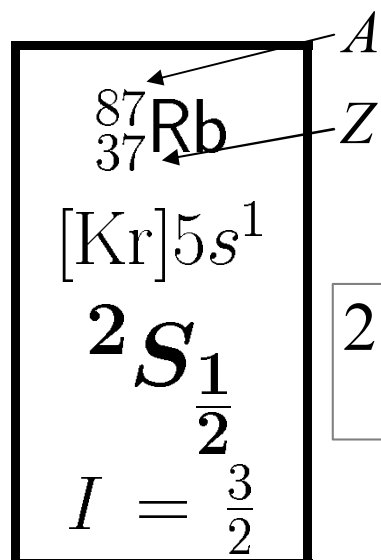
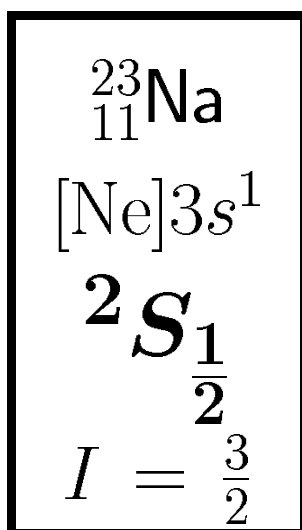
Identita zahrnuje charakteristiky jako hmotnost, náboj, ale také hodnoty pozorovatelných příslušných vnitřním stupňům volnosti, které **se nesmějí měnit v průběhu studovaného dynamického procesu.**



*Jak může komplexní částice, například atom, vystupovat jako jednotný celek --- boson*

### ZÁKLADNÍ PODMÍNKA

Identita zahrnuje charakteristiky jako hmotnost, náboj, ale také hodnoty pozorovatelných příslušných vnitřním stupňům volnosti, které **se nesmějí měnit v průběhu studovaného dynamického procesu.**



elektronová konfigurace  
 $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 5s^1$

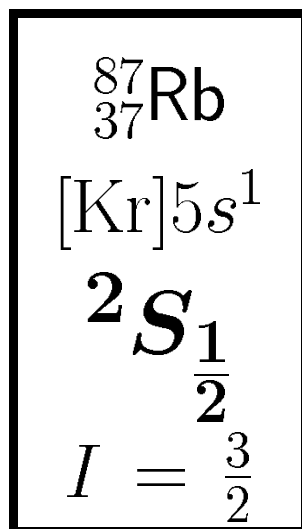
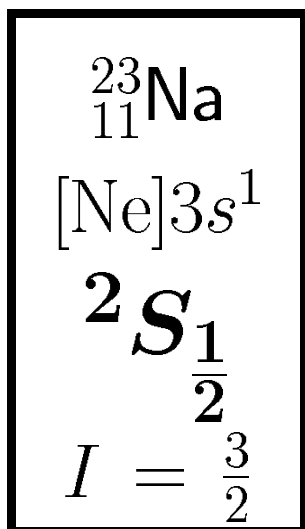
$${}^{2S+1}L_J \quad \vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

$$J = |S - L|, \dots, S + L = \frac{1}{2}$$

*Jak může komplexní částice, například atom, vystupovat jako jednotný celek --- boson*

### **ZÁKLADNÍ PODMÍNKA**

Identita zahrnuje charakteristiky jako hmotnost, náboj, ale také hodnoty pozorovatelných příslušných vnitřním stupňům volnosti, které **se nesmějí měnit v průběhu studovaného dynamického procesu.**



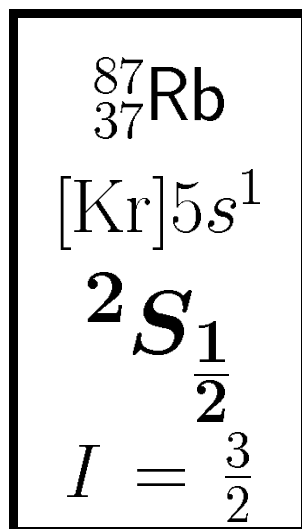
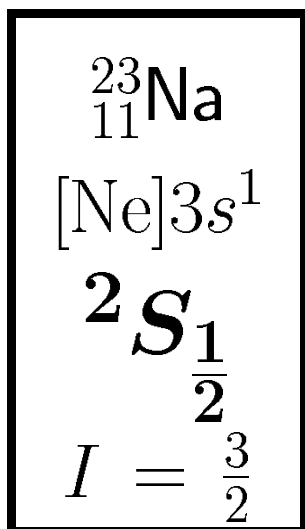
### **Rubidium**

37 elektronů	} <i>celk. elektronový spin</i>	$S = \frac{1}{2}$
37 protonů		
50 neutronů	} <i>celk. jaderný spin</i>	$I = \frac{3}{2}$

*Jak může komplexní částice, například atom, vystupovat jako jednotný celek --- boson*

### **ZÁKLADNÍ PODMÍNKA**

Identita zahrnuje charakteristiky jako hmotnost, náboj, ale také hodnoty pozorovatelných příslušných vnitřním stupňům volnosti, které **se nesmějí měnit v průběhu studovaného dynamického procesu.**



### **Rubidium**

37 elektronů      *celk. elektronový spin*       $S = \frac{1}{2}$

37 protonů }  
50 neutronů }      *celk. jaderný spin*       $I = \frac{3}{2}$

*celkový spin atomu*

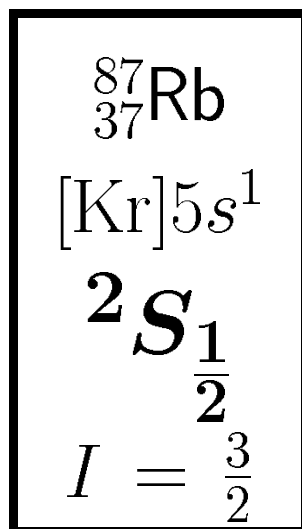
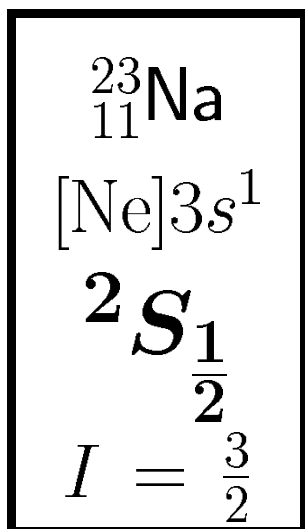
$$\vec{F} = \vec{S} + \vec{I}$$

$$F = |S - I|, \dots, S + I = 1, 2$$

*Jak může komplexní částice, například atom, vystupovat jako jednotný celek --- boson*

## ZÁKLADNÍ PODMÍNKA

Identita zahrnuje charakteristiky jako hmotnost, náboj, ale také hodnoty pozorovatelných příslušných vnitřním stupňům volnosti, které **se nesmějí měnit v průběhu studovaného dynamického procesu.**



## Rubidium

37 elektronů      *celk. elektronový spin*       $S = \frac{1}{2}$

37 protonů }  
50 neutronů }      *celk. jaderný spin*       $I = \frac{3}{2}$

*celkový spin atomu*

$$\vec{F} = \vec{S} + \vec{I}$$

$$F = |S - I|, \dots, S + I = 1, 2$$

Koexistují dvě rozlišitelné odrůdy; mohou být odděleny sdruženým působením hyperjemných interakcí a Zeemanova štěpení v magnetickém poli

Bose-Einsteinova kondensace  
BEC

## *Ideální kvantové plyny*

$$\langle n \rangle = e^{-\beta(\varepsilon - \mu)} \quad \text{Boltzmannovo rozdělení}$$

vysoké teploty, zředěný plyn

# Ideální kvantové plyny

$$\langle n \rangle = e^{-\beta(\varepsilon - \mu)} \quad \text{Boltzmannovo rozdělení}$$

vysoké teploty, zředěný plyn

fermiony

bosony

$N$

$N$

FD

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} + 1}$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} - 1}$$

BE

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta\varepsilon} - 1}$$



# Ideální kvantové plyny

$$\langle n \rangle = e^{-\beta(\varepsilon - \mu)} \quad \text{Boltzmannovo rozdělení}$$

vysoké teploty, zředěný plyn

fermiony

bosony

FD

$N$

$N$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} + 1}$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} - 1}$$

BE

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta\varepsilon} - 1}$$

$T \rightarrow 0$

$T \rightarrow 0$

$T \rightarrow 0$

$$|F\rangle = |1, 1, \dots, 1, 0, \dots\rangle$$

$$|B\rangle = |N, 0, 0, \dots, 0, \dots\rangle$$

$$|\text{vac}\rangle$$

# Ideální kvantové plyny

$$\langle n \rangle = e^{-\beta(\varepsilon - \mu)} \quad \text{Boltzmannovo rozdělení}$$

vysoké teploty, zředěný plyn

fermiony

bosony

FD

$N$

$N$

BE

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} + 1}$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} - 1}$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta\varepsilon} - 1}$$

$T \rightarrow 0$

$T \rightarrow 0$

$T \rightarrow 0$

vymrzání

$$|F\rangle = |1, 1, \dots, 1, 0, \dots\rangle$$

$$|B\rangle = |N, 0, 0, \dots, 0, \dots\rangle$$

$$|\text{vac}\rangle$$

# Ideální kvantové plyny

$$\langle n \rangle = e^{-\beta(\varepsilon - \mu)} \quad \text{Boltzmannovo rozdělení}$$

vysoké teploty, zředěný plyn

fermiony

bosony

FD

$N$

$N$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} + 1}$$

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} - 1}$$

BE

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\beta\varepsilon} - 1}$$

$T \rightarrow 0$

$T \rightarrow 0$

$T \rightarrow 0$

?

vymrzání

$$|F\rangle = |1, 1, \dots, 1, 0, \dots\rangle$$

$$|B\rangle = |N, 0, 0, \dots, 0, \dots\rangle$$

$$|\text{vac}\rangle$$



## *Podstata BEC*

S klesající teplotou atomy ztrácejí energii a „stékají“ do nižších stavů. Těch však ubývá:

$$\mathcal{N}(E < k_B T) = \text{const} \times T^{3/2}$$

Daný počet atomů počínajíc jistou kritickou teplotou je příliš velký.

Přebytek se vyloučí do nejnižší hladiny, která je pak makroskopicky obsazena, tj. ze všech atomů je na ní makroskopický zlomek.

To je BEC kondensát.

Při nulové teplotě jsou na nejnižší hladině atomy všechny.

