F4110
Fyzika atomárních soustav
letní semestr 2005 - 2006

IV.
Elektronová optika

KOTLÁŘSKÁ 9. BŘEZNA 2006

Úvodem

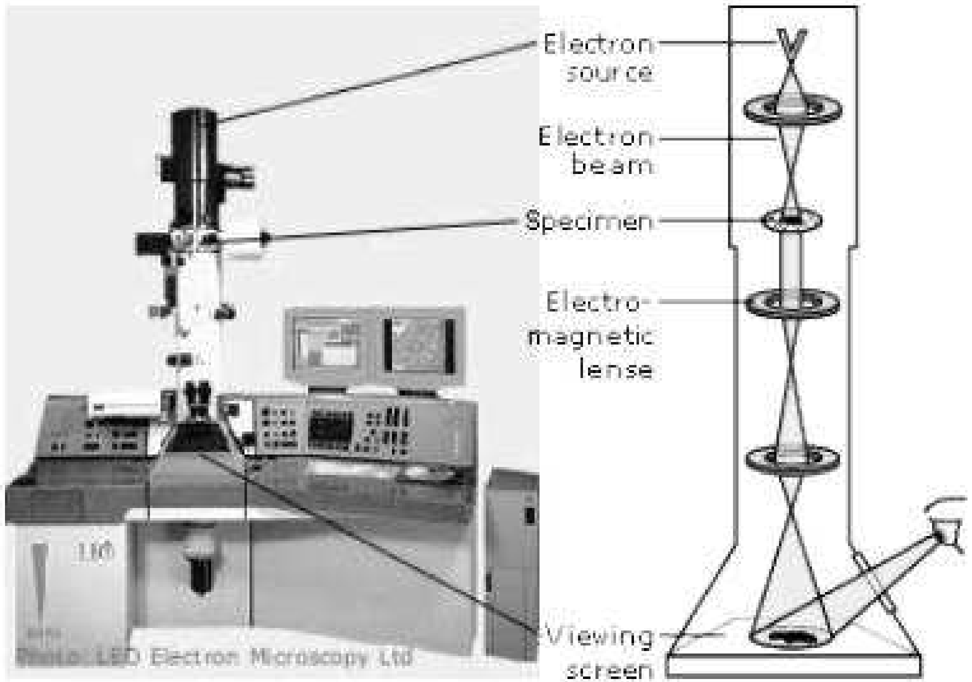
- S elektrony lze pracovat v přiblížení geometrické optiky, pokud se pohybují v dostatečně plavných polích
- Na příkladu elektrostatických polí prozkoumáme konstrukci centrovaných soustav v paraxiální aproximaci
- Magnetické čočky jsou ale mnohem zajímavější
- I elektronové optické soustavy trpí vadami zobrazení … ale na to nedojde

Několik reklamních obrázků

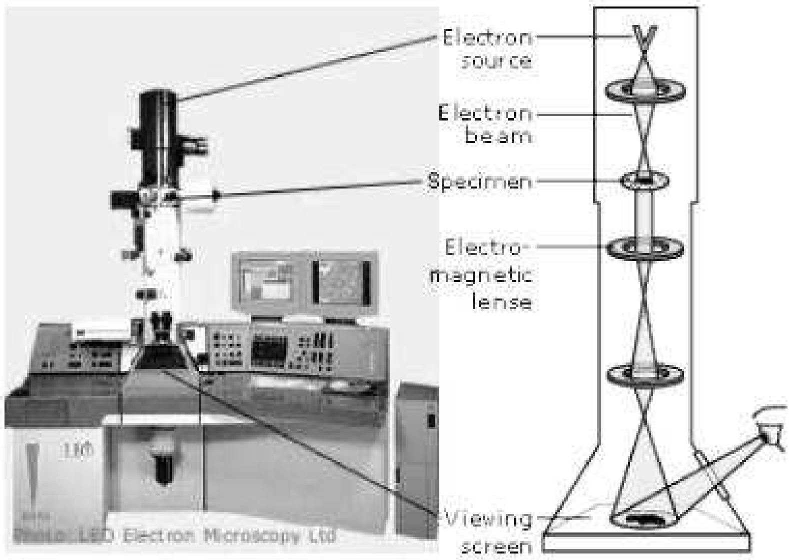
V dnešní době je elektronová mikroskopie standardní a rozšířenou laboratorní technikou. Variant konstrukce je velký počet. Celý obor se stále rozvíjí. Elektronové svazky se využívají i v technologii, například pro elektronovou litografii.

Běžný stolní přístroj

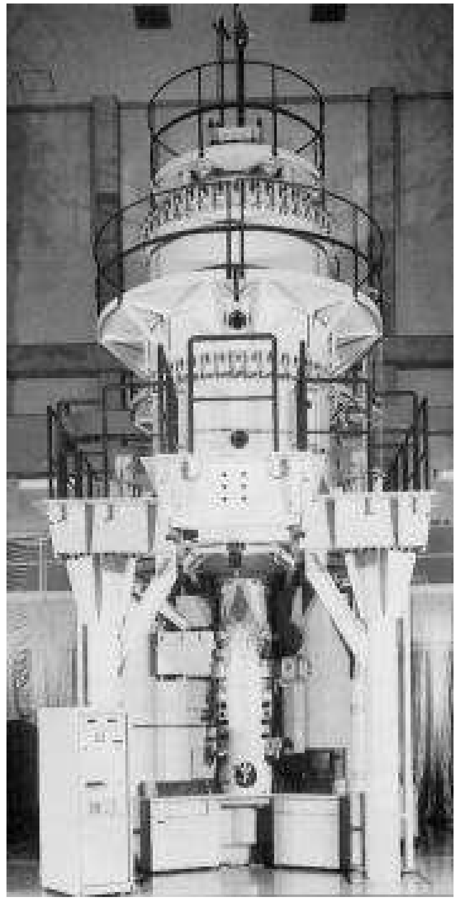
transmisní elektronový mikroskop (TEM)



transmisní elektronový mikroskop (TEM)



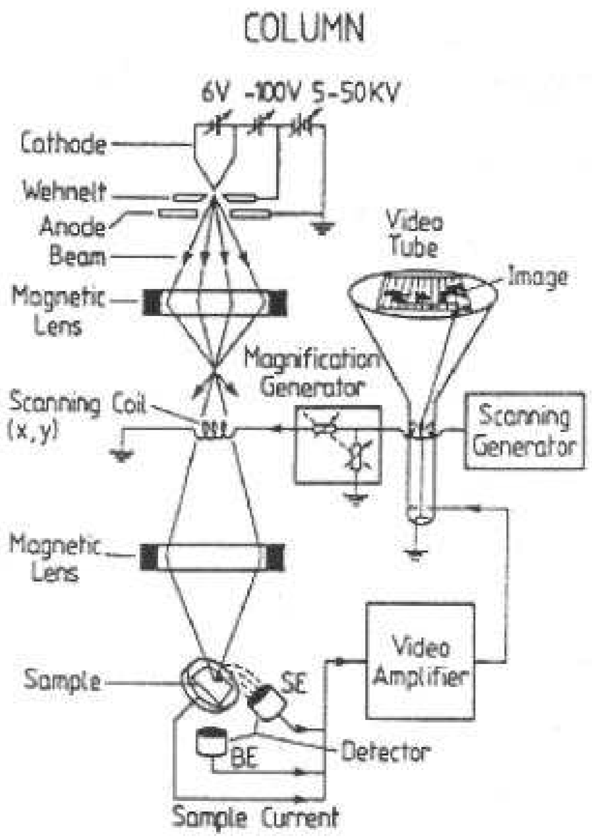
STOLNÍ PŘÍSTROJ
~ 50 000 eV

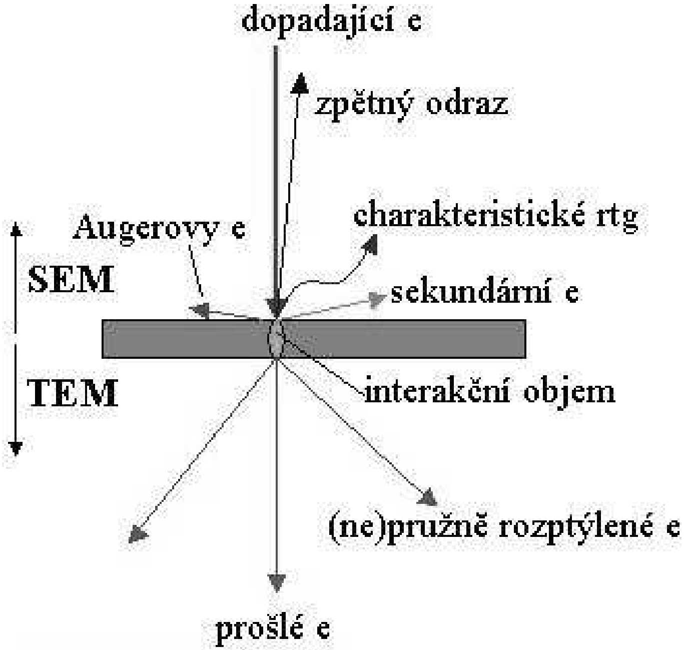


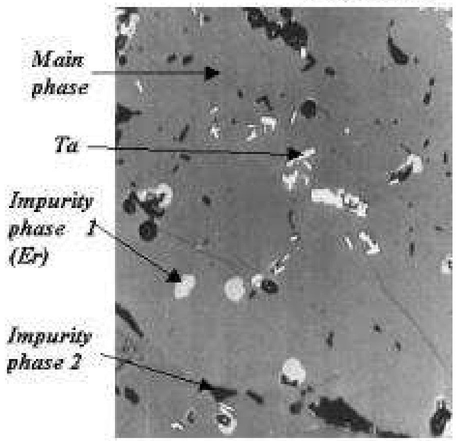
UNIKÁTNÍ PŘÍSTROJ
~ 1 000 000 eV

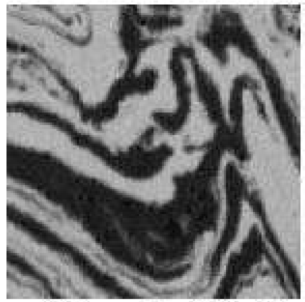
Řádkovací elektronový mikroskop: typy zobrazení

