

F4110
Fyzika atomárních soustav
letní semestr 2005 - 2006

IX.
Jev Aharonov-Bohm
a co s tím souvisí

KOTLÁŘSKÁ 20. DUBNA 2006

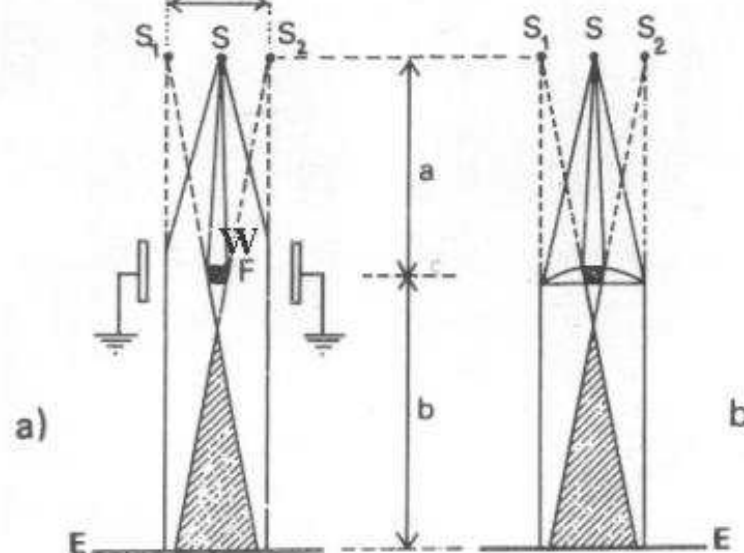
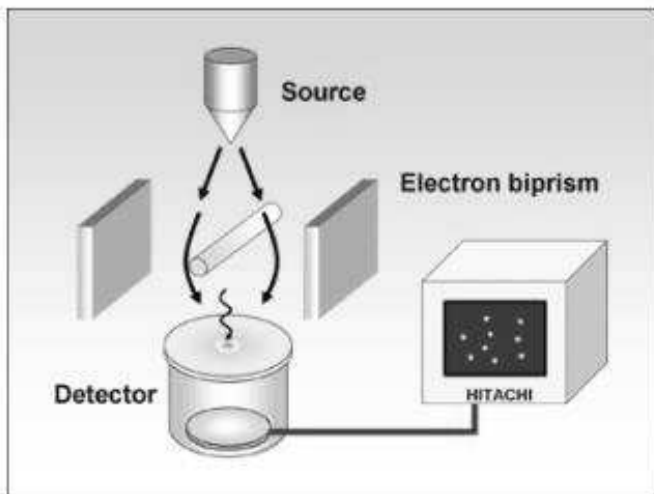
Úvodem

- Další kapitola o kvantové koherenci a interferenci: už poslední
- Elektronové biprisma a jeho interferenční kontrast
- Kombinace elektronové biprisma a Wienův filtr překonává laterální koherenční funkci
- Co je stav v kvantové mechanice; jeho vztah k "vlnové funkci"
- Kalibrační invariance QM; detaily kalibrační invariance 1. druhu
- Bohm a Aharonov: pozorovatelnost elektrodyn. potenciálů, nesilové působení na dálku, topologická kvantová čísla
- Podrobná teorie elektrického BA efektu pomocí klubek
- Pozorování magnetického AB efektu
- Kdo byl David Bohm

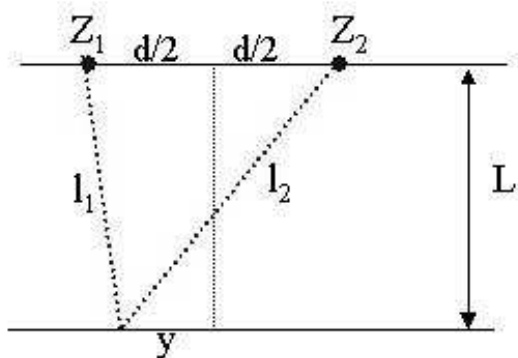
Interferenční kontrast v elektronovém biprizmatu

Kontrast v elektronovém biprismatu: dráhové rozdíly

elektronové biprisma



➔ nehomogenní elektrické pole index lomu $\approx \sqrt{2m_e(E - e\phi(\vec{r}))}$



$$l_1^2 = L^2 + (d/2 - y)^2$$

$$l_2^2 = L^2 + (d/2 + y)^2$$

$$\frac{(l_1 - l_2)(l_1 + l_2)}{2L} = 2dy$$

malé úhly = 2L

$$(l_1 - l_2) = n\lambda = y \frac{d}{L}$$

Kontrast v elektronovém biprismatu: ideální případ

Dráhové rozdíly pomocí fázových rozdílů

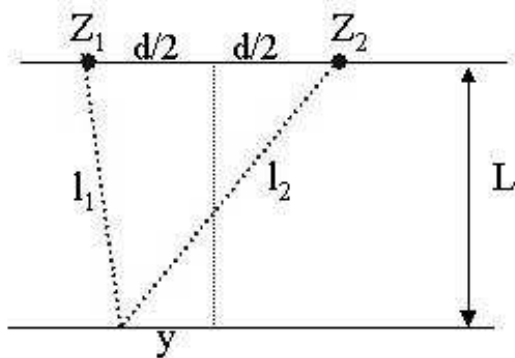
$$\Phi_{1,2} = k \cdot \ell_{1,2} = 2\pi \cdot \ell_{1,2} / \lambda$$

$$\Delta\Phi = 2\pi \cdot (\ell_1 - \ell_2) / \lambda = 2\pi \cdot y \cdot \frac{d}{\lambda L} \equiv 2\pi \cdot \frac{y}{y_\lambda}$$

Pro stejně intenzivní svazky je pak ideální interferenční funkce na stínítku dána jako

$$I(y) = |\Psi_1 + \Psi_2|^2 = I_0 (1 + \cos \Delta\Phi) = I_0 (1 + \cos(2\pi y / y_\lambda))$$

Pro vysoké řády interference je už tento výpočet nepřesný, proužky se zahušťují



$$\begin{aligned} l_1^2 &= L^2 + (d/2 - y)^2 \\ l_2^2 &= L^2 + (d/2 + y)^2 \\ \frac{(l_1 - l_2)(l_1 + l_2)}{\underbrace{(l_1 + l_2)}_{\text{malé úhly} = 2L}} &= 2dy \end{aligned}$$

vzdálenost maxim
na stínítku

$$y_\lambda = \frac{\lambda L}{d}$$

$$(l_1 - l_2) = n\lambda = y \frac{d}{L}$$

Kontrast na stínítku biprismatu : omezená koherence

Podélná koherence je omezována tím, že svazky jsou ve skutečnosti nekoherentní směsí, nejsou *monochromatické*. To už částečně známe z předchozí přednášky **VIII**.

Koherenční délka názorné zavedení

Dvě vlny s vln. délkami $\lambda, \lambda + \delta\lambda$
se navzájem opožďují, až se opět sejdou.