Přesný výpočet integrálů a tuto úvahu provedl Einstein ... předchozí folie.

$$\tilde{\mathcal{N}}_G(T) = V \times 4\pi \left( \frac{2mk_B T}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \zeta\left(\frac{3}{2}\right) \equiv BT^{\frac{3}{2}}$$

## *Kritická teplota pro BEC*

### KRITICKÁ TEPLOTA

nejnižší teplota, při níž jsou všechny atomy ještě v plynné fázi:

$$N = \tilde{N}_G(T_c) = V \times 4\pi \left( \frac{2mk_B T_c}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) \zeta\left(\frac{3}{2}\right)$$

$$T_c = \frac{h^2}{4\pi m k_B} \cdot \left( \frac{N}{2,612V} \right)^{\frac{2}{3}} = 0,52725 \frac{h^2}{4\pi m k_B} \cdot \frac{n^{\frac{2}{3}}}{A} = 8,0306 \times 10^{-19} \cdot \frac{n^{\frac{2}{3}}}{A}$$

## *Kritická teplota pro BEC*

### KRITICKÁ TEPLOTA

nejnižší teplota, při níž jsou všechny atomy ještě v plynné fázi:

$$T_c = \frac{h^2}{4\pi m k_B} \cdot \left( \frac{N}{2,612V} \right)^{\frac{2}{3}} = 0,52725 \frac{h^2}{4\pi u k_B} \cdot \frac{n^{\frac{2}{3}}}{M} = 8,0306 \times 10^{-19} \cdot \frac{n^{\frac{2}{3}}}{M}$$

Několik odhadů:

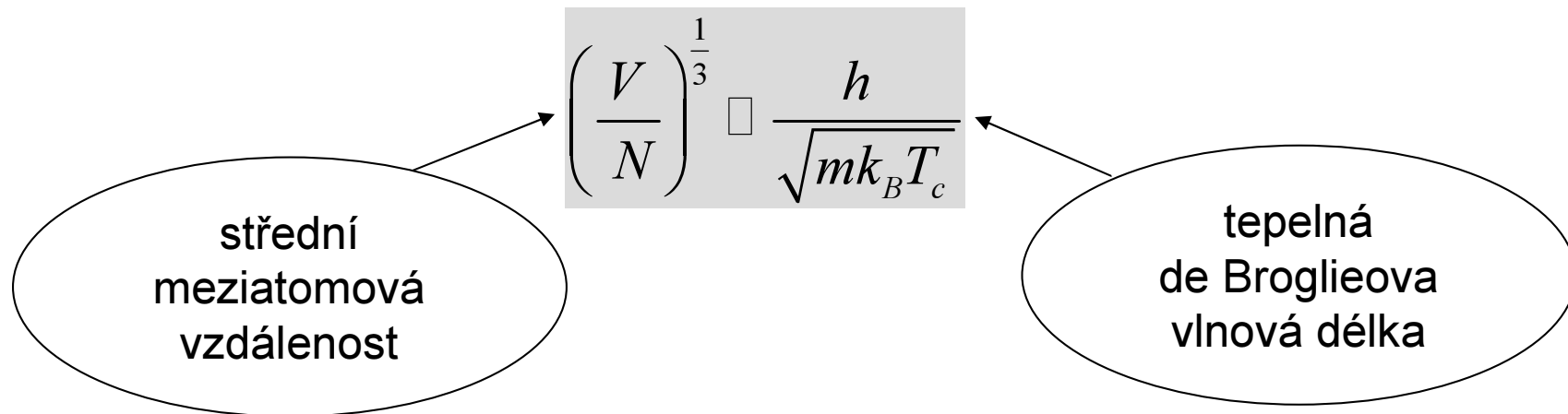
system	$M$	$n$	$T_c$
He-4 kapalné	4	$2 \times 10^{28}$	1.47 K
Na past	23	$2 \times 10^{20}$	1.19 $\mu$ K
Rb past	87	$2 \times 10^{17}$	3.16 nK

## Fyzikální interpretace $T_c$

formule pro kritickou teplotu

$$T_c = \frac{h^2}{4\pi m k_B} \cdot \left( \frac{N}{2,612V} \right)^{\frac{2}{3}}$$

upravíme na



Kvantový přechod nastane když

vlnová oblaka atomů se začnou překrývat



## de Broglieho vlnová délka pro atomy a molekuly

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p}$$

Tepelné energie jsou malé .... platí NR vzorce

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2mE_{\text{kin}}}} \quad m = Au$$

V tepelné rovnováze

... rel. at. (mol.) hmotnost

$$\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{3}{2} k_B T$$

tepelná vlnová  
délka

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{3u k_B}} \cdot \frac{1}{\sqrt{AT}} = 2,5 \times 10^{-9} \cdot \frac{1}{\sqrt{AT}}$$

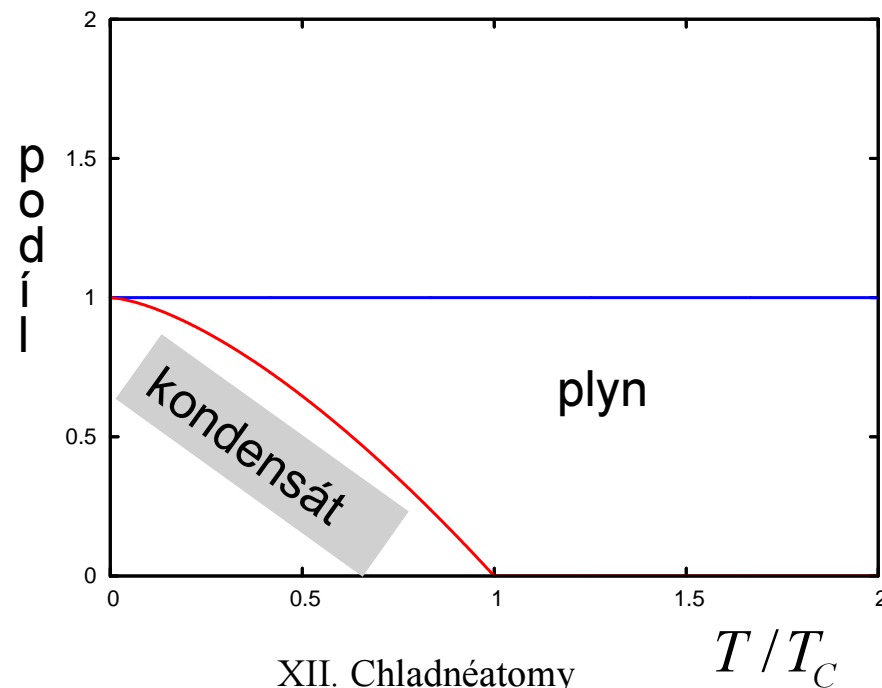
Dva užitečné vzorce

$$E_{\text{kin}} = \frac{3}{2} T / 11600 \quad \text{eV K} \quad \bar{v} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = 158 \sqrt{\frac{T}{A}}$$

## Hustota kondensátu

$$n_G = \frac{\tilde{N}(T_C)}{V} = BT^{\frac{3}{2}} = n \left( \frac{T}{T_C} \right)^{\frac{3}{2}} \quad \text{pro } T < T_C$$

$$n \equiv n_G + n_{BEC} = n \left( \frac{T}{T_C} \right)^{\frac{3}{2}} + n \left[ 1 - \left( \frac{T}{T_C} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$



## *Podrobnější rozbor BEC*

- Termodynamicky ... fázový přechod, i když podivný
- Čistě kvantový efekt
- Mezi bosony nepůsobí reálné síly, jejich pohyb však JE reálně korelován působením principu identity (symetrické vlnové funkce)

## *Podrobnější rozbor BEC*

- Termodynamicky ... fázový přechod, i když podivný
- Čistě kvantový efekt
- Mezi bosony nepůsobí reálné síly, jejich pohyb však JE reálně korelován působením principu identity (symetrické vlnové funkce)
- BEC je „kondenzace v prostoru hybností“ , na rozdíl od zkapalnění klasických plynů, které vede ke vzniku kapek v reálném prostoru souřadnic.
- BEC nebyla vlastně nikdy pozorována, protože obyčejné fázové přechody nastávaly mnohem dříve

## *Podrobnější rozbor BEC*

- Termodynamicky ... fázový přechod, i když podivný
- Čistě kvantový efekt
- Mezi bosony nepůsobí reálné síly, jejich pohyb však JE reálně korelován působením principu identity (symetrické vlnové funkce)
- BEC je „kondenzace v prostoru hybností“ , na rozdíl od zkapalnění klasických plynů, které vede ke vzniku kapek v reálném prostoru souřadnic.
- BEC nebyla vlastně nikdy pozorována, protože obyčejné fázové přechody nastávaly mnohem dříve
- I když nebereme „momentum condensation“ doslova, BEC vyvolává kvantovou koherenci mezi vzdálenými místy, tak jako obyčejná rovinná vlna
- BEC je **makroskopický kvantový jev** ve dvou ohledech:
  - ♠ korelace makroskopické frakce všech atomů
  - ♠ odpovídající koherence prochází celým makroskopicky rozlehlým vzorkem

# Laserové chlazení atomů

# *Nobelisté I.*



## **The Nobel Prize in Physics 1997**

"for development of methods to cool and trap atoms with laser light"



**Steven Chu**

1/3 of the prize  
USA

Stanford University  
Stanford, CA, USA

b. 1948



**Claude Cohen-Tannoudji**

1/3 of the prize  
France

Collège de France;  
École Normale Supérieure  
Paris, France

b. 1933  
(in Constantine,  
Algeria)