řádkovací elektronový mikroskop
(SEM .. scanning electron microscope)



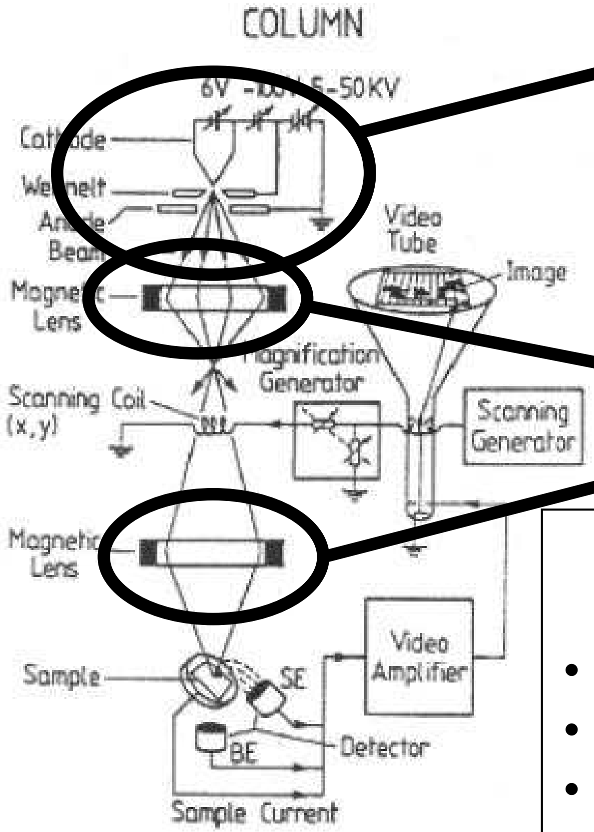





slitina Cu-Nb-Fe

Řádkovací elektronový mikroskop: náš dnešní úhel pohledu

řádkovací elektronový mikroskop
(SEM .. scanning electron microscope)



ZDROJ ELEKTRONŮ

MAGNETICKÉ
ČOČKY

- KONSTRUKCE
- VÝPOČET POLÍ A OPT. VLASTNOSTÍ
- VÝPOČET PAPRSKŮ = DRAH ELEKTRONŮ

Částicová paprsková optika

Využití elektronů pro geometrickou optiku s vysokým rozlišením napadlo lidstvo teprve potom, co vlnové vlastnosti elektronu byly již dobře známy.

Paprsková (geometrická) optika částic

vlnová optika	↔	vlnová mechanika
↓	$\lambda \to 0$	↓
geometrická optika	↔	klasická mechanika

formální srovnání →

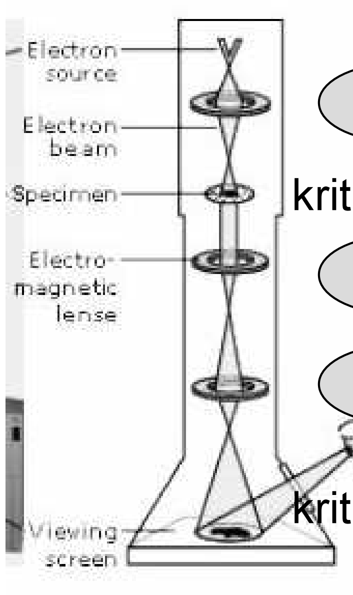
paprsky	***trajektorie***
eikonálová rovnice	***Newtonovy rovnice + vyloučení času***
sférické čočky	***spojité rozložení indexu lomu***

formální podmínka

$$\lambda \to 0$$

znamená přesně

$$\lambda << L \;(\text{char. délka})$$



	L
ano	mm
kritické místo	nm
ano	mm
ano	mm
kritické místo	µm

vlnové délky →

Podrobnosti Hamiltonovy analogie

Hamiltonova analogie

optika (geometrická) $\longleftrightarrow$ klasická mechanika

- paprsky
- Fermatův princip

$$\delta\int n\,ds = 0 \qquad n \text{ ...index lomu}$$

$$n = \frac{c}{u} \qquad \delta\int \frac{ds}{u} = 0$$

- trajektorie
- Mapertuis (-Jacobi) princip

$$\delta\int v\,ds = 0 \qquad E = U + \frac{1}{2}mv^2$$

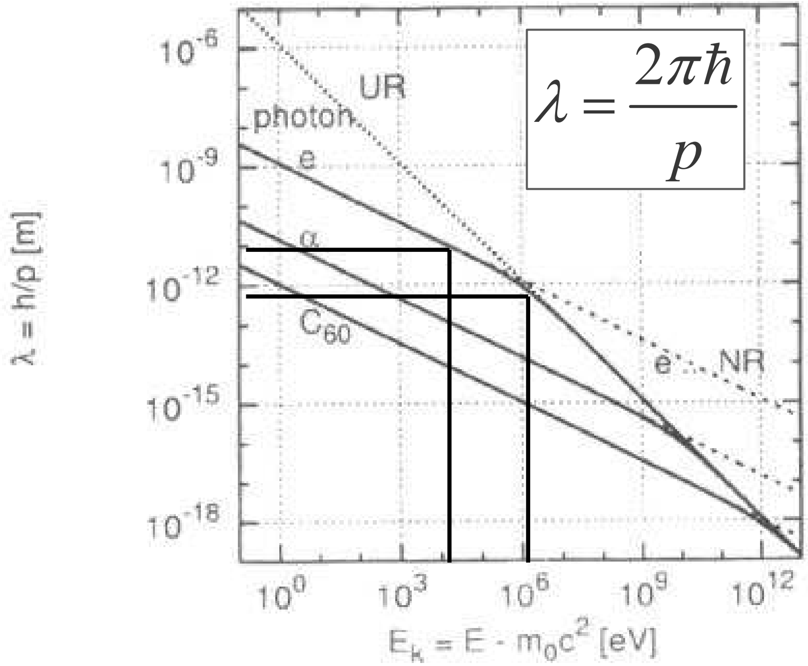
$$v = \sqrt{\frac{2(E-U)}{m}}$$

- Eikonalová rovnice
- Hamilton-Jacobiho rovnice

$$\boxed{\left(\nabla\mathcal{E}\right)^2 = n^2 \qquad \left(\nabla\mathcal{S}\right)^2 = n^2}$$

přímočaré šíření, zákon odrazu, zákon lomu

Relativistická kinematika a vlnové délky částic



ZÁSOBNÍK VZORCŮ

$$E = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}c^2,\ \beta = \frac{v}{c}$$

$$E = m_0c^2 + E_{\mathrm{kin}}$$

$$p = mv$$

$$p = \sqrt{\frac{E_{\mathrm{kin}}^2}{c^2} + 2m_0E_{\mathrm{kin}}}$$

LIMITY (explicitní hodnoty platí pro elektrony)

nerelativistická („naše“)

$$E_{\mathrm{kin}} \ll m_0c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2m_0E_{\mathrm{kin}}}} = \frac{1.22}{\sqrt{E_{\mathrm{kin}}}}\ (\mathrm{nm,\ eV})$$

předěl

$$E_{\mathrm{kin}} \approx 2m_0c^2$$

$$\approx 10^6\ \mathrm{eV}$$

ultrarelativistická

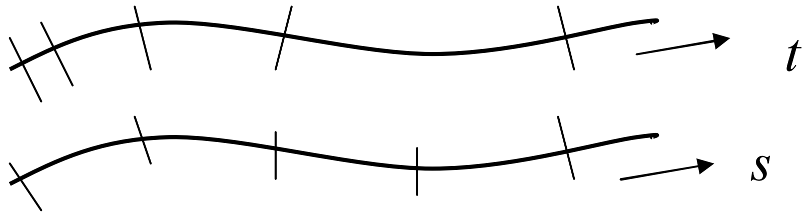
$$E_{\mathrm{kin}} \gg m_0c^2$$

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar c}{E_{\mathrm{kin}}} = \frac{1.24}{E_{\mathrm{kin}}}\ (\mu\mathrm{m,\ eV})$$

Trajektorie ve vnějších polích

trajektorie (probíhána v čase)

paprsek (křivka parametrisovaná délkou dráhy)



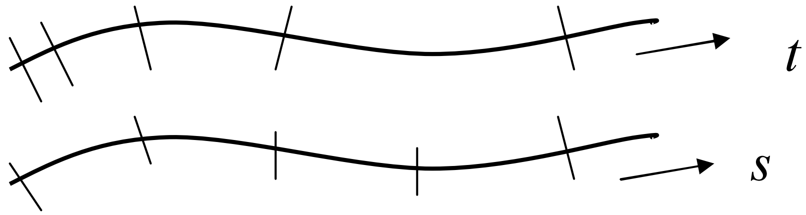
Newtonovy rovnice
(Lorentzova síla)