To nastane po dráze (*koherenční délce*)
dané úměrou

$$l_{\text{coh}} : \lambda = \lambda : \delta\lambda \quad (\text{pro } \lambda \gg \delta\lambda)$$

Pak počet pozorovatelných proužků je

$$n = l_{\text{coh}} / \lambda$$

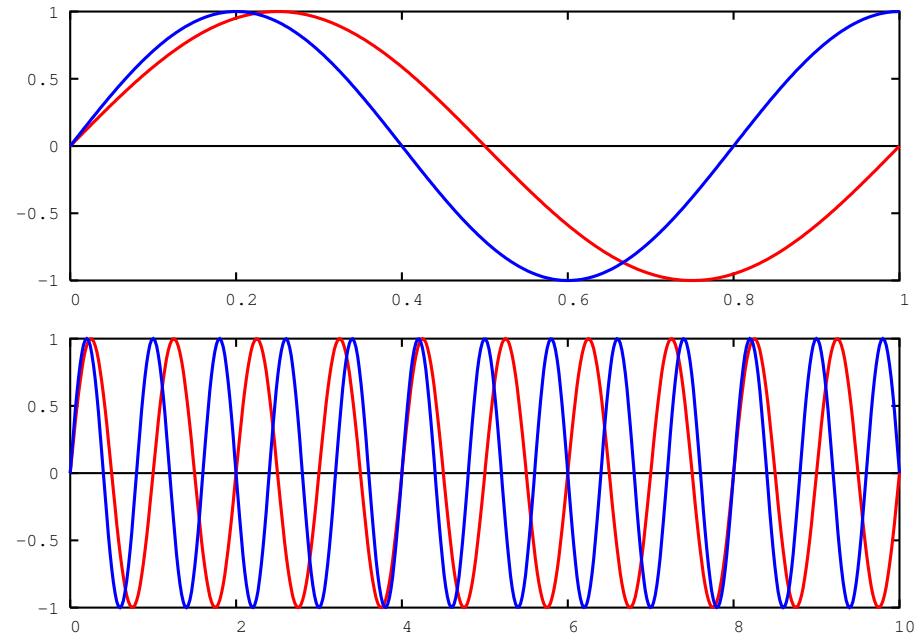
Vidíme to na obrázku pro koh. délku 8.

Koherenční délka a energetická šířka svazku

Platí
$$\sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \ln(\lambda \sqrt{E}) = \text{const} \Rightarrow \frac{\delta\lambda}{\lambda} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\delta E}{E} = 0$$

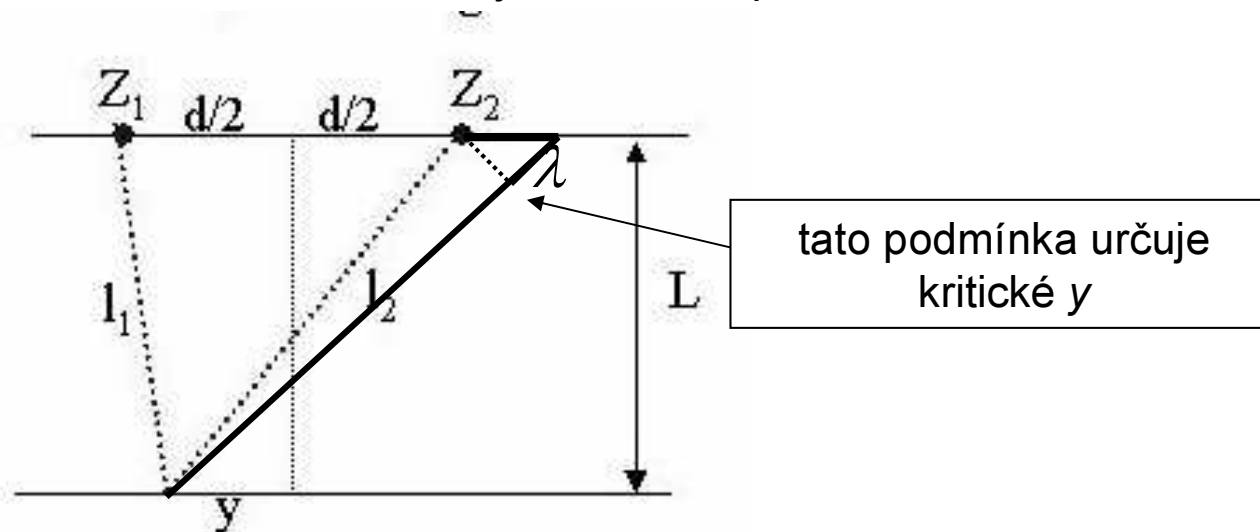
a z toho dostáváme

$$l_{\text{coh}} = 2\lambda : \frac{E}{\delta E}$$



Kontrast na stínítku biprismatu : omezená koherence II.

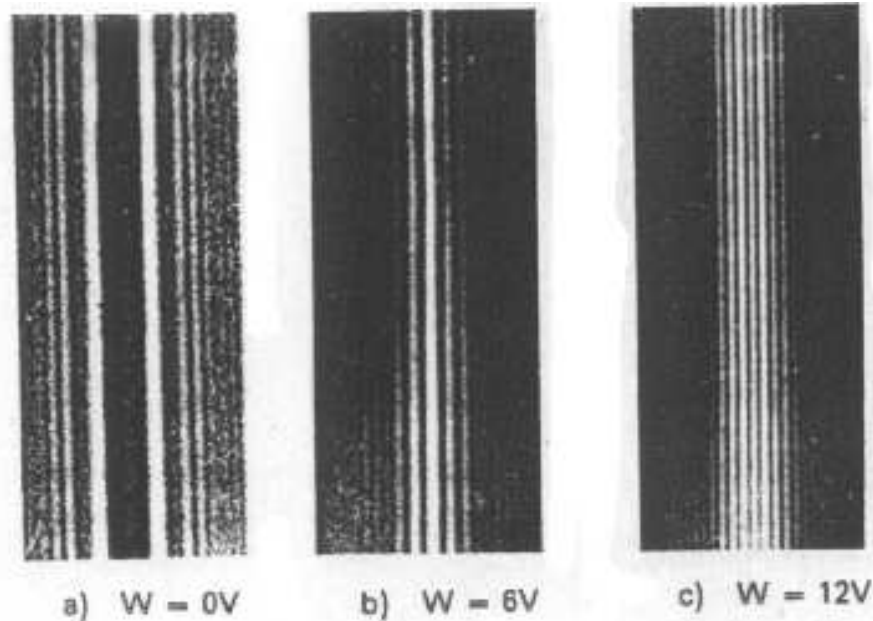
Příčná koherence je dána nepřesnou směřovostí svazku, hlavně proto, že zdroj není bodový, ale má konečný rozsah, viz obr. Většinou je horší, než podélná koherence:



Výsledný kontrast

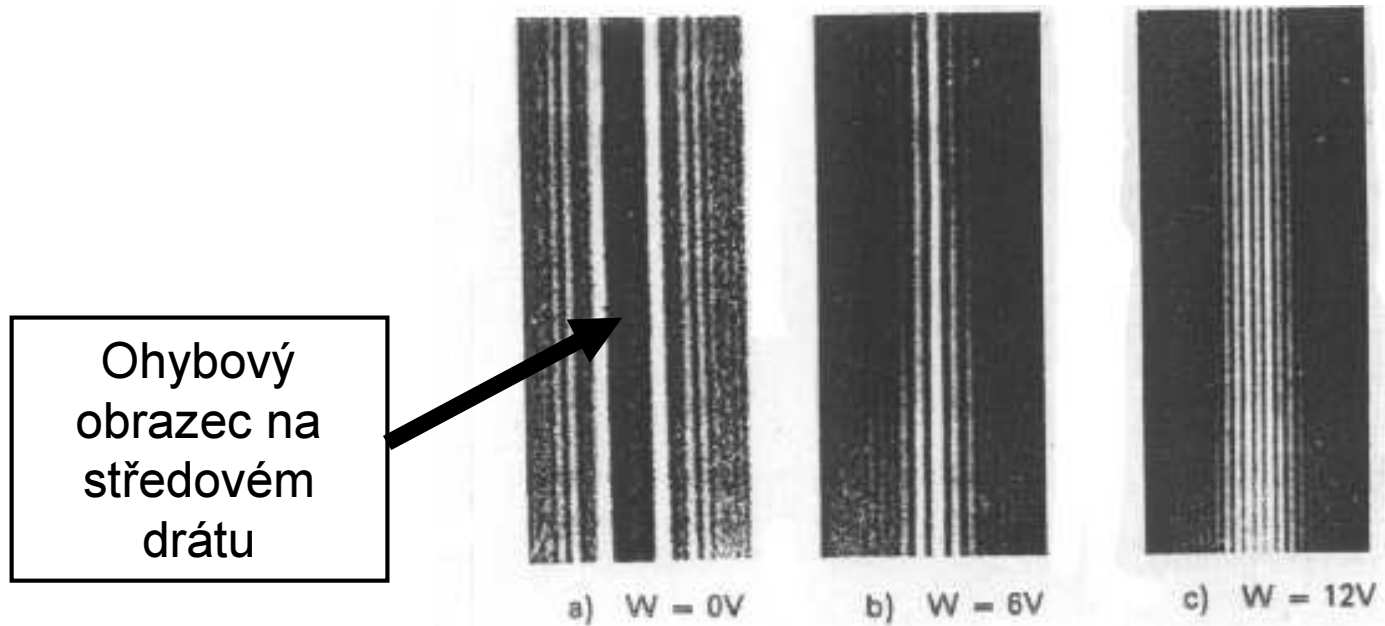
$$I(y) = I_0 (1 + V_{\parallel} \cdot V_{\perp} \cdot \cos \Delta\Phi) = I_0 (1 + V_{\parallel} \cdot V_{\perp} \cdot \cos(2\pi y / y_{\lambda}))$$

Klasický experiment s biprismatem



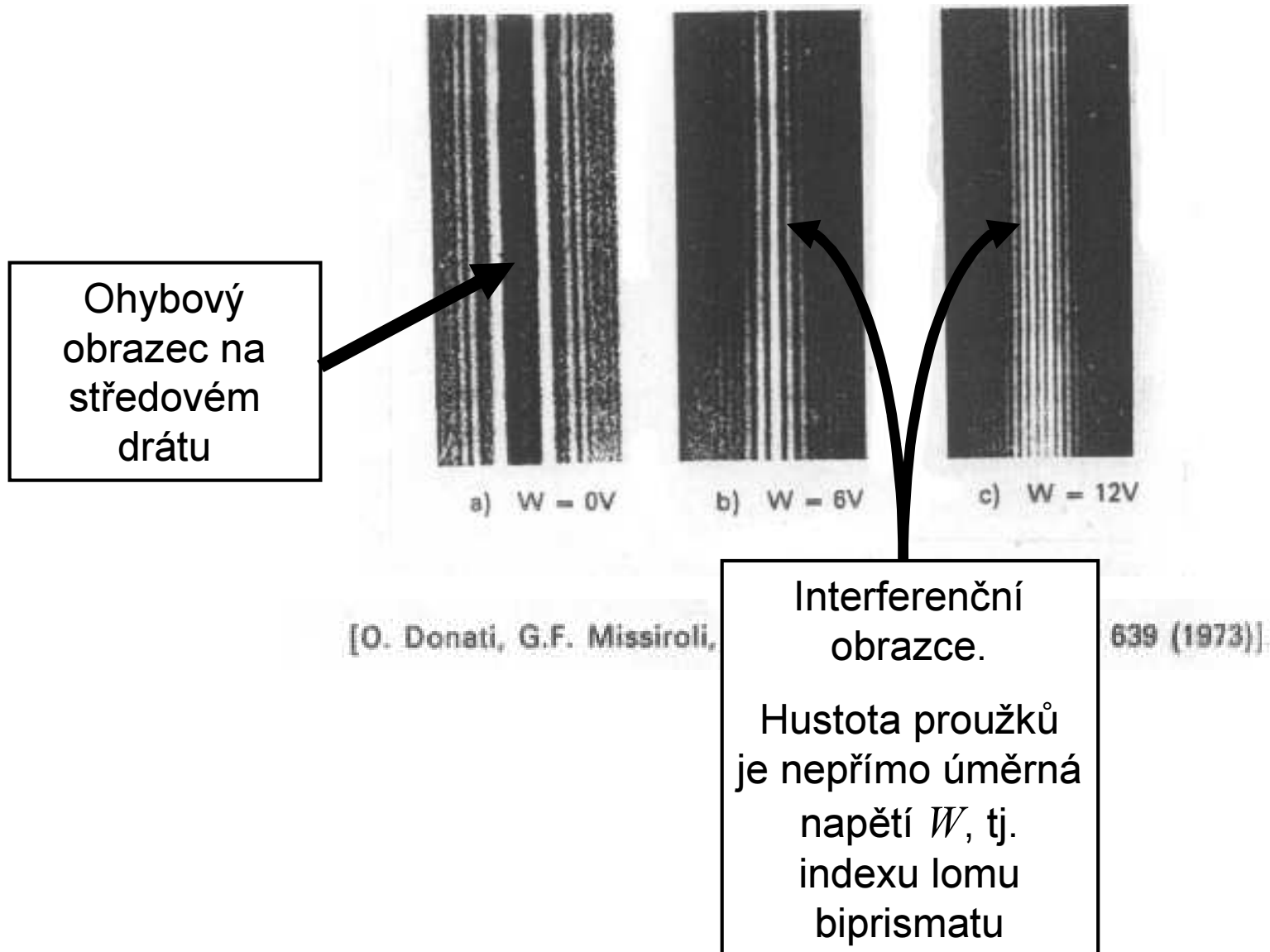
[O. Donati, G.F. Missiroli, G. Pozzi, Am. J. Phys. 41, 639 (1973)]