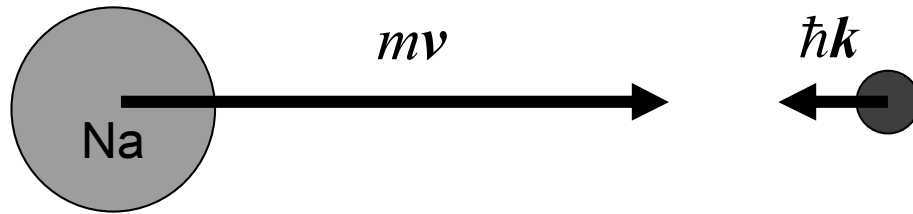
**William D. Phillips**

1/3 of the prize  
USA

National Institute of  
Standards and  
Technology  
Gaithersburg, MD,  
USA

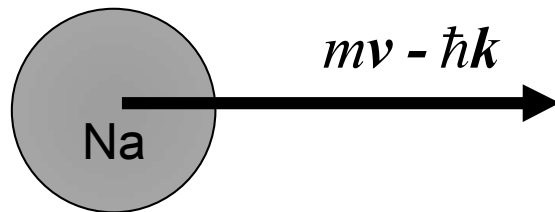
b. 1948

## Jednoduché schema brzdění atomů

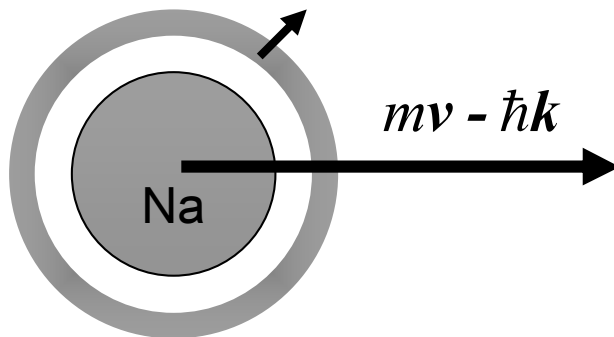


$$k = \omega_{D_2} / c$$

podmínka absorpce



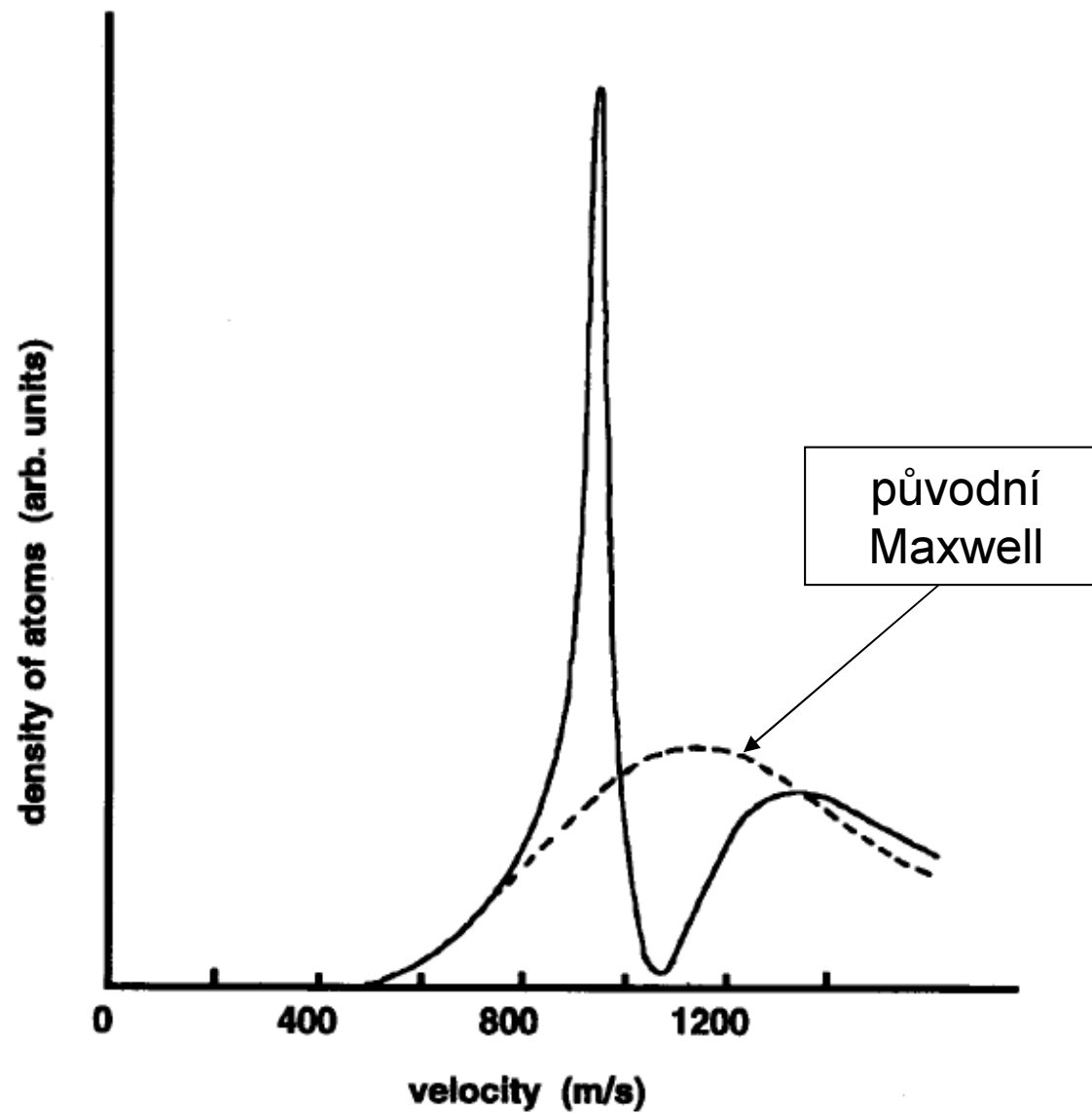
excitovaný atom,  
zmenšená hybnost



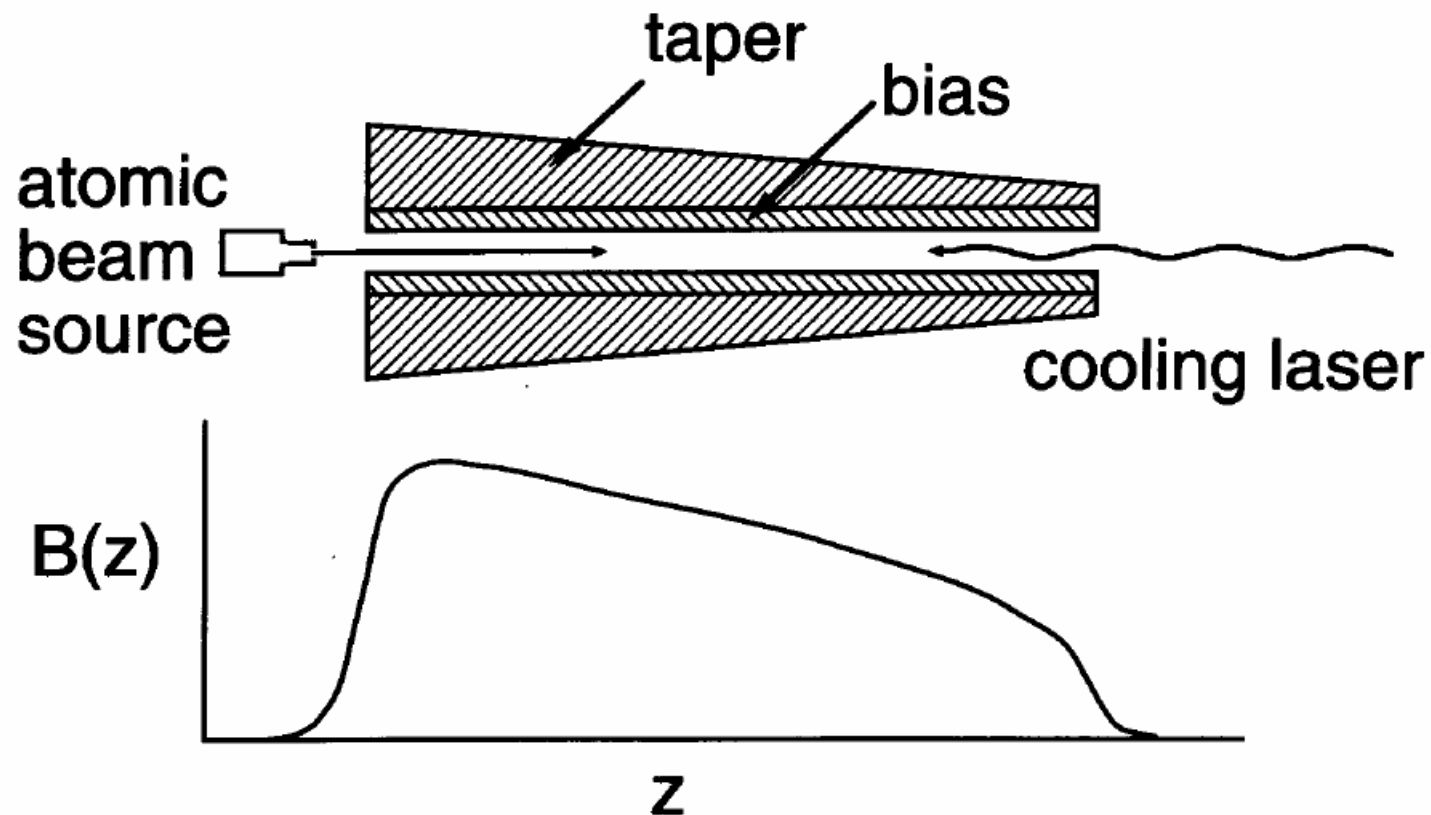
spontánní emisí se atom deexcituje,  
foton je v průměru emitován všemi  
směry