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \dot{\boldsymbol{v}} = \frac{e}{m}\left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}\right)$$

Trajektorie ve vnějších polích

trajektorie (probíhána v čase)

paprsek (křivka parametrisovaná
délkou dráhy)



Newtonovy rovnice
(Lorentzova síla)

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \dot{\boldsymbol{v}} = \frac{e}{m}(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \cancel{\times} \boldsymbol{B})$$

zatím vynecháme

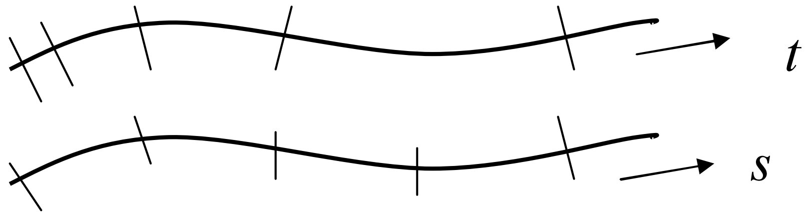
$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \dot{\boldsymbol{v}} = -\frac{e}{m}\nabla \Phi$$

elektrostatický
potenciál

Trajektorie ve vnějších polích

trajektorie (probíhána v čase)

paprsek (křivka parametrisovaná délkou dráhy)



Newtonovy rovnice
(Lorentzova síla)

$$\ddot{\boldsymbol r} = \dot{\boldsymbol v} = \frac{e}{m}\left(\boldsymbol E + \boldsymbol v \cancel{\times \boldsymbol B}\right)$$

zatím vynecháme

$$\ddot{\boldsymbol r} = \dot{\boldsymbol v} = -\frac{e}{m}\nabla \Phi$$

elektrostatický potenciál

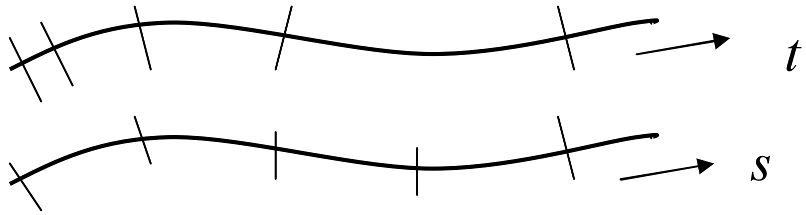
Index lomu pro elektrony

$$n(\boldsymbol r) = v(\boldsymbol r) = \sqrt{\frac{2}{m}\left(E - U(\boldsymbol r)\right)}$$
$$= \sqrt{\frac{2}{m}E - \frac{2e}{m}\Phi(\boldsymbol r)}$$

Trajektorie ve vnějších polích

trajektorie (probíhána v čase)

paprsek (křivka parametrisovaná délkou dráhy)



Newtonovy rovnice (Lorentzova síla)

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \dot{\boldsymbol{v}} = \frac{e}{m}\left(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \cancel{\times \boldsymbol{B}}\right)$$

zatím vynecháme

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \dot{\boldsymbol{v}} = -\frac{e}{m}\nabla \Phi$$

elektrostatický potenciál

Index lomu pro elektrony

$$n(\boldsymbol{r}) = v(\boldsymbol{r}) = \sqrt{\frac{2}{m}\left(E - U(\boldsymbol{r})\right)} = \sqrt{\frac{2}{m}E - \frac{2e}{m}\Phi(\boldsymbol{r})}$$

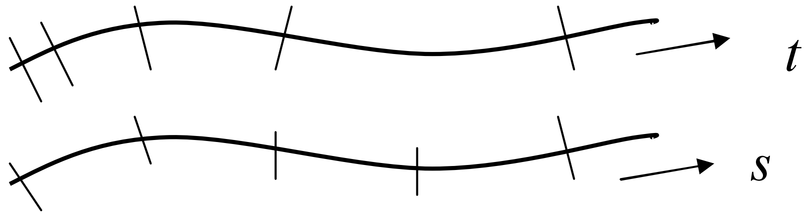
Vyloučení času

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}s} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}\cdot\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}s} = -\frac{e}{m}\nabla\Phi\cdot\frac{1}{v} = \nabla n$$

Trajektorie ve vnějších polích

trajektorie (probíhána v čase)

paprsek (křivka parametrisovaná délkou dráhy)



Newtonovy rovnice
(Lorentzova síla)

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \dot{\boldsymbol{v}} = \frac{e}{m}\left(\boldsymbol{E} + \cancel{\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}}\right)$$

zatím vynecháme

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \dot{\boldsymbol{v}} = -\frac{e}{m}\nabla \Phi$$

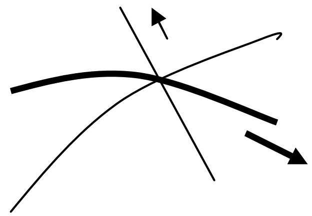
elektrostatický potenciál

Index lomu pro elektrony

$$n(\boldsymbol{r}) = v(\boldsymbol{r}) = \sqrt{\frac{2}{m}\left(E - U(\boldsymbol{r})\right)} = \sqrt{\frac{2}{m}E - \frac{2e}{m}\Phi(\boldsymbol{r})}$$

Vyloučení času

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}s} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} \cdot \frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}s} = -\frac{e}{m}\nabla \Phi \cdot \frac{1}{v} = \nabla n$$



diferenciální tvar zákona lomu

Teoretický návrh dílů pro elektronovou optiku

Omezíme se na osově symetrickou paraxiální oblast.
Tam je všechno plně zvládnuto.

<u>PŘÍKLAD:</u>
URYCHLOVACÍ
SYSTÉM

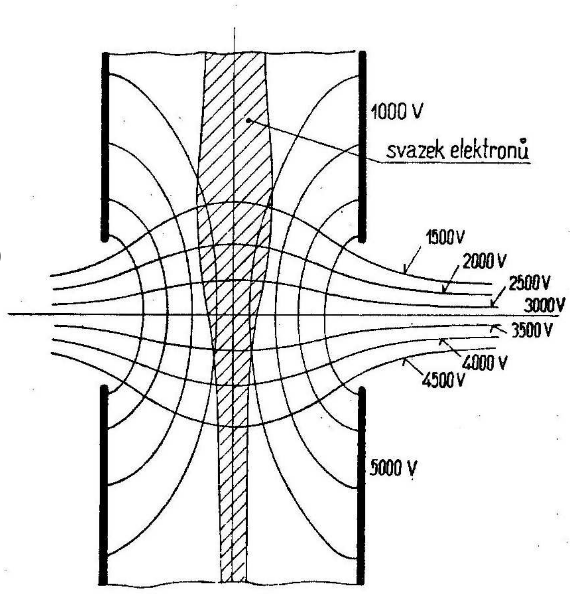
1. KROK: URČENÍ Φ

- ve vakuu
- geometrie kovových elektrod
- potenciály elektrod

vstup

- řešení Laplaceovy rovnice při okrajových podmínkách daných elektrodami

$$\boxed{\Delta\Phi(\boldsymbol{r}) = 0}$$



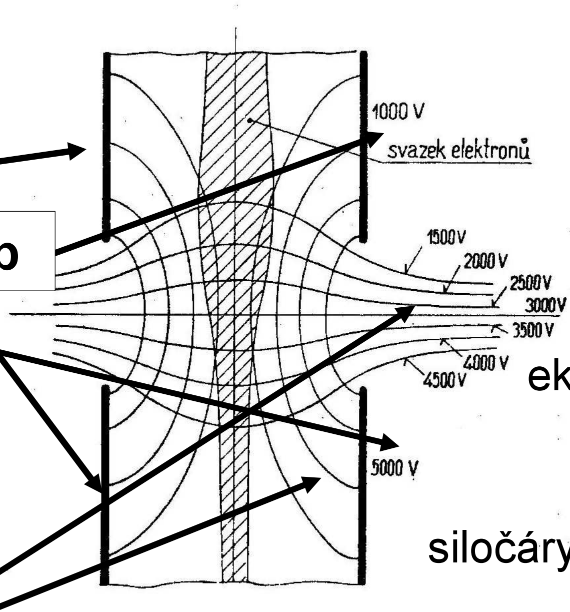
Obr. 131. Urychlovací systém.