Klasický experiment s biprismatem

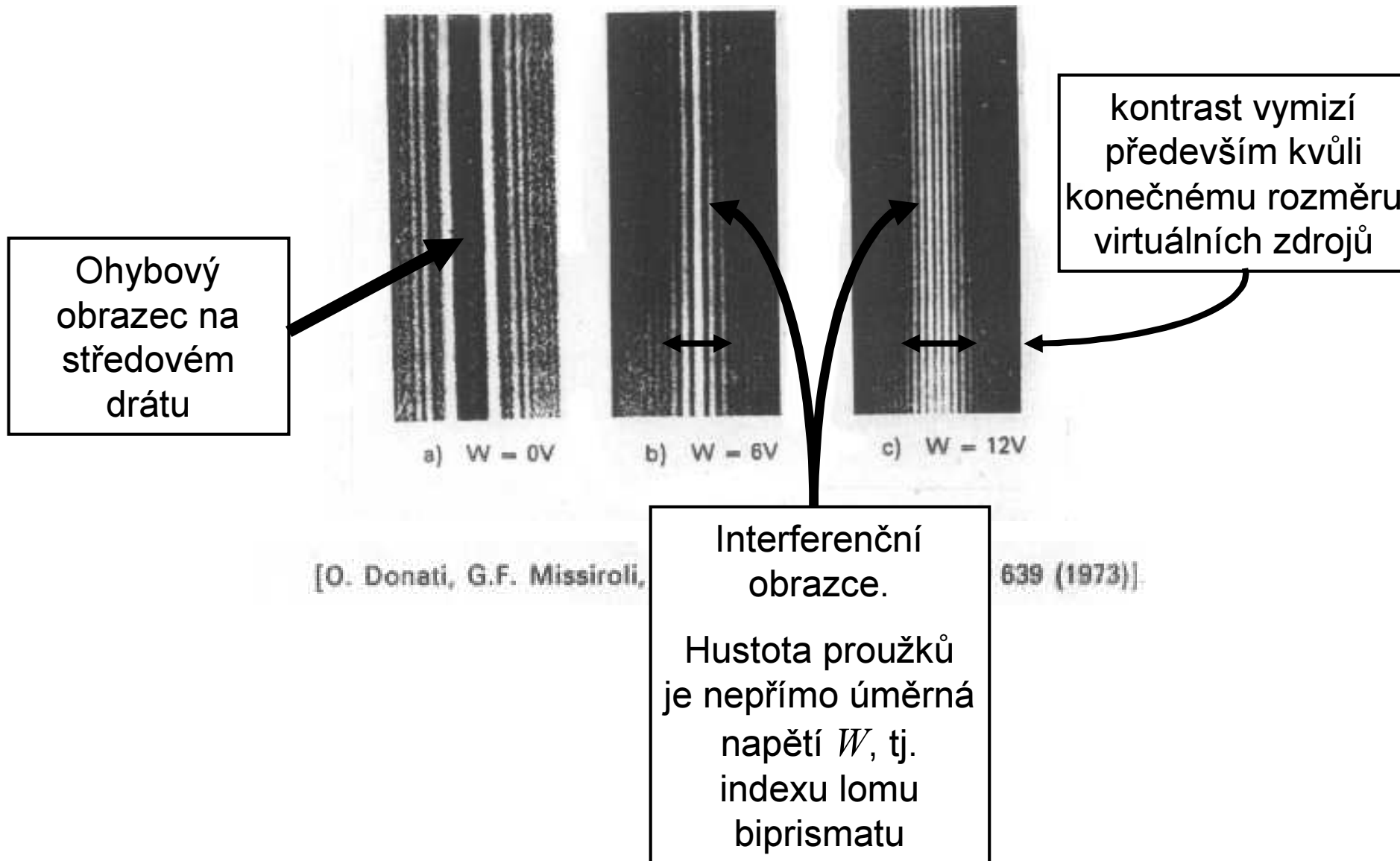


[O. Donati, G.F. Missiroli, G. Pozzi, Am. J. Phys. 41, 639 (1973)]

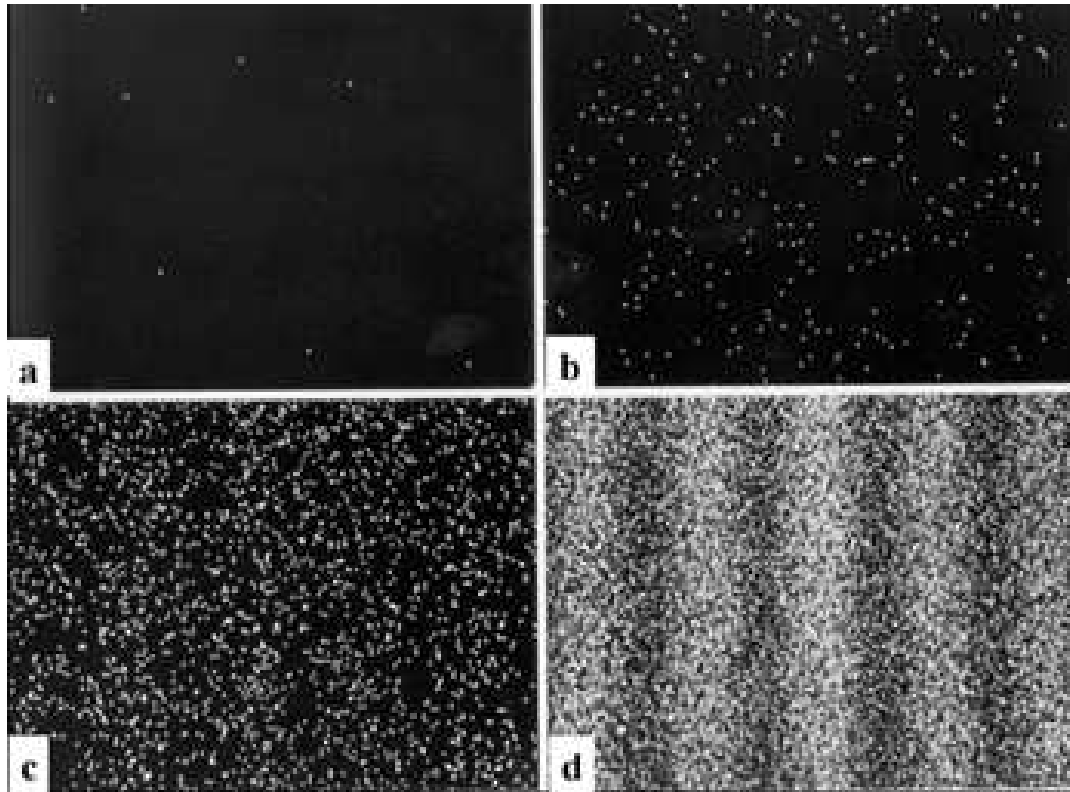
Klasický experiment s biprismatem



Klasický experiment s biprismatem



“Hitachi” experiment s biprismatem



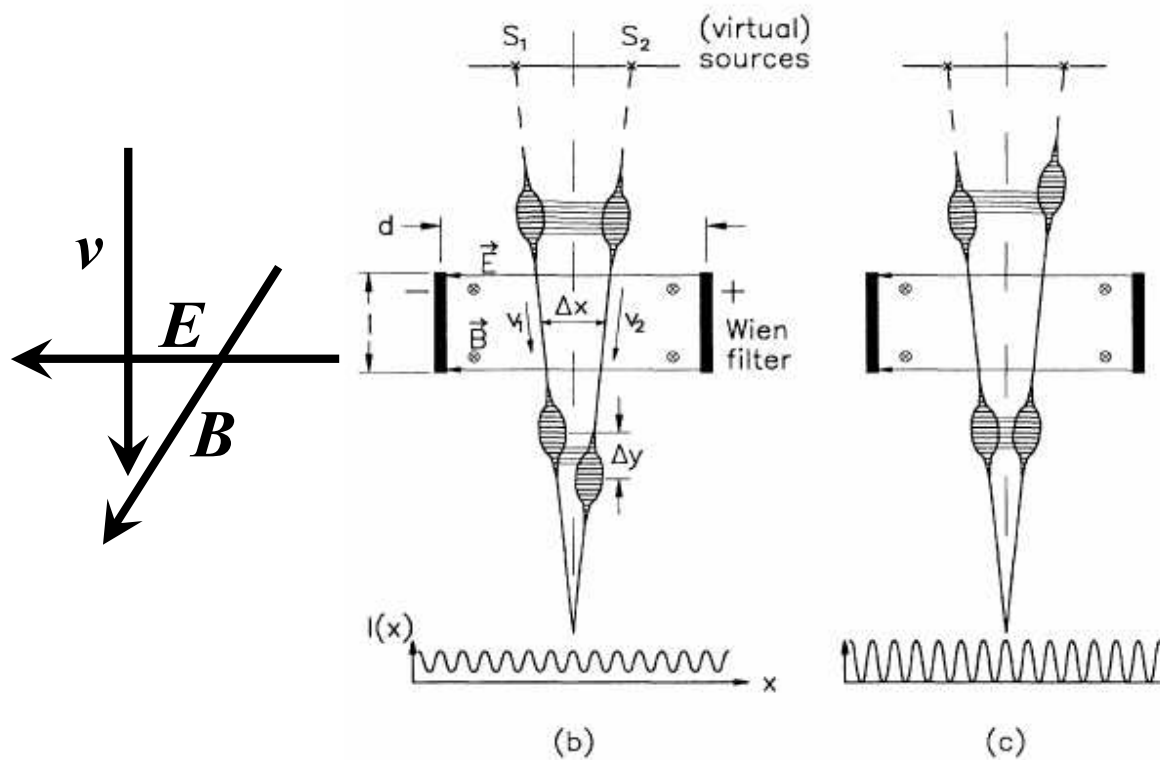
- průlet jednotlivých elektronů (v celé aparatuře jen jeden)
- náhodný dopad jako výsledek individuálního procesu
- interferenční obrazec jako kumulativní statistický jev
- přes vysokou pečlivost pokusu kontrast proužků není dokonalý
- popis typicky založen na klubkovém obrazu interference