# Rozdělení rychlostí po průchodu brzdícím svazkem



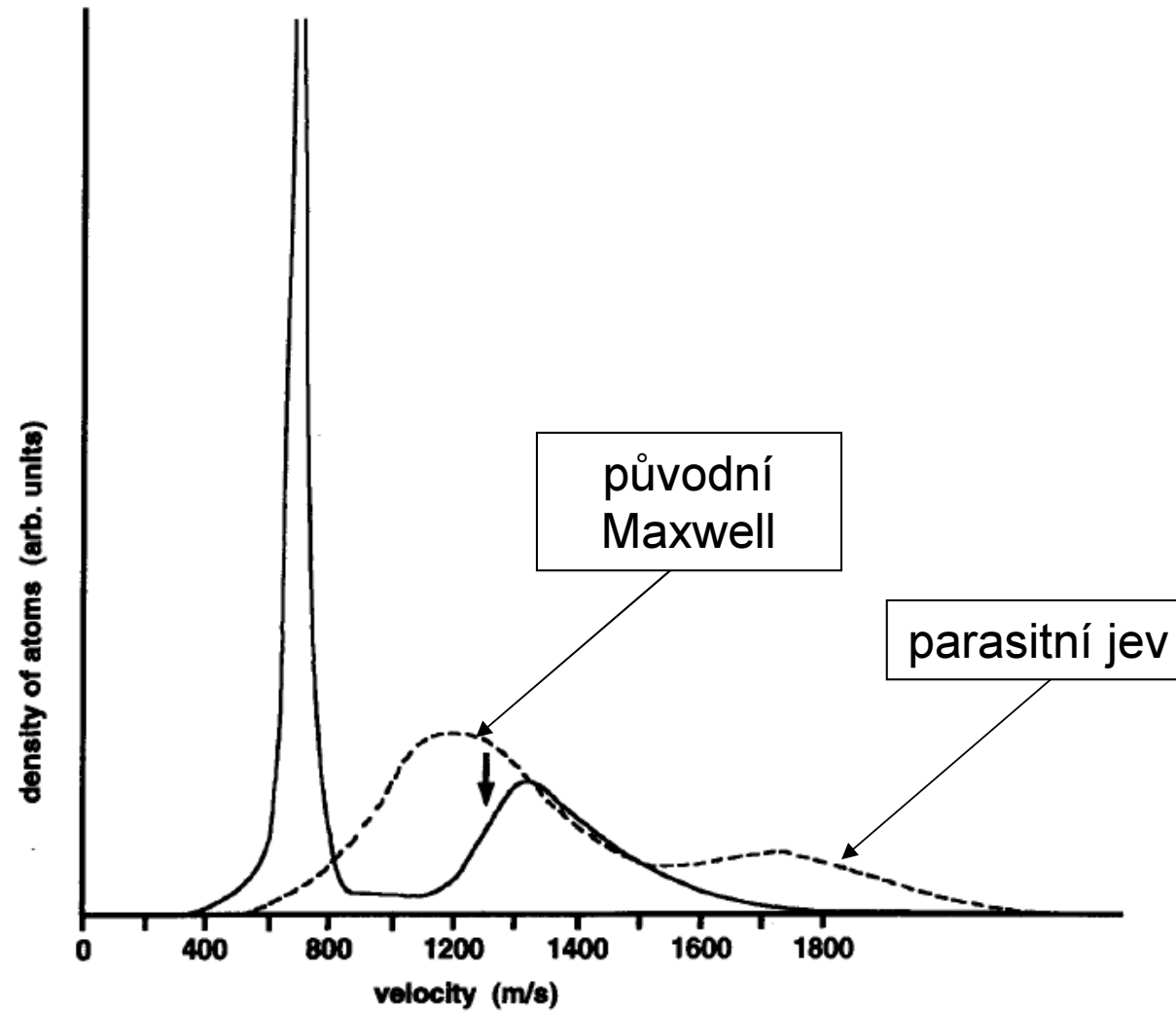
## ladění pomocí Zeemanova jevu



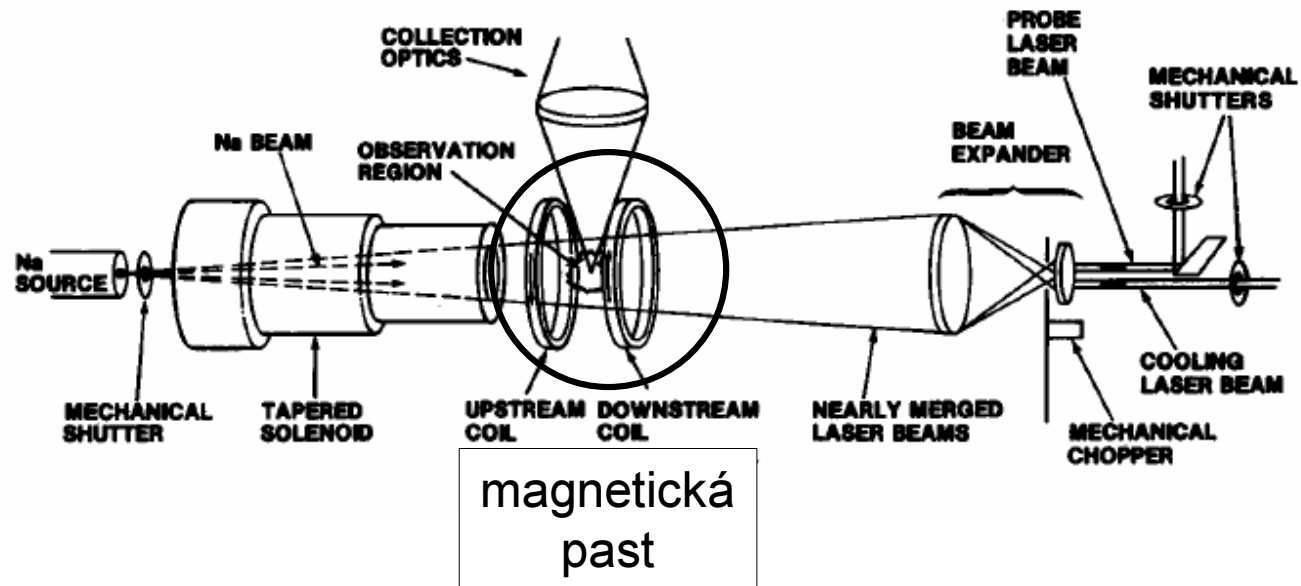
Zpomalený atom není již v resonanci (Dopplerův posun). Možno kompenzovat rozštěpením čar v magnetickém poli ... úměрно  $B$