PŘÍKLAD:
URYCHLOVACÍ
SYSTÉM

1. KROK: URČENÍ Φ

- ve vakuu
- geometrie kovových elektrod
- potenciály elektrod
- řešení Laplaceovy rovnice při okrajových podmínkách daných elektrodami

vstup



ekvipotenciály

siločáry

Obr. 131. Urychlovací systém.

$$\boxed{\Delta\Phi(\boldsymbol{r}) = 0}$$

Dva kroky ve studiu optického dílu

PŘÍKLAD:
URYCHLOVACÍ
SYSTÉM

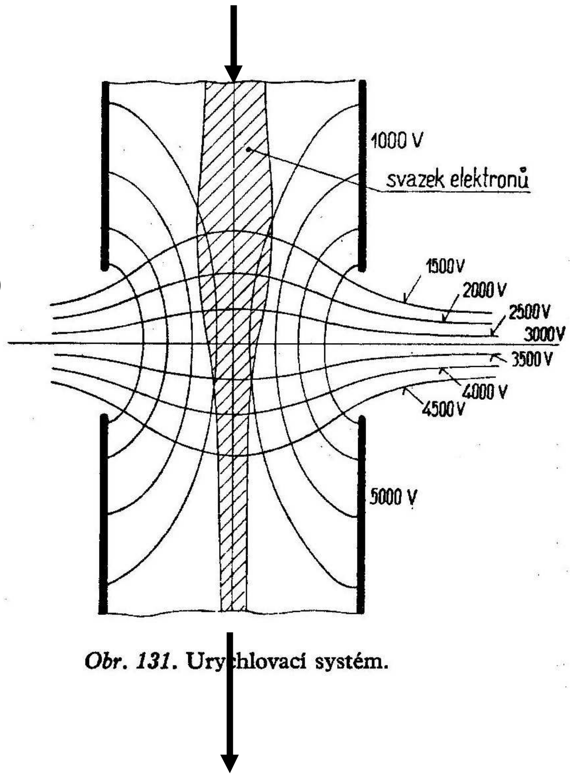
1. KROK: URČENÍ Φ

- ve vakuu
- geometrie kovových elektrod
- potenciály elektrod

}**vstup**

- řešení Laplaceovy rovnice při okrajových podmínkách daných elektrodami

$$\boxed{\Delta\Phi(\boldsymbol{r}) = 0}$$



Obr. 131. Urychlovací systém.

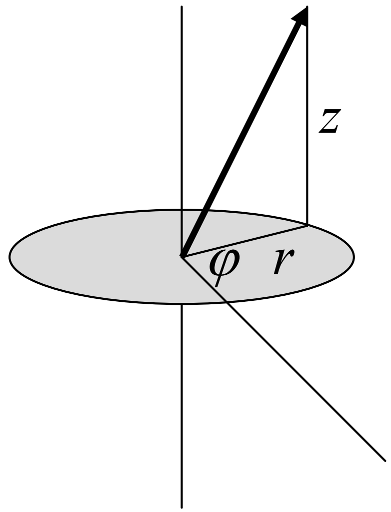
2. KROK: TRAJEKTORIE

- blízko osy systému – paraxiální oblast
- vstupní energie E
- výstupní energie $E + 4000$ eV
- zlepšená kolimace
- hledání trajektorií
  - buď přímo
  - z paraxiální rovnice + korekce na sférickou vadu

Řešení Laplaceovy rovnice

LAPLACEOVA ROVNICE

$$\Delta\Phi(\boldsymbol{r}) = 0$$
$$\partial_{xx}\Phi(x,y,z) + \partial_{yy}\Phi + \partial_{zz}\Phi = 0$$



NUMERICKÉ ŘEŠENÍ

Obecně 3D úloha.
Použití osové symetrie

$$\partial_{rr}\Phi(r,z) + \frac{1}{r}\partial_{r}\Phi + \partial_{zz}\Phi = 0$$

$$\overbrace{\hspace{20em}}^{\textit{numerické techniky}}$$

metoda sítí

klasický postup:

derivace nahrazeny diferencemi

dnes překonané

metoda konečných elementů

triangulace

lineární interpolace

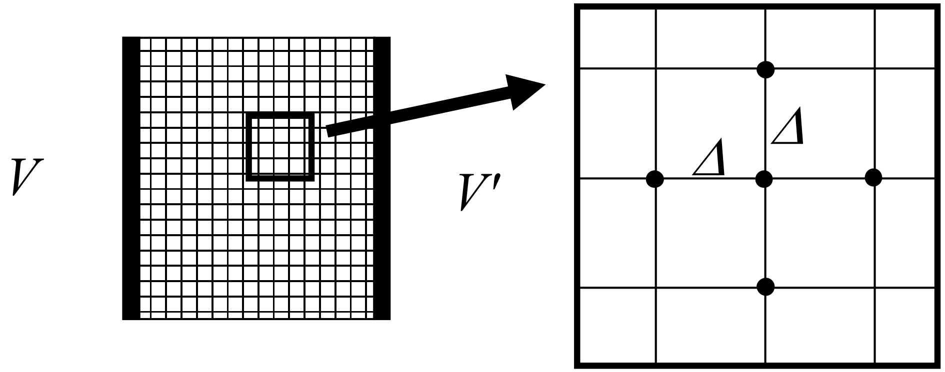
variační princip

dnes nejrozšířenější

Metoda sítí

Základní myšlenka: nahradit diferenciální rovnici diferenční

$$\boxed{\Delta\Phi(\boldsymbol{r}) = 0}$$



2D ILUSTRACE

$$x_j = x_0 + j \cdot \Delta$$

$$y_k = y_0 + k \cdot \Delta$$

$$\Phi_{j,k} = \Phi(x_j, y_k)$$

$$\Delta\Phi(\boldsymbol{r}_{jk}) = \partial_{xx}\Phi(x_j, y_k) + \partial_{yy}\Phi(x_j, y_k) \quad \rightarrow$$

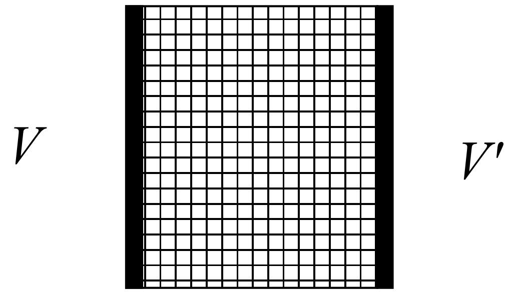
$$\approx \frac{\Phi_{j+1,k} - 2\Phi_{j,k} + \Phi_{j-1,k}}{\Delta^2} + \frac{\Phi_{j,k+1} - 2\Phi_{j,k} + \Phi_{j,k-1}}{\Delta^2}$$

. . . *soustava lineárních rovnic pro* $\Phi_{j,k}$

Metoda konečných elementů

Základní myšlenka: nahradit diferenciální rovnici variační úlohou

$$\Delta\Phi(\boldsymbol{r}) = 0 \quad \longleftrightarrow \quad \int \mathrm{d}V\, \nabla\Phi \cdot \nabla\Phi = \mathrm{Min}$$



definiční oblast se rozdělí na buňky

Φ lineární v každé buňce … má gradient všude až na hrany

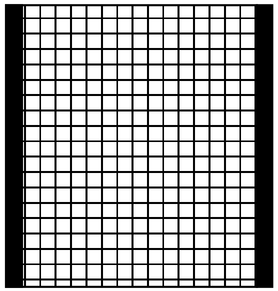
soustava lineárních rovnic

… APLIKOVANÁ FUNKCIONÁLNÍ ANALYSA

Metoda konečných elementů

Základní myšlenka: nahradit diferenciální rovnici variační úlohou

$$\boxed{\Delta\Phi(\boldsymbol{r}) = 0} \longleftrightarrow \boxed{\int \mathrm{d}V\, \nabla\Phi \cdot \nabla\Phi = \mathrm{Min}}$$

V  V'

definiční oblast se rozdělí na buňky

Φ lineární v každé buňce … má gradient všude až na hrany

soustava lineárních rovnic

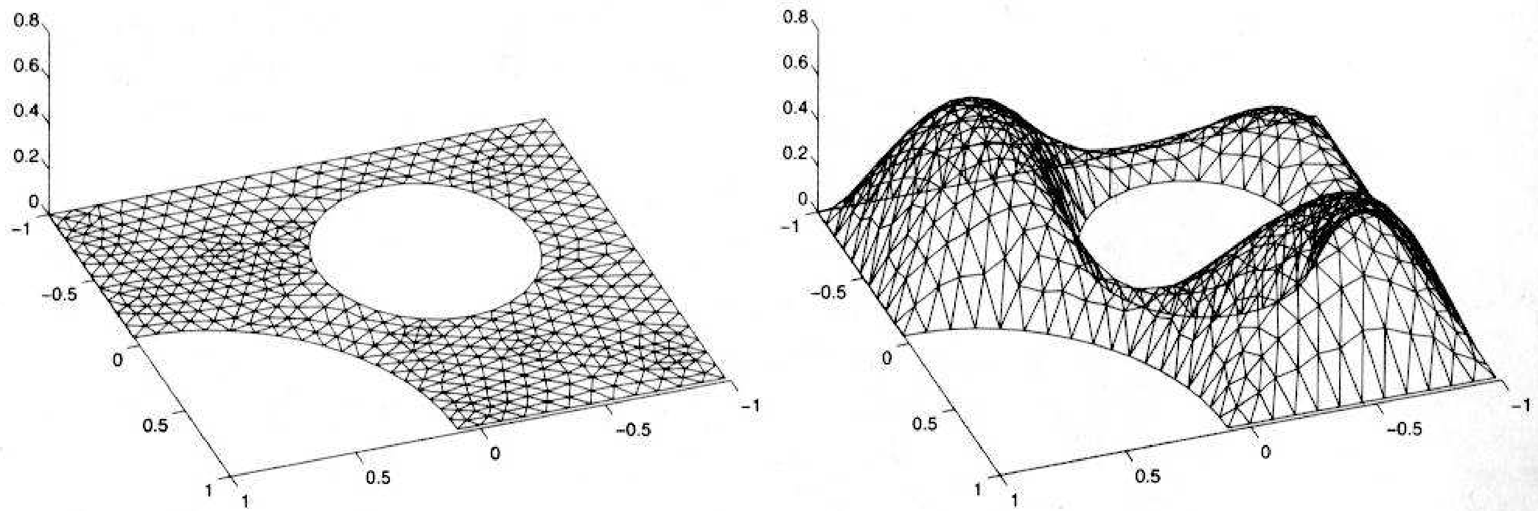
… APLIKOVANÁ FUNKCIONÁLNÍ ANALYSA

BRNO a metoda FEM
- ✔ prof. M. Zlámal (1924-1997) a jeho škola na VUT
- ✔ doc. B. Lencová UPT AV ČR a VUT *SPOC*

Znázornění triangulace v metodě konečných prvků

Podle Partial Differential Equation Toolbox for use with MATLAB:
User´s Guide

This is like using flat tiles to build a waterproof dome, which is perfectly possible.