<http://www.hqrd.hitachi.co.jp/em/doubleslit.cfm>

Wienův filtr

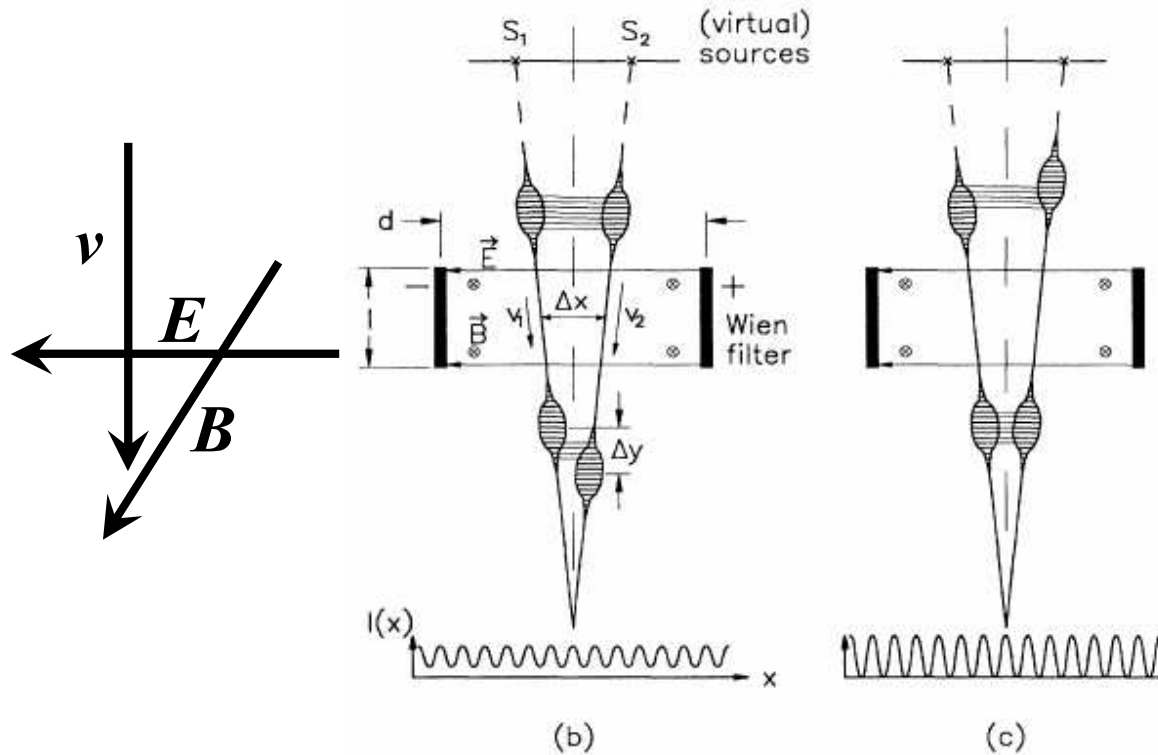
Wienův filtr mění longitudinální kontrast

W.F. na výstupu biprismatu



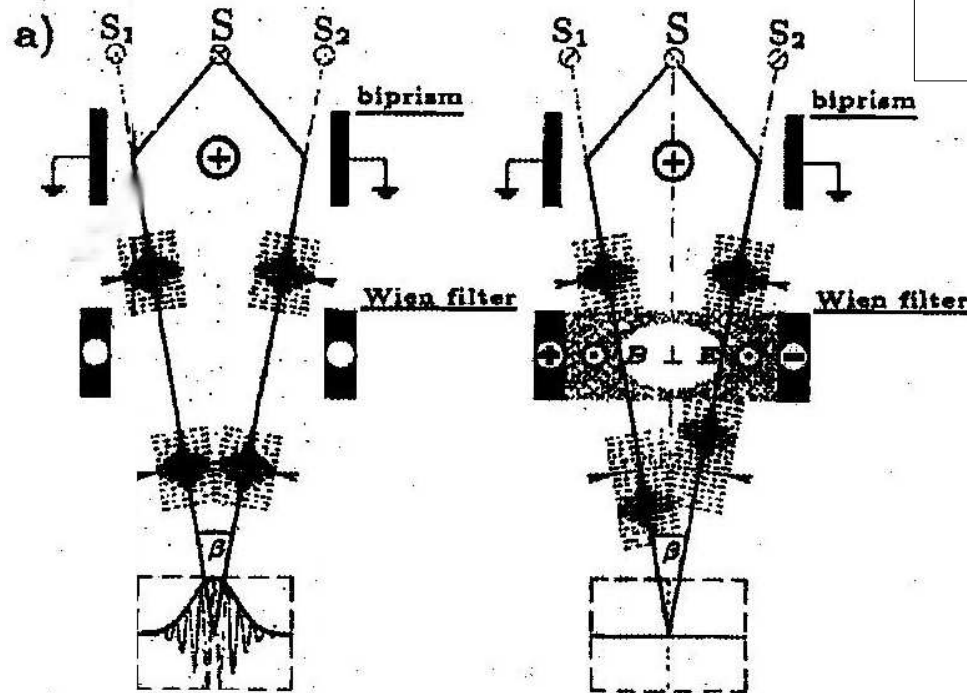
Wienův filtr mění longitudinální kontrast