K tomu konický solenoid

## Zlepšený brzdný účinek

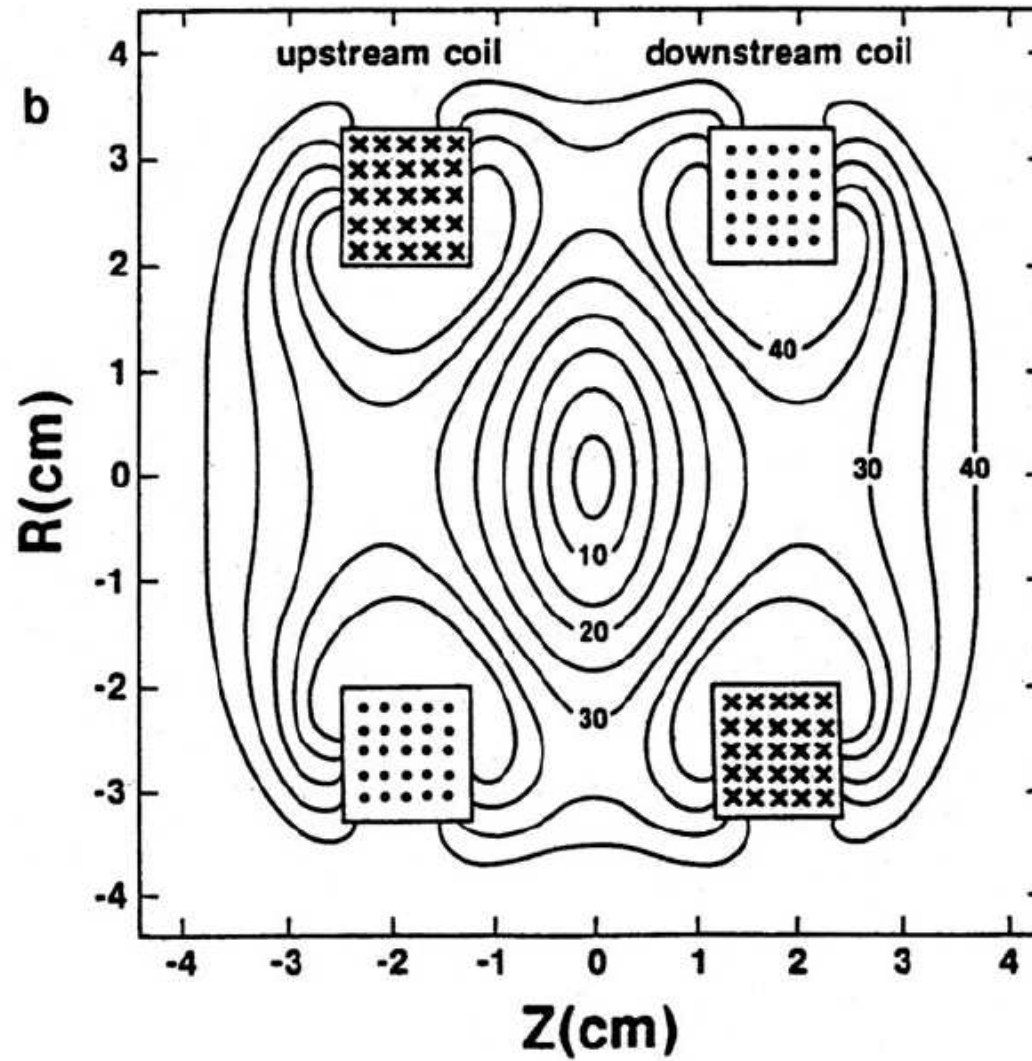


## *Aparatura podle W. Phillipse*



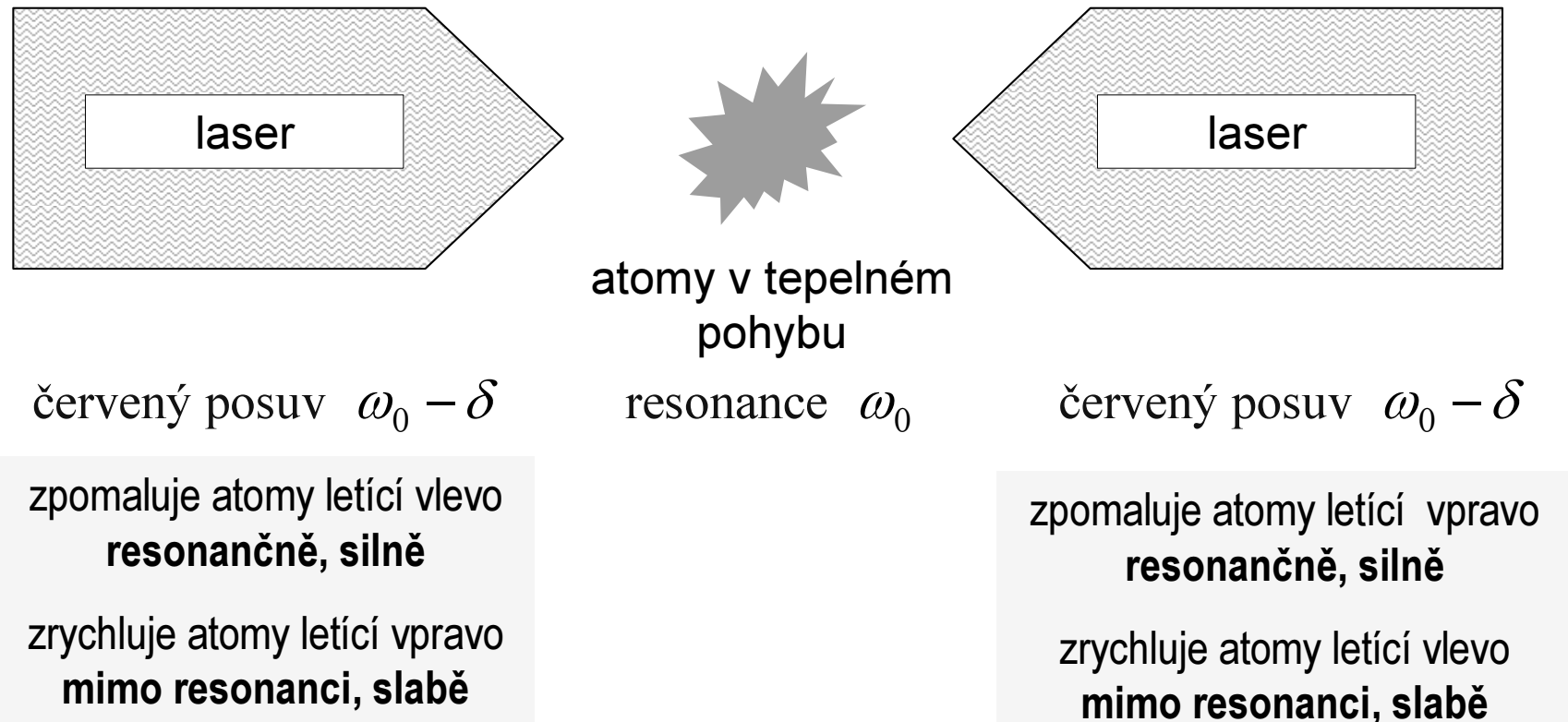
Zpomalené atomy doletěly do pasti a tam zastaveny dodatečným pulsem

# *Kvadrupólová magnetická past*



# Dopplerovo chlazení

Princip popsali Hänsch a Schawlow 1985 (oba NP, ale za jiné věci)

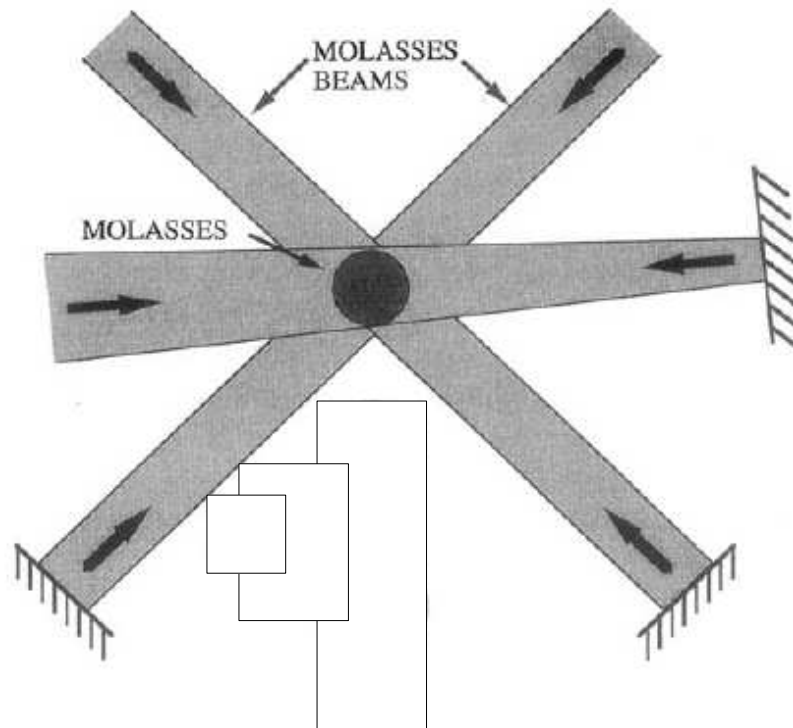


## Tři zkřížené svazky: 3D Dopplerovo chlazení

je třeba 20 000 fotonů  
k zastavení z pokojové  
teploty

brzdná síla je pak  
úměrná rychlosti:  
viskózní prostředí,  
„syrup“

Pro intenzivní laser je  
to otázka milisekund



## Tři zkřížené svazky: 3D Dopplerovo chlazení

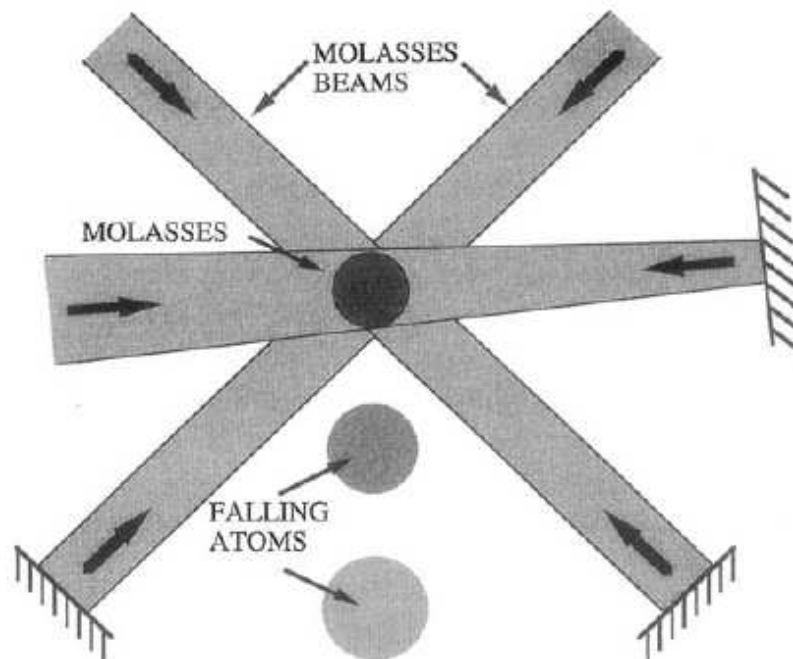
je třeba 20 000 fotonů  
k zastavení z pokojové  
teploty

brzdná síla je pak  
úměrná rychlosti:  
viskózní prostředí,  
„syrup“

Pro intenzivní laser je  
to otázka milisekund

měření teploty:  
vypneme lasery,  
atomy pomalu klesají v  
tíhovém poli

přitom se balisticky  
rozbíhají





## Tři zkřížené svazky: 3D Dopplerovo chlazení

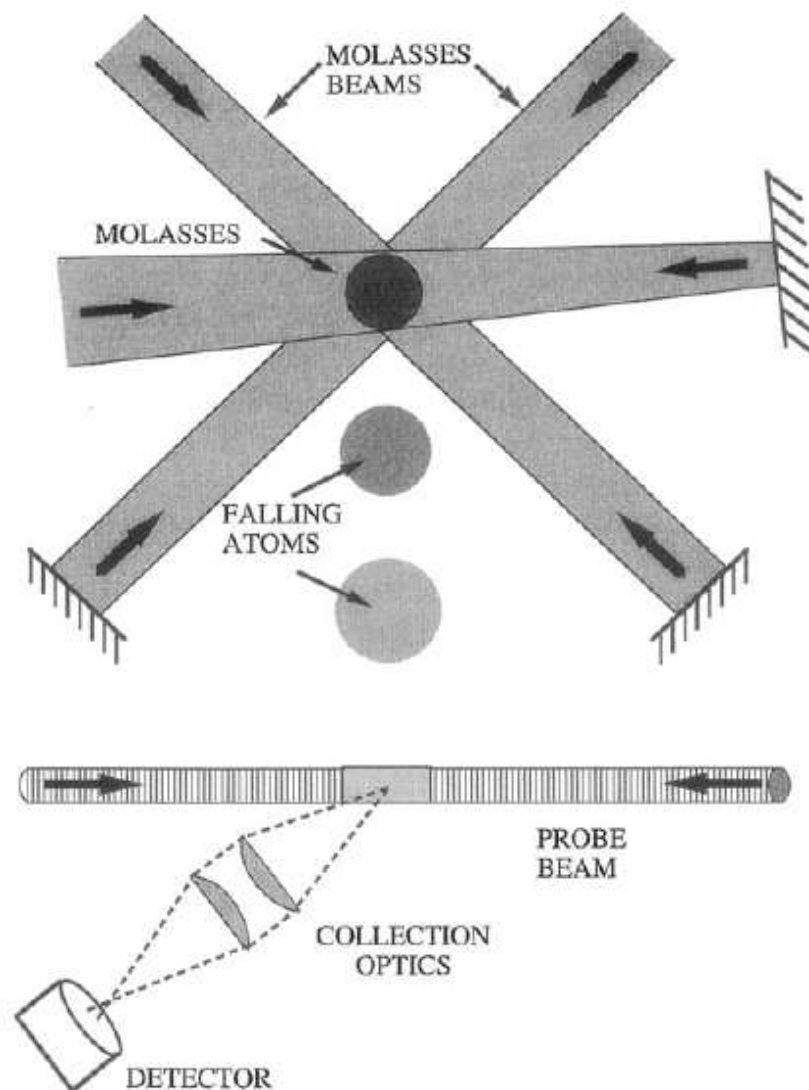
je třeba 20 000 fotonů  
k zastavení z pokojové  
teploty