A Triangular Mesh (left) and a Continuous Piecewise Linear Function on That Mesh

Paraxiální elektronová optika

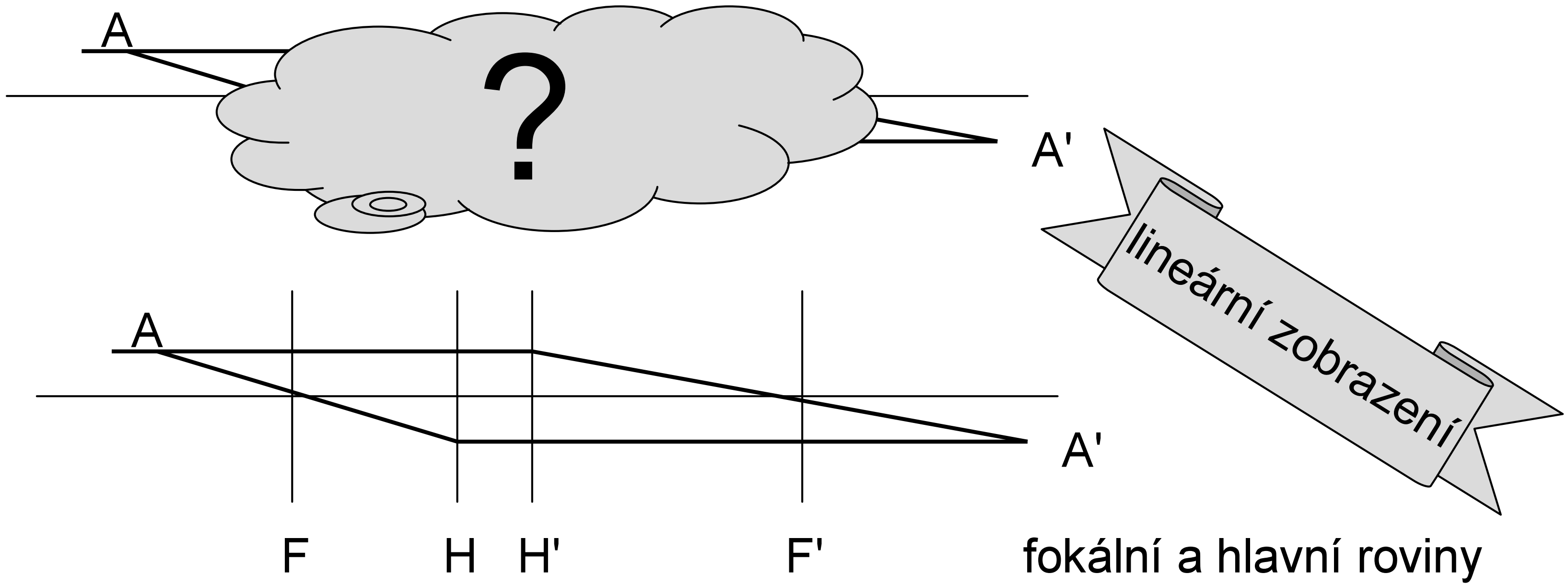
• OSOVĚ SYMETRICKÁ SOUSTAVA … centrovaná

to byla již r. 1931 idea Rusky a Knolla, od té doby rozpracovávaná

• PARAXIÁLNÍ OBLAST

elektronové svazky jen z úzké oblasti kolem optické osy (*nitkový Gaussův prostor*) … tam dochází k **ideálnímu zobrazování**:

body na body, úsečky na úsečky, roviny na roviny



fokální a hlavní roviny

Realisace paraxiální oblasti

kolem optické osy mají elektrony volný průchod

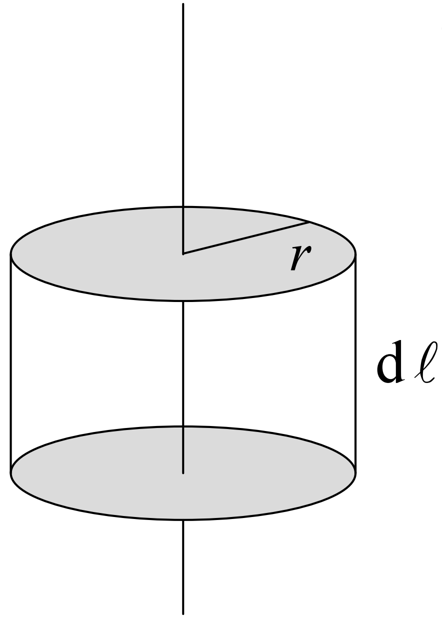
$$\boxed{\Delta\Phi(\boldsymbol{r}) = 0} \longleftrightarrow \boxed{\oint \mathrm{d}\boldsymbol{S}\cdot\boldsymbol{E} = 0}$$

Laplace

Gaussova věta

tok pláštěm

$$2\pi\, r\, \mathrm{d}\ell \times E_r$$



tok podstavami

$$+\pi\, r^2 \times \left(E_z + \frac{\partial}{\partial z} E_z \cdot \mathrm{d}\,\ell \right)$$

$$-\pi\, r^2 \times E_z$$

$$E_r = -\frac{r}{2} \times \frac{\partial}{\partial z} E_z(0, z)$$

lineární závislost na *r* **znamená linearitu zobrazení**

Paraxiální paprsková rovnice

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = \frac{e}{m}\boldsymbol{E}$$

$$\ddot{z} = \frac{e}{m} E_z(z(t))$$

$$\ddot{r} = \frac{e}{m} E_r(z(t))$$

pole bereme na ose!! … paraxiálnost

$$\boxed{\ddot{r} = -\frac{e}{m}\cdot\frac{r}{2}\times\frac{\partial}{\partial z}E_z(0,z)}$$

$$\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}z}\cdot\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \equiv r'\cdot v(z) \longrightarrow v(z)\cdot\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\left(v(z)\cdot\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}z}\right) + \frac{e}{m}\cdot\frac{r}{2}\times E'_z(0,z) = 0$$

$$\Phi\cdot r'' + \tfrac{1}{2}\Phi' r' + \tfrac{1}{4}\Phi'' r = 0, \quad \Phi(z), r(z)$$

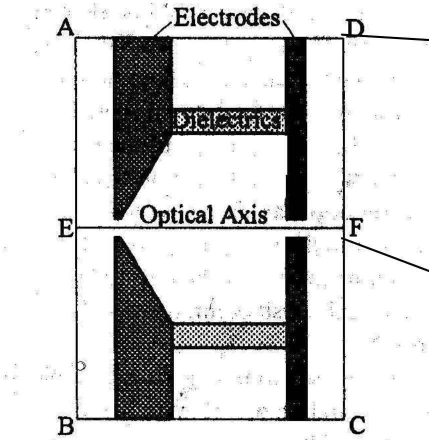
PARAXIÁLNÍ ROVNICE

- závisí **jen** na osovém průběhu potenciálu
- nezávisí na specifickém náboji *e/m*

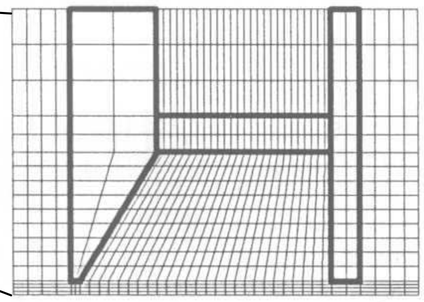
Ukázky skutečných výpočtů

Kvalita současného zpracování je plně profesionální.
Výpočty tohoto typu zrychlují o řády konstrukční práce.

Ukázka výpočtu elektrostatické čočky



design čočky

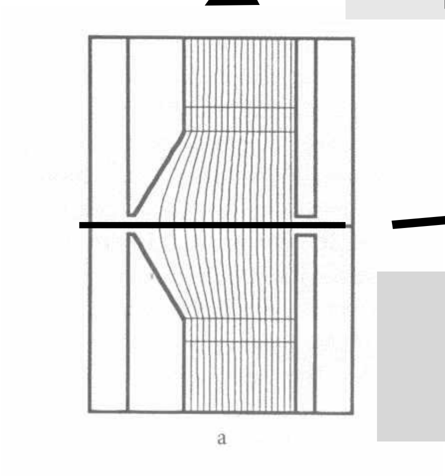


grid pro výpočet metodou konečných elementů:

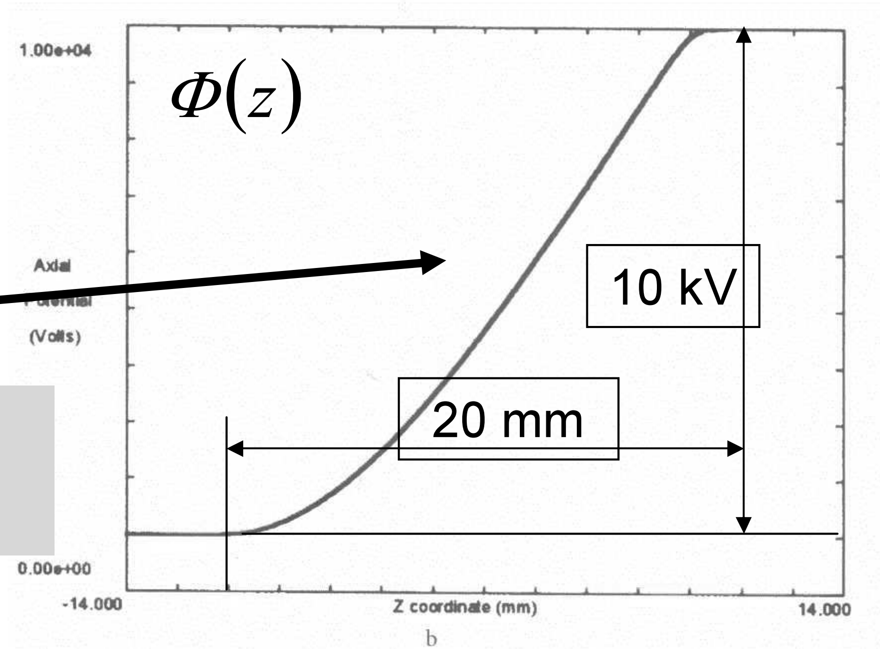
velké oblasti,

jemné dělení

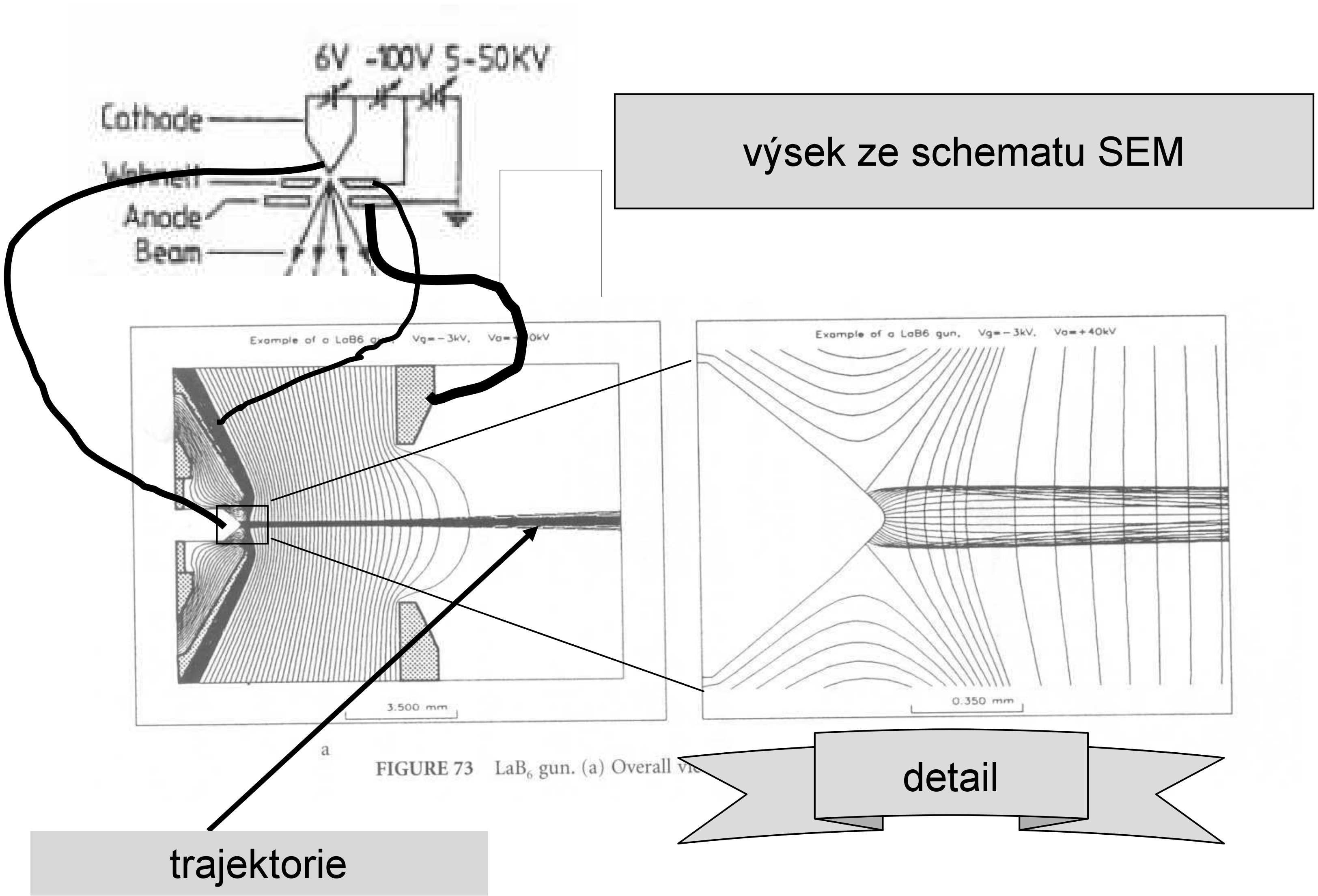
výsledný potenciál



axiální průběh potenciálu



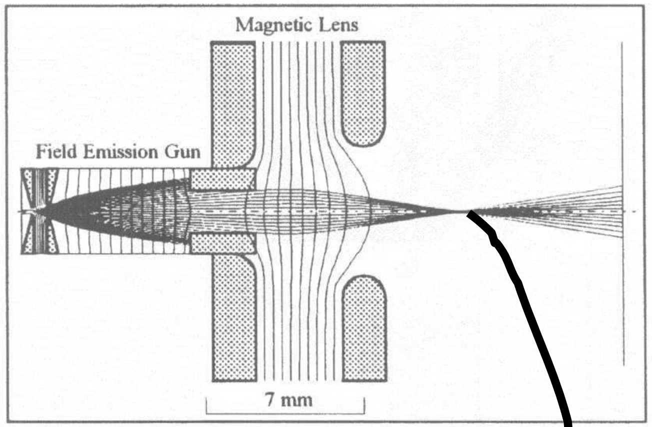
Termoemisní zdroj LaB_6

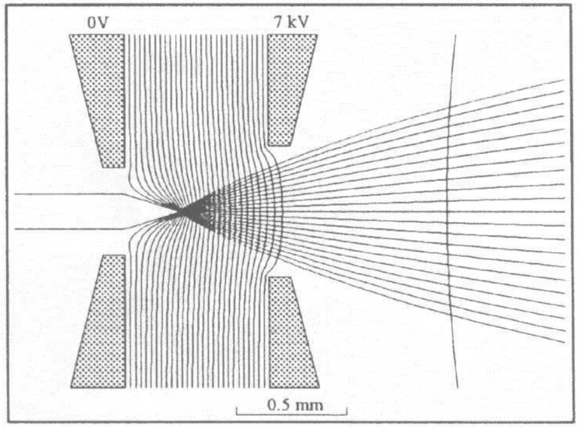


TFE zdroj

TFE (thermofield emission) *kombinuje* termickou emisi ... T=1800 K

se studenou emisi vyvolanou polem řádu 10 keV





kombinace elst. zdroje a magnetické čočky

detail

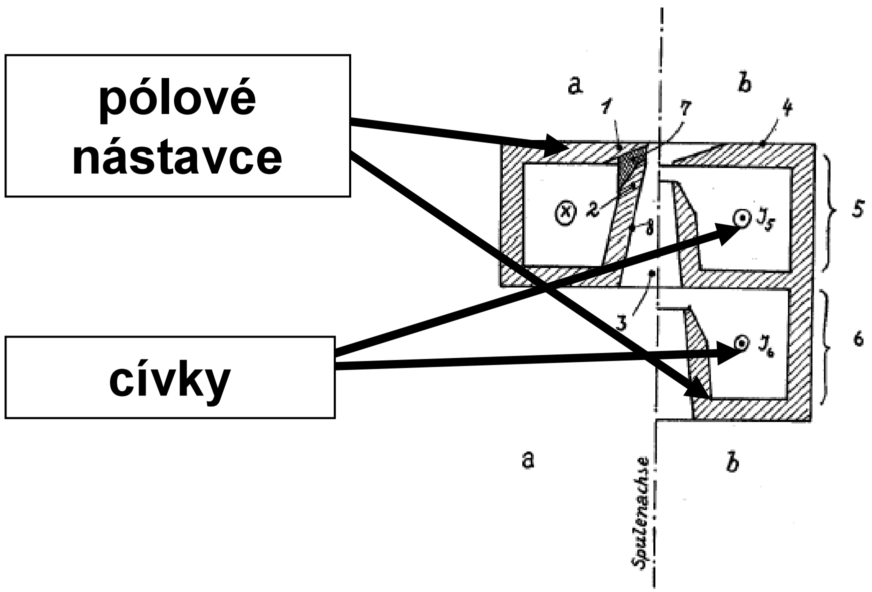
toto je téměř bodový zdroj kolimovaných elektronů

Magnetické čočky

Magnetické čočky a jiné součásti převládají v praxi.
Jejich pochopení je ale obtížnější.
Zde jen několik poznámek.