W.F. na výstupu biprismatu



souhrou polí měníme dráhový posun klubek a tím podélný kontrast

Experiment I.: využití Wienova filtru



zobrazen průchod rozdě-
ného klubka biprismatem a
interference na stínítku

Wienův filtr je neaktivní

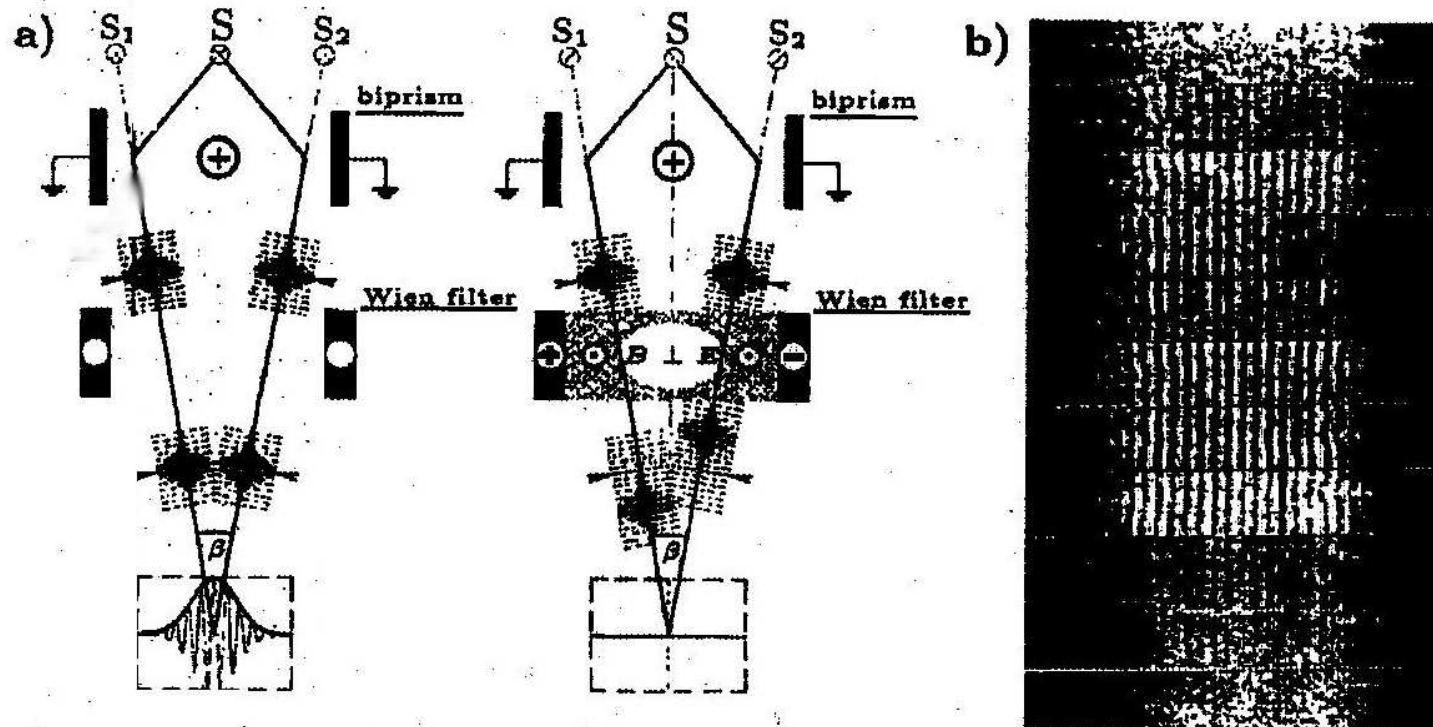
zobrazen průchod rozdě-
ného klubka biprismatem

Wienův filtr je aktivní

Elektrická a magnetická
pole vyvolají fázový posuv
mezi oběma svazky

K interferenci nedojde

Experiment I.: využití Wienova filtru



zobrazen průchod rozdě-
ného klubka biprismatem a
interference na stínítku

Wienův filtr je neaktivní

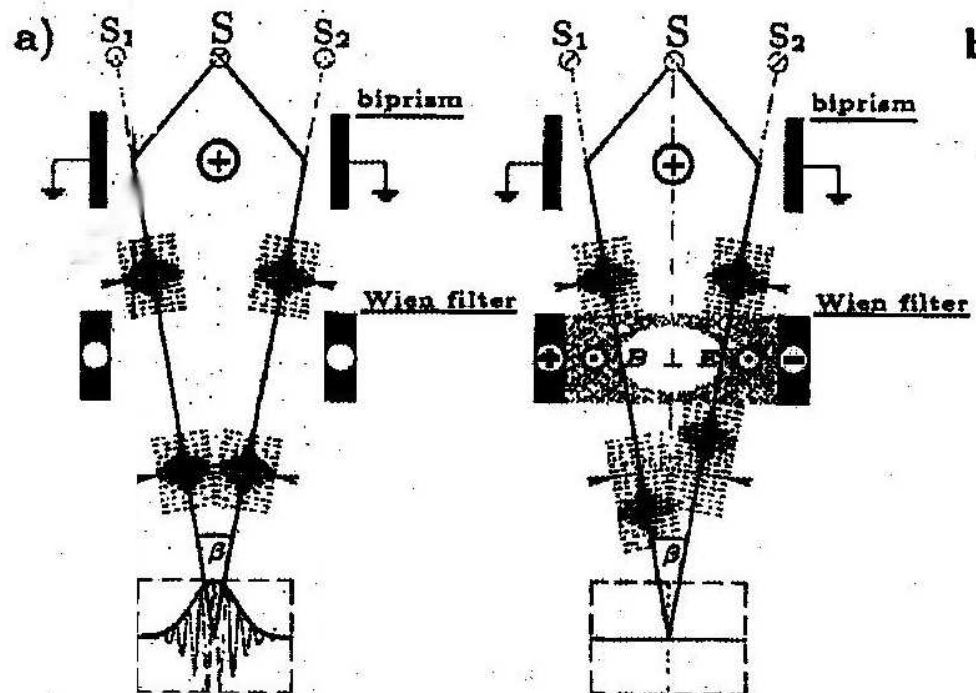
zobrazen průchod rozdě-
ného klubka biprismatem

Wienův filtr je aktivní

Elektrická a magnetická
pole vyvolají fázový posuv
mezi oběma svazky

K interferenci nedojde

Experiment I.: využití Wienova filtru

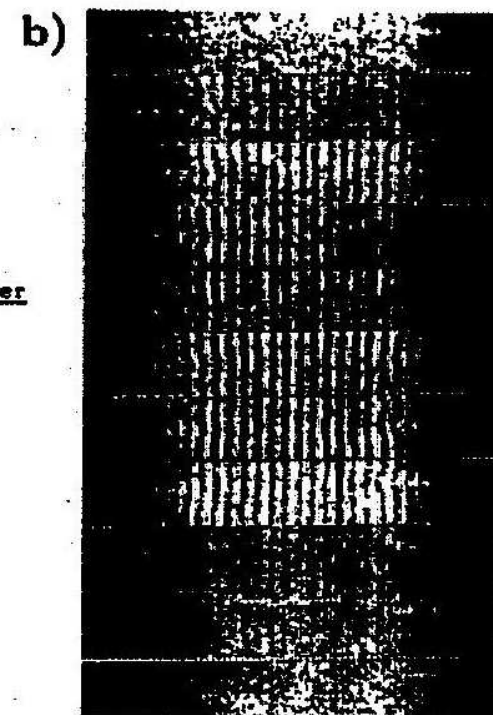


zobrazen průchod rozdě-
ného klubka biprismatem a
interference na stínítku

Wienův filtr je neaktivní

zobrazen průchod rozdě-
ného klubka biprismatem
Wienův filtr je aktivní
Elektrická a magnetická
pole vyvolají fázový posuv
mezi oběma svazky