brzdná síla je pak  
úměrná rychlosti:  
viskózní prostředí,  
„syrup“

Pro intenzivní laser je  
to otázka milisekund

měření teploty:  
vypneme lasery,  
atomy pomalu klesají v  
tíhovém poli

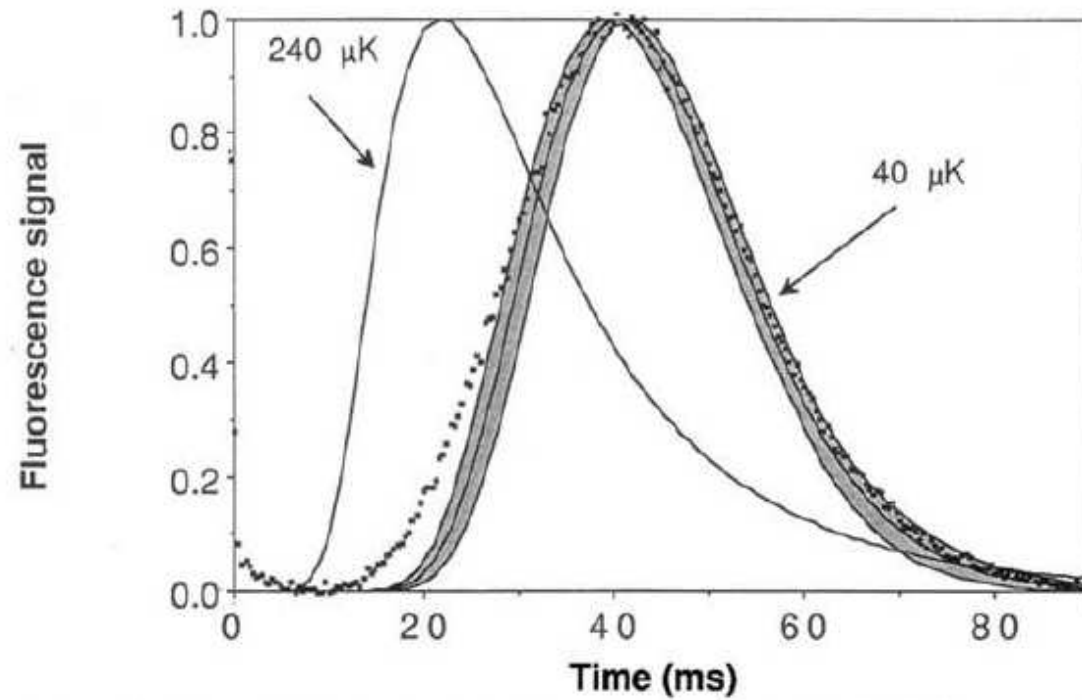
přitom se balisticky  
rozbíhají



měřícím laserem  
vyvoláme  
fluorescenci.

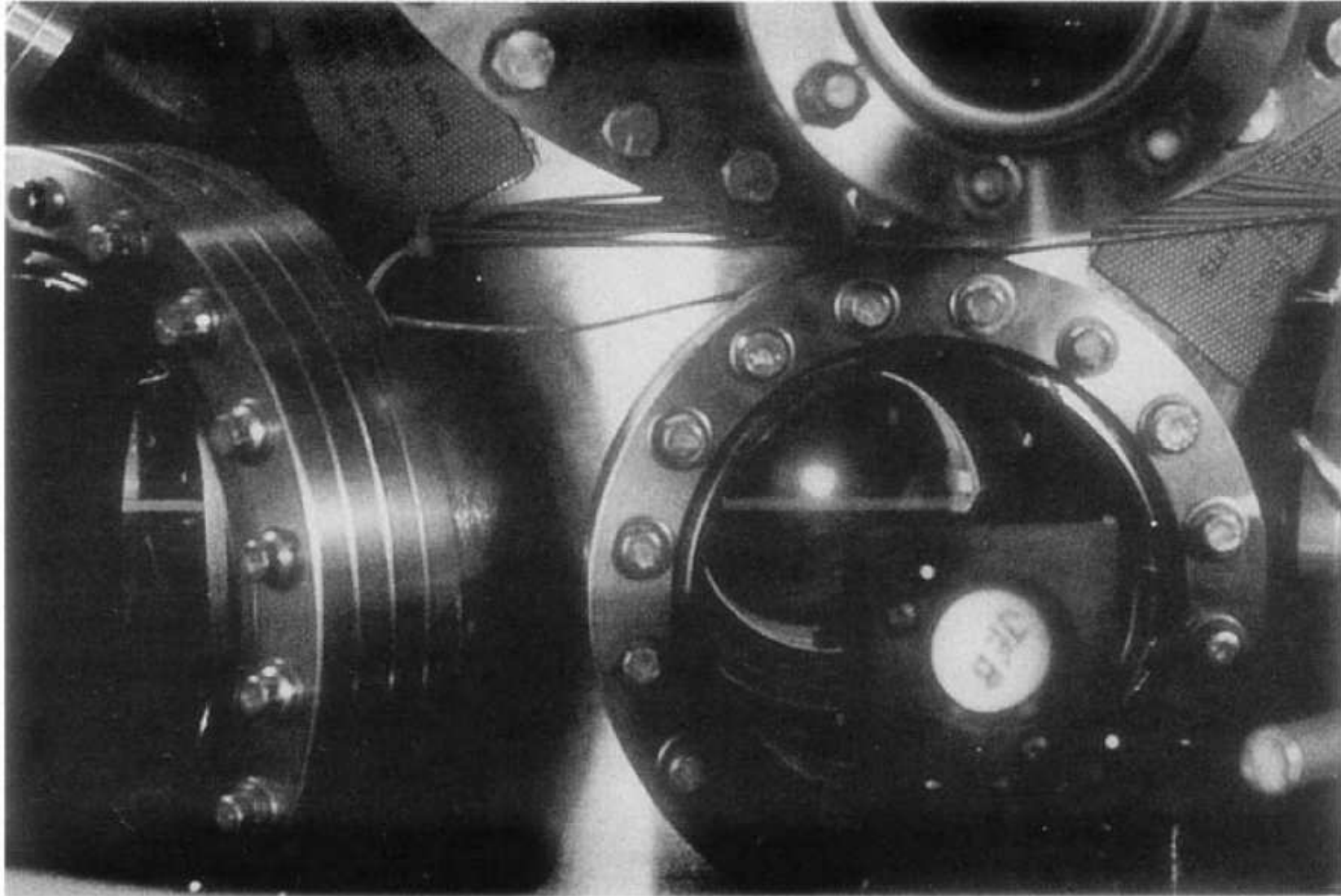
Z rozměru obláčku  
vypočteme rozdělení  
rychlostí

## Změřená teplota



Pod Dopplerovou mezí 240  $\mu\text{K}$  ... dodatečné chlazení Sisyfovým jevem  
objasnil Cohen-Tannoudji

*Dopplerovo chlazení: realizace Chu*



# BEC v atomových pastech

# *Nobelisté II.*



## **The Nobel Prize in Physics 2001**

"for the achievement of Bose-Einstein condensation in dilute gases of alkali atoms, and for early fundamental studies of the properties of the condensates"



**Eric A. Cornell**

1/3 of the prize  
USA

University of  
Colorado, JILA  
Boulder, CO, USA

b. 1961



**Wolfgang  
Ketterle**

1/3 of the prize  
Federal Republic of  
Germany

Massachusetts  
Institute of  
Technology (MIT)  
Cambridge, MA, USA

b. 1957



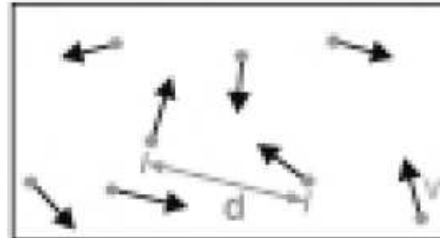
**Carl E. Wieman**

1/3 of the prize  
USA

University of  
Colorado, JILA  
Boulder, CO, USA

b. 1951

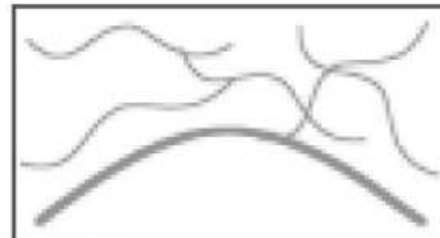
# Ketterle vysvětluje BEC švédskému králi



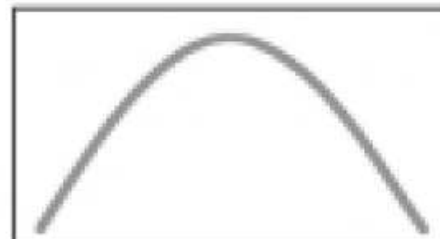
**High  
Temperature T:**  
thermal velocity  $v$   
density  $d^{-3}$   
"Billiard balls"



**Low  
Temperature T:**  
De Broglie wavelength  
 $\lambda_{dB} = h/mv \propto T^{-1/2}$   
"Wave packets"



**T = T<sub>crit</sub>:**  
**Bose-Einstein  
Condensation**  
 $\lambda_{dB} \approx d$   
"Matter wave overlap"

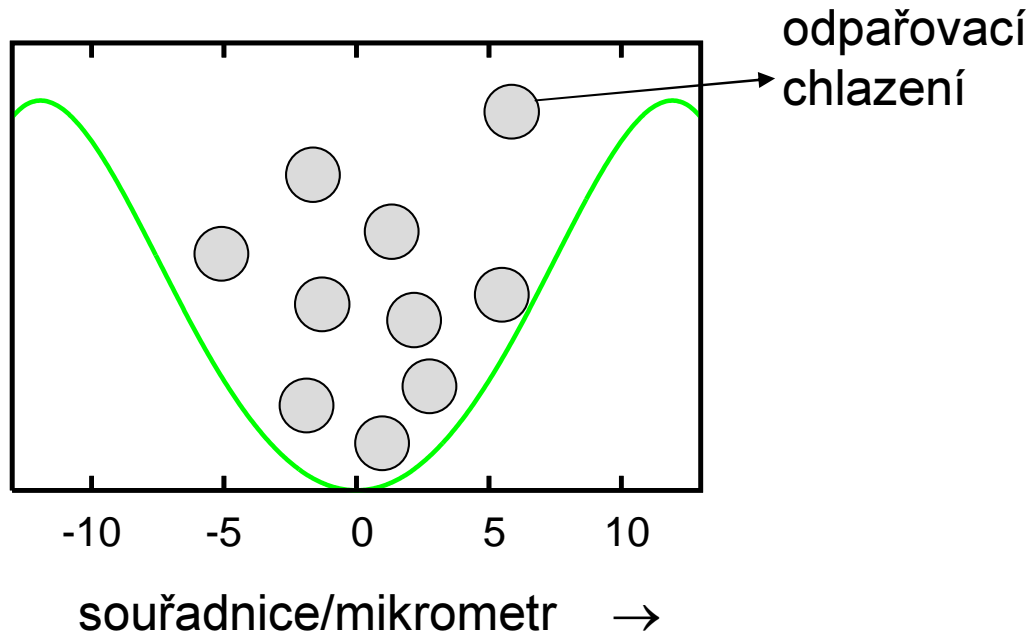


**T=0:**  
**Pure Bose  
condensate**  
"Giant matter wave"

# Potenciál pasti

Typický profil

?