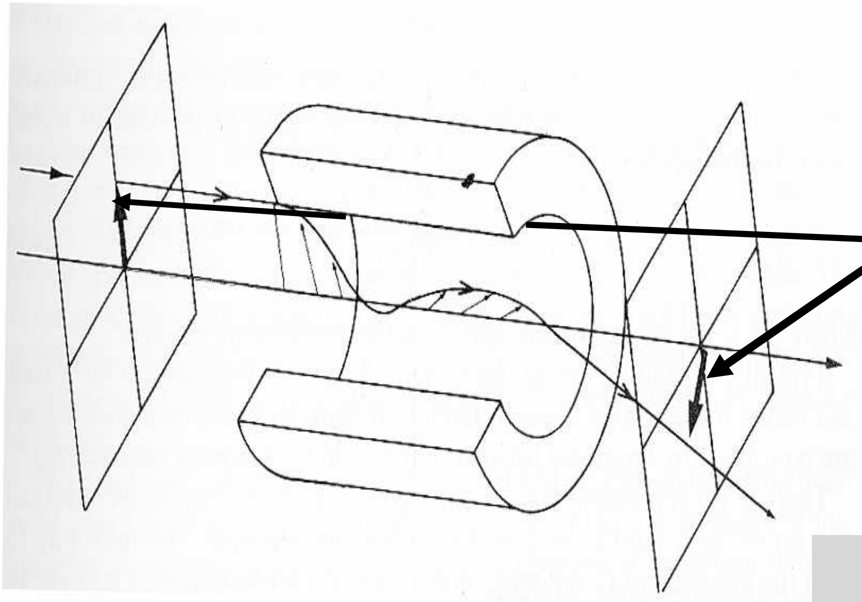
Magnetická čočka

- má širší použití, než elektrostatická
- přesnější konstrukce, lepší korekce optických vad
- musí se ovšem chladit, atd.
- hlavní výhoda je možnost pólových nástavců z měkkých magnetických materiálů
- to právě vymysleli již praotcové ... *Ruska*



patent z roku 1939

Magnetická čočka: jak funguje



<u>paraxiální oblast</u>

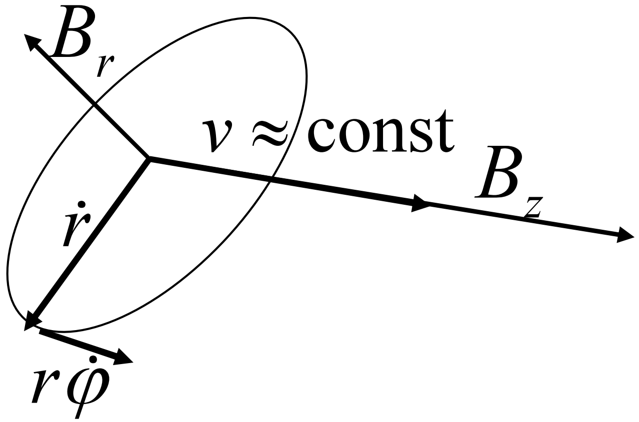
- rovina pohybu se otáčí nezávisle na průvodiči r

$$\dot{\varphi} = \frac{e}{2m} B_z(z)$$

- to ovlivní radiální pohyb

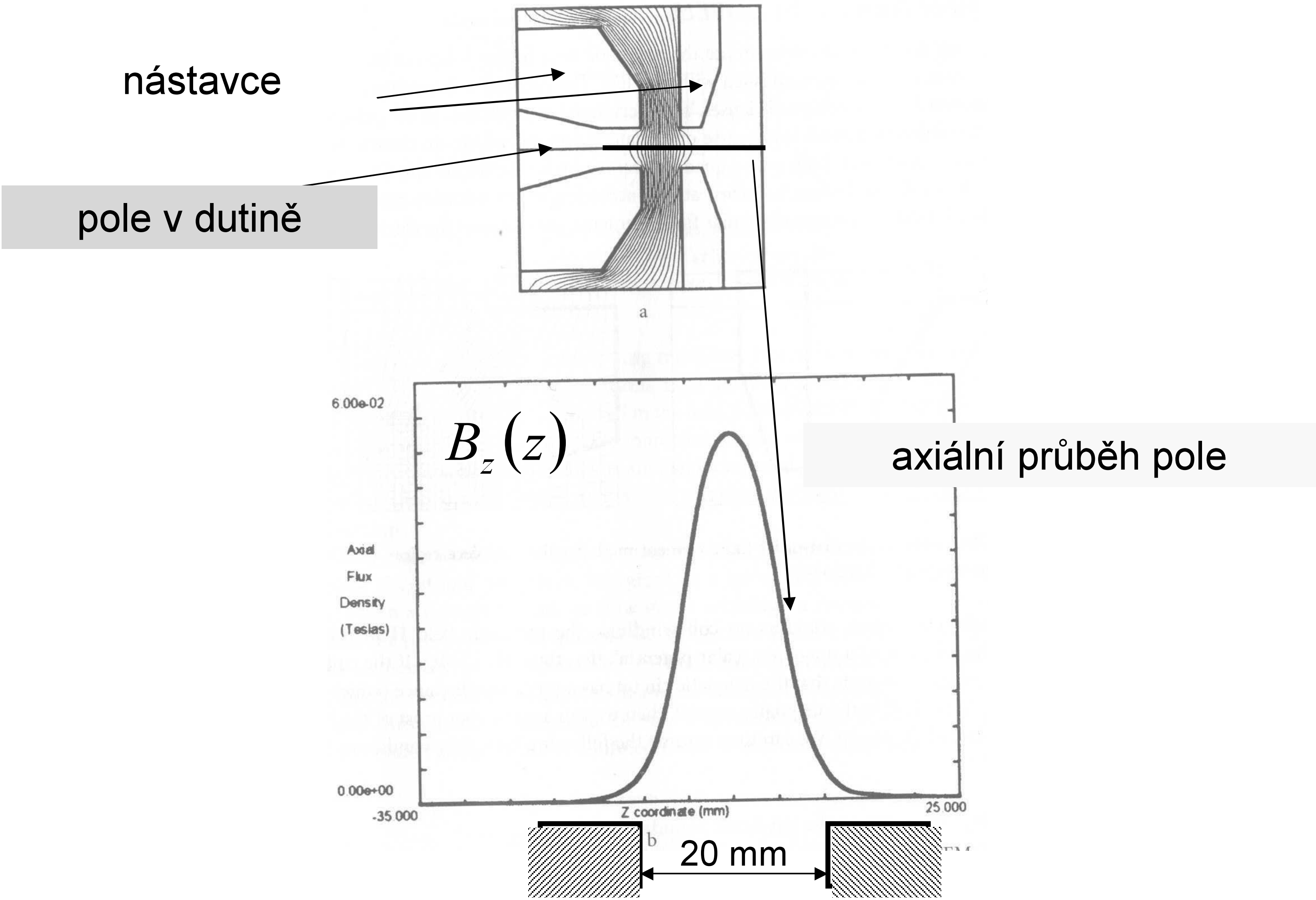
$$r'' + \left(\frac{e}{2m} \cdot \frac{B_z(z)}{v(z)} \right)^2 \times r = 0$$

PARAXIÁLNÍ ROVNICE PAPRSKU



$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{B} = 0 \Leftrightarrow B_r = -\frac{r}{2} \cdot \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{r}{2} \cdot B'_z$$