K interferenci nedojde

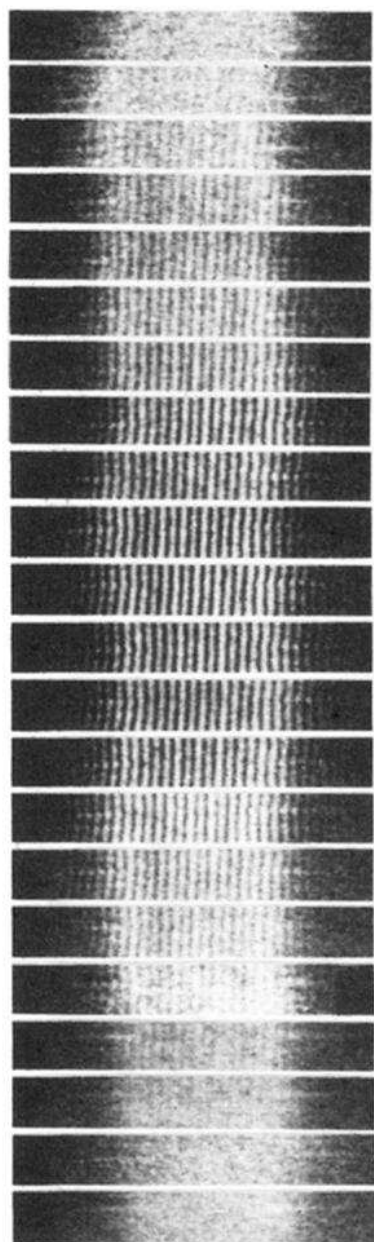


Při vypnutém filtru
nevyváženost potlačila
interferenci

Wienův filtr nejprve vyvolá
kompensaci,

snadno však až
hyperkompensaci

Výsledek moderní kvalitnější verze téhož experimentu



$I_{\text{Wien}} = 0.0 \text{ mA}$, $U_{\text{Wien}} = 0.00 \text{ V}$

5.0	7.07
10.0	14.49
12.0	17.70
14.0	20.87
16.0	24.09
17.0	25.64
17.5	27.47
18.0	28.19
18.5	28.75
19.0	29.53
19.5	30.19
20.0	30.86
20.5	31.58
21.0	32.36
22.0	34.13
23.0	35.85
25.0	39.29
27.0	43.18
30.0	48.12
35.0	≈ 58
40.0	≈ 68

AUTORSKÁ LEGENDA

FIG. 4. Restoration of longitudinal coherence by a Wien filter. The excitation of the Wien filter increases from top to bottom. No fringes are visible at the top although the paths of the wave packets are accurately aligned to the optical axis of the interferometer. With increasing excitation, interference fringes appear, their contrast reaches its maximum (center), and disappears again when the compensating longitudinal shift produced by the Wien filter exceeds that caused by the electrostatic alignment elements (bottom). This set of micrographs was taken at an electron energy of 358 eV. On the right-hand side of each micrograph are given the values of the Wien filter excitation, i.e., the values of the current flowing through the coil generating the magnetic field, and the voltage applied to the Wien filter's deflection plates. (The last two voltage values are given only approximately because the end of the voltage range available for the Wien filter in this experiment had been reached, and an additional deflection element had to be used whose voltage could not be monitored exactly.)

Wienův filtr je stále *kompensovaný*, takže trajektorie středem filtru je bezsilová. Tomu odpovídají uvedená souhra hodnot proudu magnetickými dívkami a napětí na kondensátoru. Potenciálový rozdíl mezi místy obou svazků určuje fázový a zejména také dráhový rozdíl obou klubek

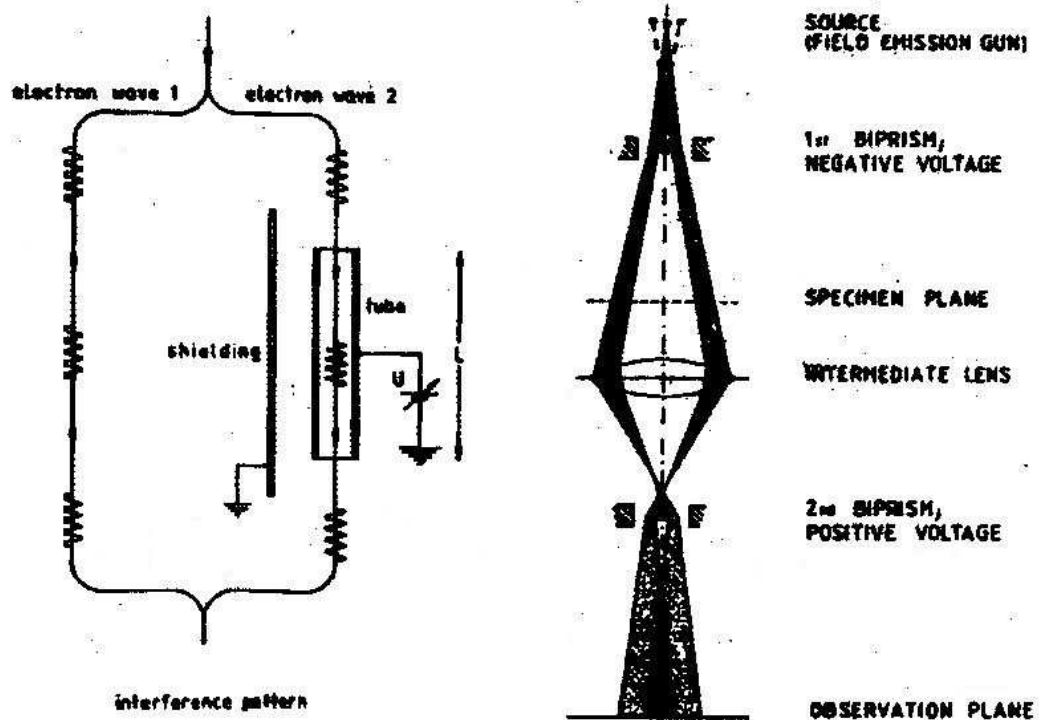
Experiment II.: využití Wienova filtru

Tento experiment je významný sám o sobě, otevírá však i AB tematiku. Opětovně je citován jako experiment s elektrickým AB efektem. Málokdo má svazek Proceedings, aby se přesvědčil, že to není tak.

¹⁵H. Schmid, in *Proceedings of the Eighth European Congress on Electron Microscopy, Budapest, Hungary, 1984*, edited by A. Csanady, P. Rohlich, and D. Szabo (Programme Committee of the Congress, Budapest, 1984), p. 285.

Experiment II.: využití Wienova filtru

Obrázky nemají mimořádnou kvalitu, ale jsou zato unikátní



Experiment II.: využití Wienova filtru

Tento experiment je významný sám o sobě, otevírá však i BA tematiku

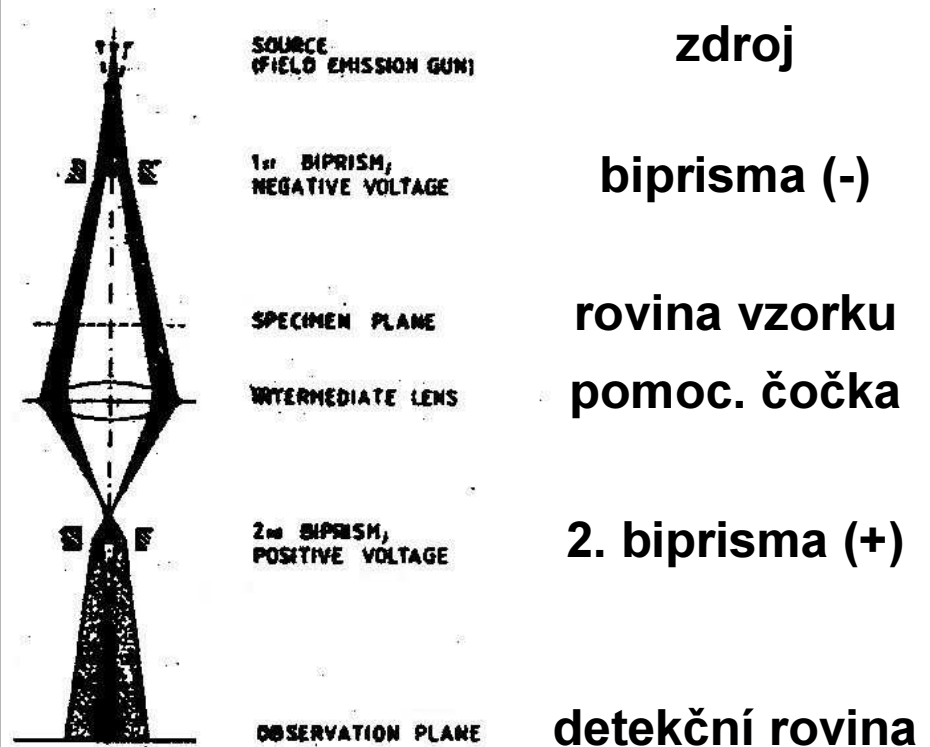
Vysoce kvalitní zdroj elektronů

$$E = 35 \text{ keV } (\lambda = 6,56 \text{ pm}, v = 1.1 \times 10^8 \text{ m/s}),$$
$$\delta E = 0.8 \text{ eV} \dots \delta E / E = 2 \times 10^{-4}$$