Jeden směr

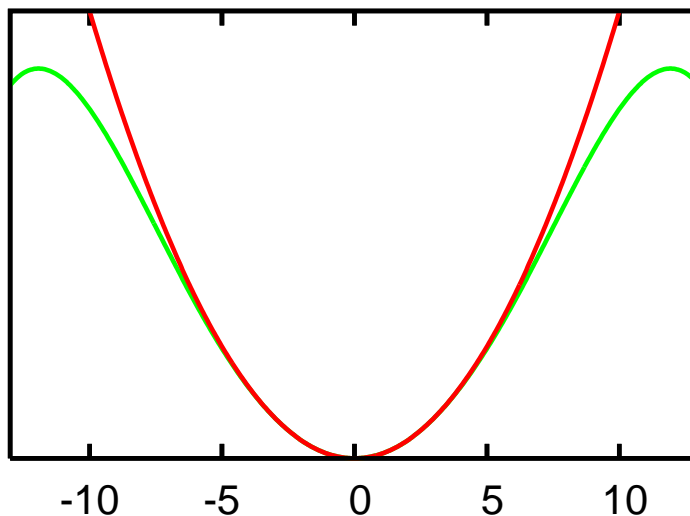
past zpravidla 3D

Pasti jsou z reálného světa, obláčky víceméně viditelné okem

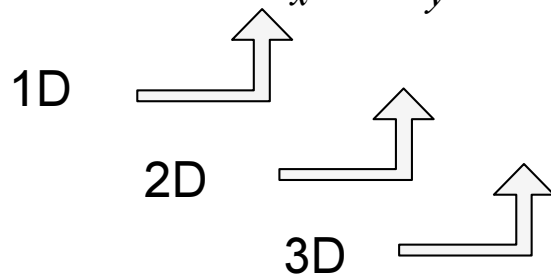
# Potenciál pasti

## Parabolická approximace

zpravidla anisotropní  
harmonický oscilátor  
s *axiální symetrií*



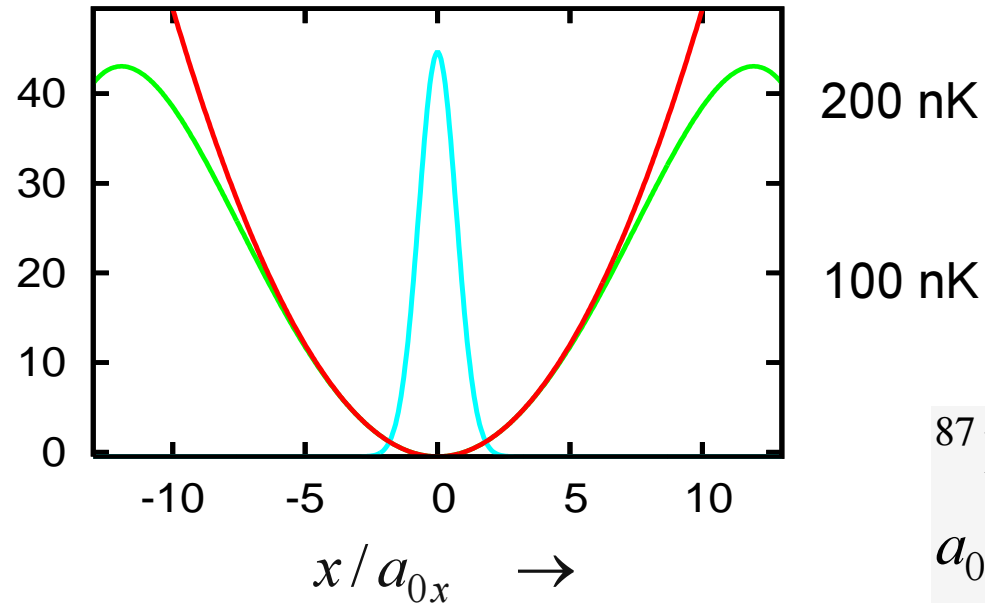
$$H = \frac{1}{2m} \mathbf{p}^2 + \frac{1}{2} m \omega_x^2 x^2 + \frac{1}{2} m \omega_y^2 y^2 + \frac{1}{2} m \omega_z^2 z^2$$
$$= H_x + H_y + H_z$$





# Základní stav a potenciál

číslo hladiny  
lineárního  
oscilátoru



$^{87}\text{Rb}$

$a_0 = 1\mu\text{m}$

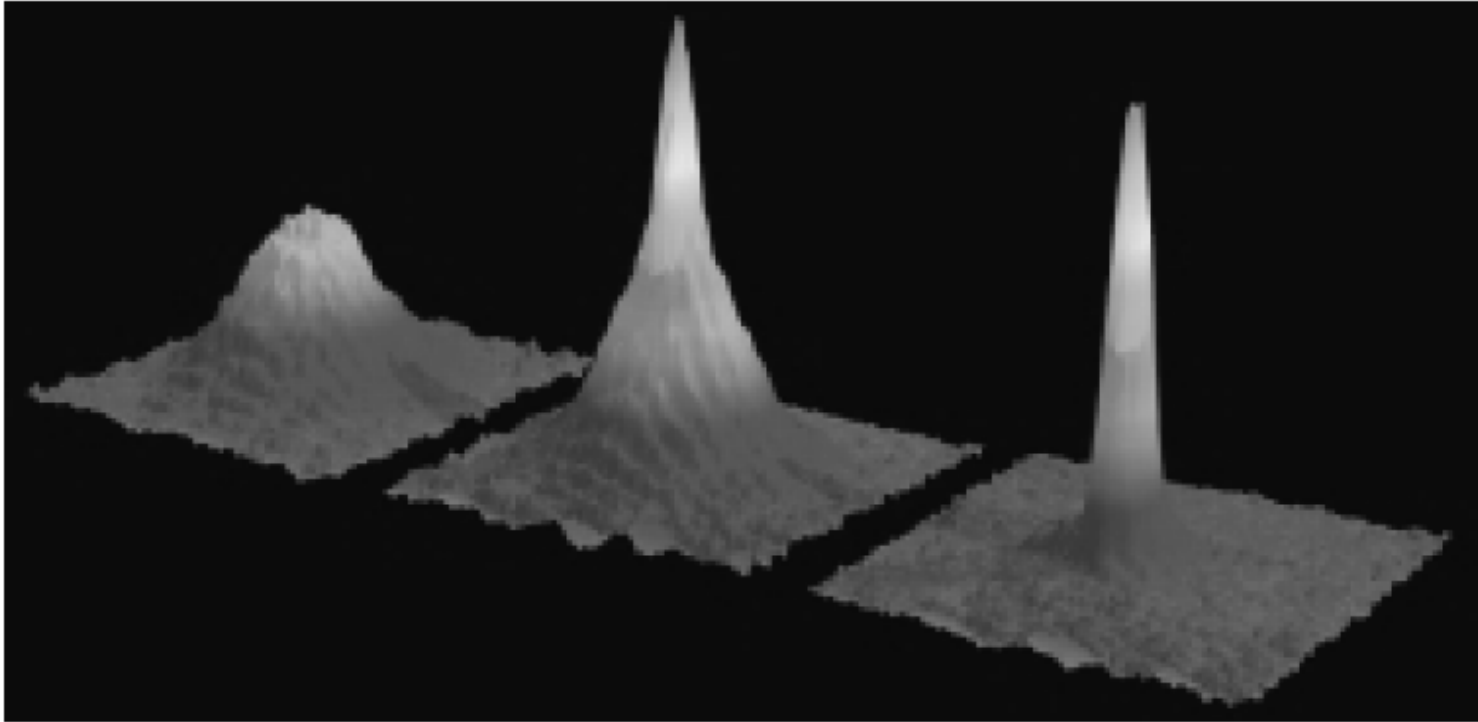
$\hbar\omega = 10\text{ nK}$

$$\psi_0(x, y, z) = \phi_{0x}(x)\phi_{0y}(y)\phi_{0z}(z)$$

$$\phi_0(u) = \frac{1}{\sqrt{a_0\pi}} e^{-\frac{u^2}{2a_0^2}}, \quad a_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}, \quad E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega = \frac{1}{2} \cdot \frac{\hbar^2}{ma_0^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\hbar^2}{Mu_m a_0^2}$$

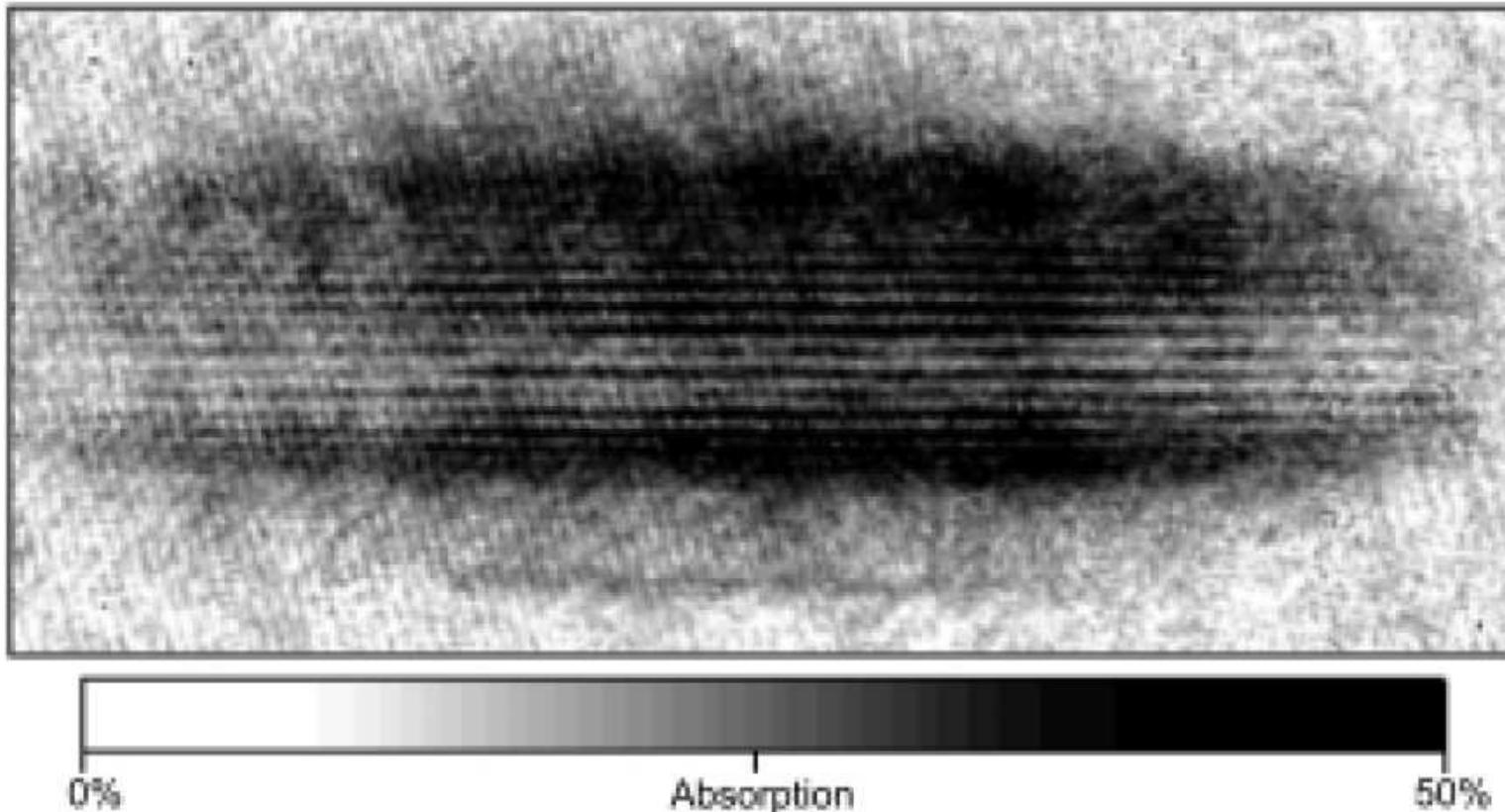
$$V(u) = \frac{1}{2}m\omega^2 u^2 = \frac{1}{2}\hbar\omega \left(\frac{u}{a_0}\right)^2$$