Moderní magnetická čočka



Brno a elektronový mikroskop

… tedy

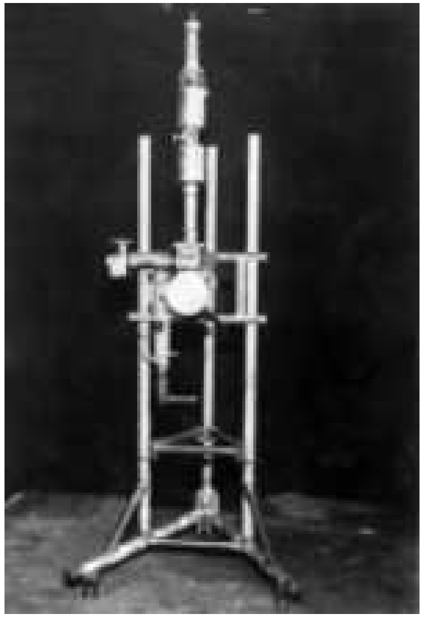
Armin Delong a elektronový mikroskop

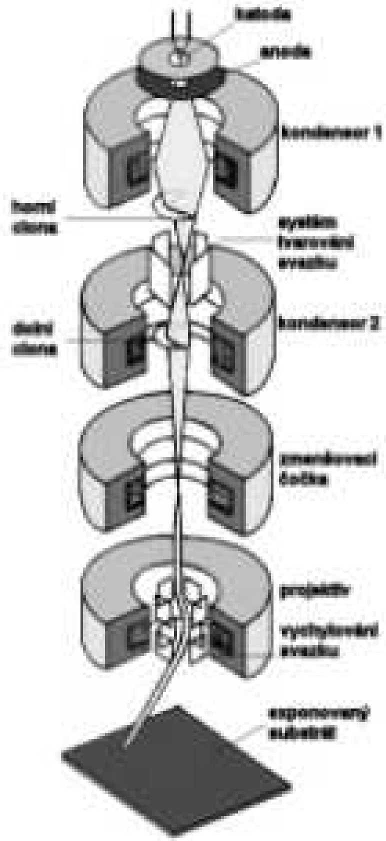
Prof. Armin Delong

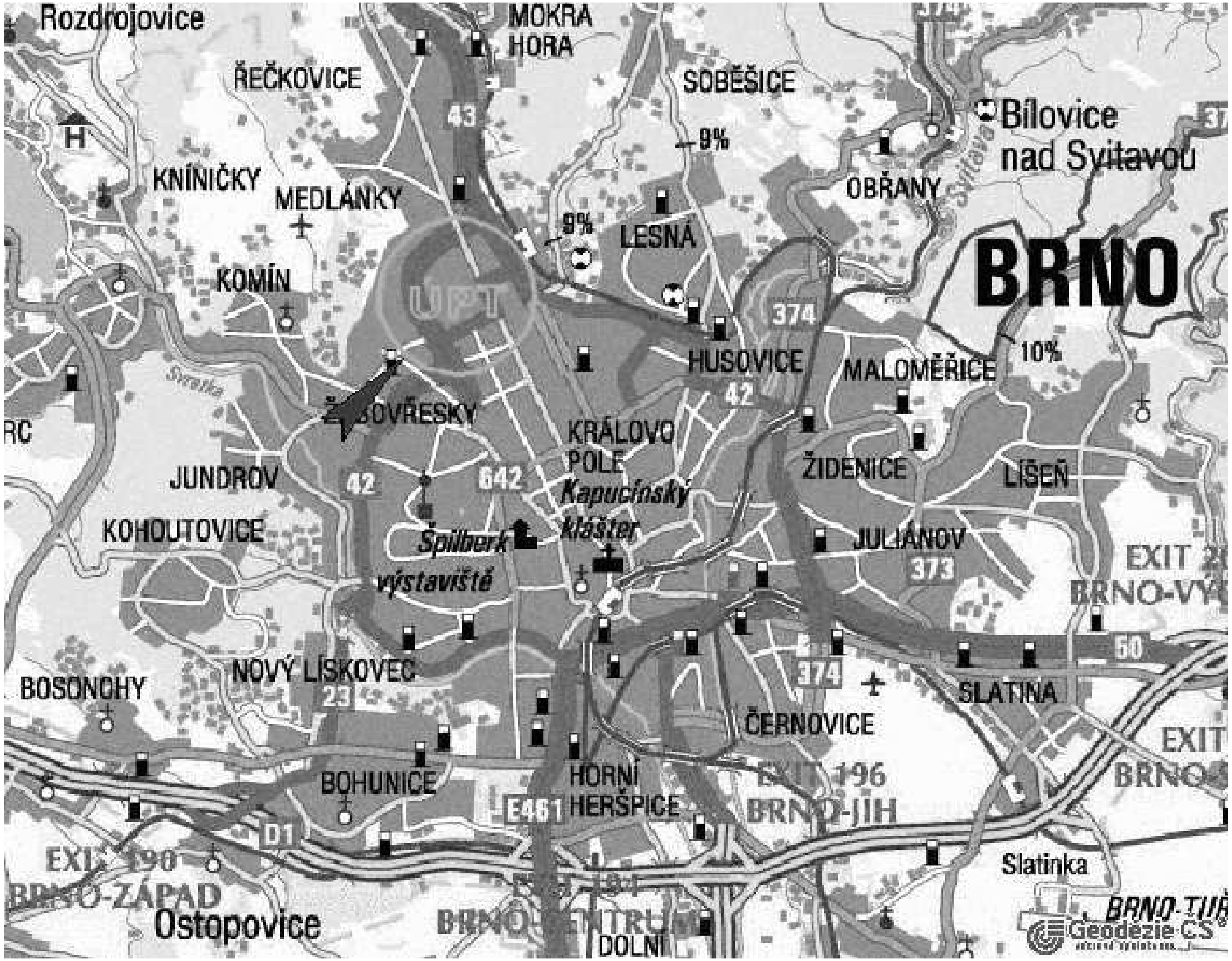
hlavní spolutvůrce několika generací čs. elektronových mikroskopů

zakladatel a první mnohaletý ředitel Ústavu přístrojové techniky

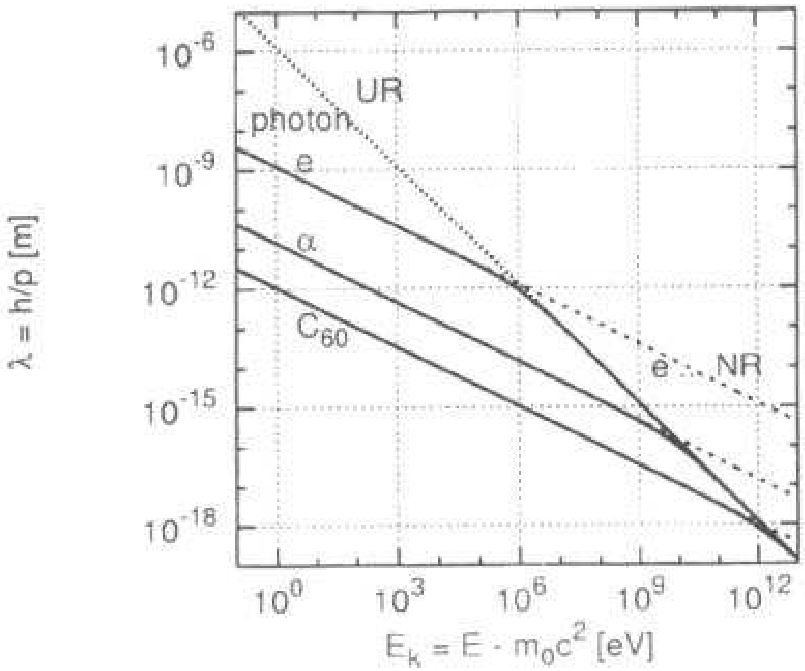
letošní laureát ceny Česká hlava




katoda
anoda
kondenzor 1
horní clona
systém tvarování svazku
kondenzor 2
dolní clona
zmenšovací čočka
projektiv
vychylování svazku
exponovaný substrát


Rozdrojovice
MOKRÁ HORA
ŘEČKOVICE
SOBĚŠICE
Bílovice nad Svitavou
KNÍNIČKY
MEDLÁNKY
OBŘANY
LESNÁ
BRNO
KOMÍN
HUSOVICE
MALOMĚŘICE
ŽABOVŘESKY
KRÁLOVO POLE
JUNDROV
Kapucínský klášter
ŽIDENICE
LÍŠEŇ
KOHOUTOVICE
Špilberk
výstaviště
JULIÁNOV
NOVÝ LÍSKOVEC
BOSONOHY
SLATINA
ČERNOVICE
BOHUNICE
HORNÍ HERŠPICE
EXIT 196 BRNO-JIH
Slatinka
Ostopovice
Geodézie CS

The end



UR: $\lambda = \dfrac{hc}{E_k}$

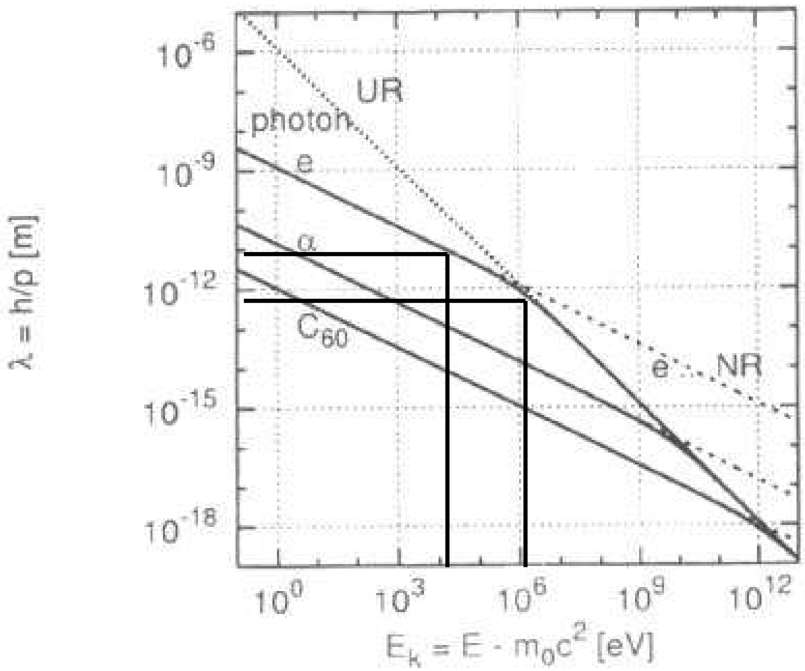
NR: $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2m_0E_k}}$

<u>číselně</u>

UR: $E = 1\,\mathrm{eV} \leftrightarrow 1.24\ \mu\mathrm{m}$

NR:

částice	m_0	$\dfrac{h}{\sqrt{2m_0\lvert e\rvert}}$
e	m_e	$1.22\ 10^{-9}$ $\lambda(\mathrm{nm}) = \sqrt{\dfrac{1.5}{E_k(\mathrm{eV})}}$
$\alpha = He^{++}$	~4u	$2.9\ 10^{-11}\dfrac{1}{\sqrt{A}}$
C_{60}	~720u	



UR: $\lambda = \dfrac{hc}{E_k}$

NR: $\lambda = \dfrac{h}{\sqrt{2m_0E_k}}$

pro naše odhady postačuje

<u>číselně</u>

UR: $E = 1\text{eV} \leftrightarrow 1.24\ \mu\text{m}$

NR:

částice	m_0	$\dfrac{h}{\sqrt{2m_0\lvert e\rvert}}$
e	m_e	$1.22\ 10^{-9}$ $\lambda(\text{nm}) = \sqrt{\dfrac{1.5}{E_k(\text{eV})}}$
$\alpha = He^{++}$	~4u	$2.9\ 10^{-11}\dfrac{1}{\sqrt{A}}$
C_{60}	~720u	