## *BEC pozorovaná opět metodou TOF*



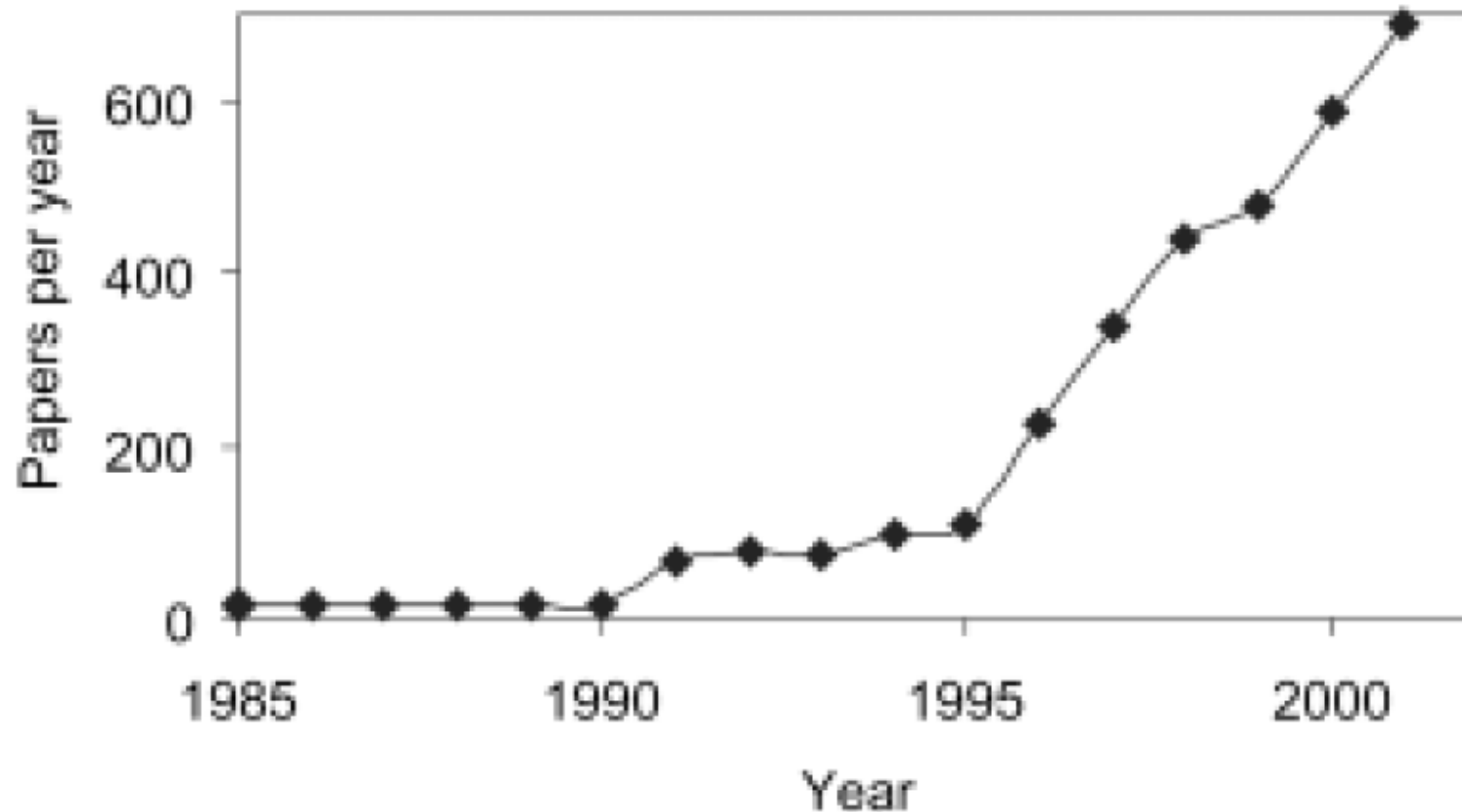
*Figure 7.* Observation of Bose-Einstein condensation by absorption imaging. Shown is absorption vs. two spatial dimensions. The Bose-Einstein condensate is characterized by its slow expansion observed after 6 ms time-of-flight. The left picture shows an expanding cloud cooled to just above the transition point; middle: just after the condensate appeared; right: after further evaporative cooling has left an almost pure condensate. The total number of atoms at the phase transition is about  $7 \times 10^5$ , the temperature at the transition point is  $2 \mu\text{K}$ .

## *Interference atomů*



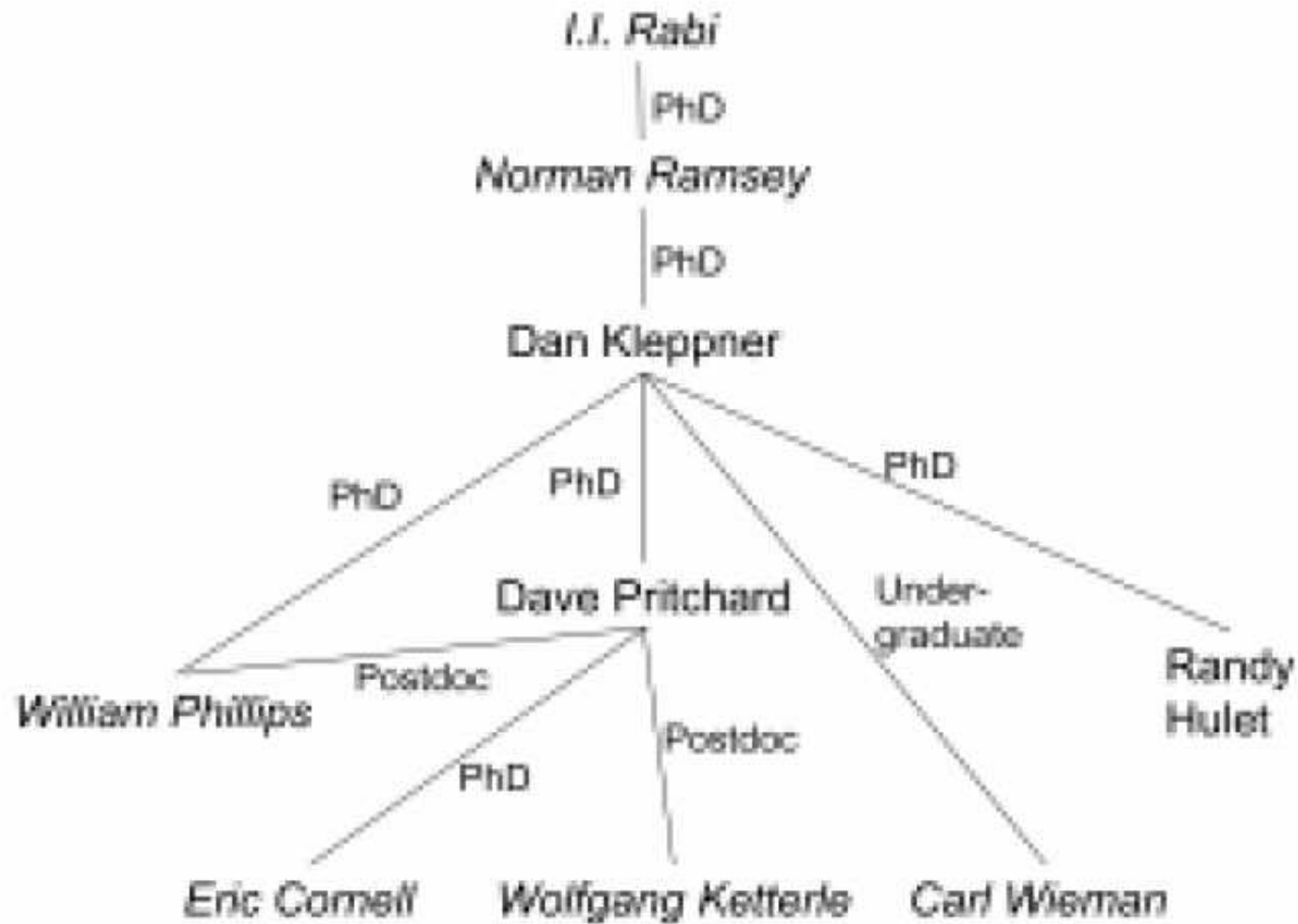
Dva koherentní kondensáty se pronikají a interferují.  
Vertikální vzdálenost proužků je  $15\ \mu\text{m}$   
Vodorovný rozměr obláčku  $1,5\text{mm}$

*Boom BEC, teď ještě mnohem živější*



*Figure 1.* Annual number of published papers, which have the words “Bose” and “Einstein” in their title, abstracts or keywords. The data were obtained by searching the ISI (Institute for Scientific Information) database.

## *Strom nobelistů (kursivou) v atomové fyzice*



*The end*