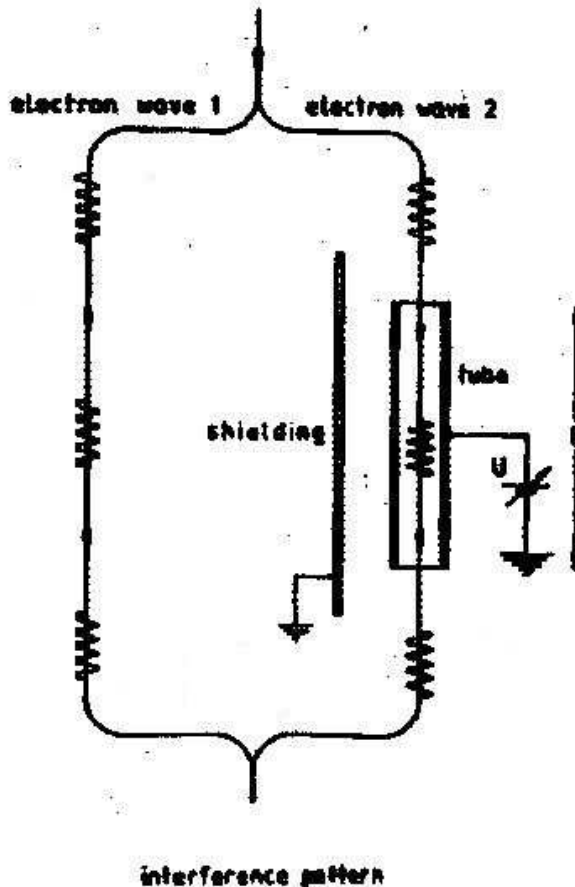
To odpovídá 70 000 proužkům! Vidět však bylo jen desítky, a to pro **laterální** efekty

Povšimněte si

- dvou biprismat s opačnou mohutností
- pomocného objektivu
- místa, kam bude vložen Wienův filtr (specimen plane)



Experiment II.: využití Wienova filtru



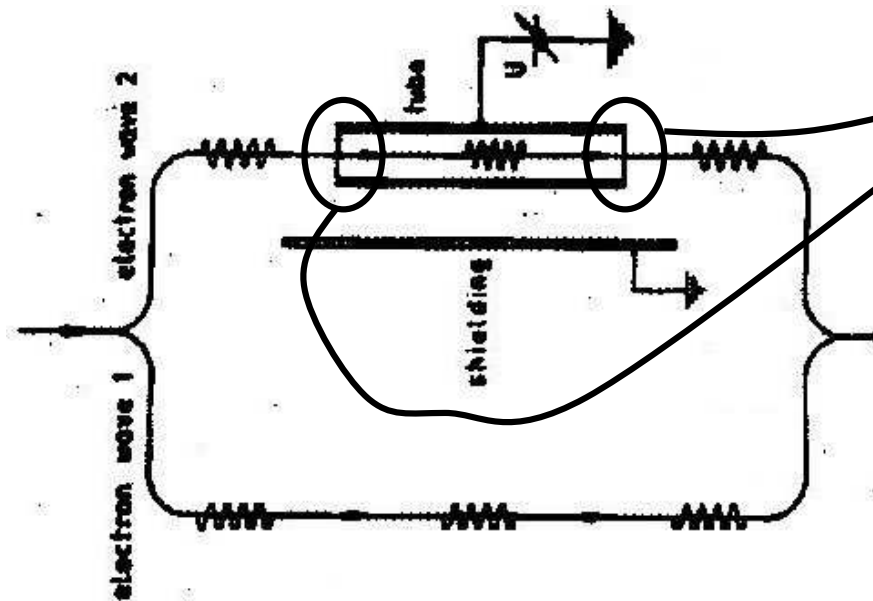
Pro popis činnosti Wienova filtru postačí toto základní schema.

Wienův filtr je zde ve své základní podobě, čistě elektrostatický. Je to prostě kovová trubička dostatečně dlouhá (2.78 mm), udržovaná na říditelném potenciálu vůči zemi

Zemněné stínění filtru zamezuje pronikání pole do oblasti druhého svazku

Konstrukční práce je náročná, protože ani se dvěma biprismaty vzdálenost obou svazků není více než 0.3 mm

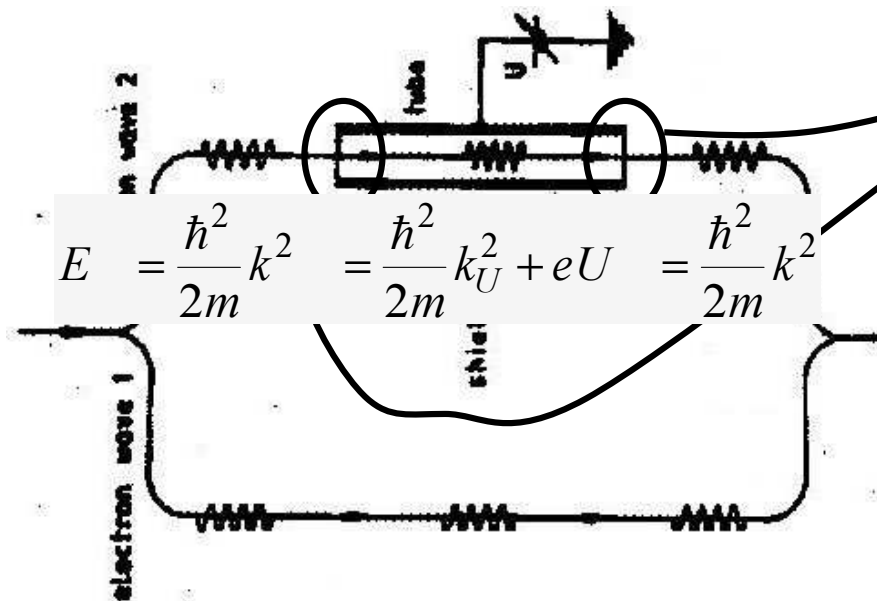
Funkce Wienova filtru



zrychlení a zpomalení probíhají jen na krajích trubičky, "skokem" a přece plyně; nedochází k odrazům

Pole jsou tu stacionární a můžeme pracovat v nečasovém formalismu bez klubek

Funkce Wienova filtru



zrychlení a zpomalení probíhají jen na krajích trubičky, "skokem" a přece plyně; nedochází k odrazům

Pole jsou tu stacionární a můžeme pracovat v nečasovém formalismu bez klubek

Pro slabá pole dostáváme

$$\Delta k = -\frac{meU}{\hbar^2 k} = (-)\frac{eU}{\hbar v}$$

$$\Delta \Phi = \frac{eUL_W}{\hbar v}$$

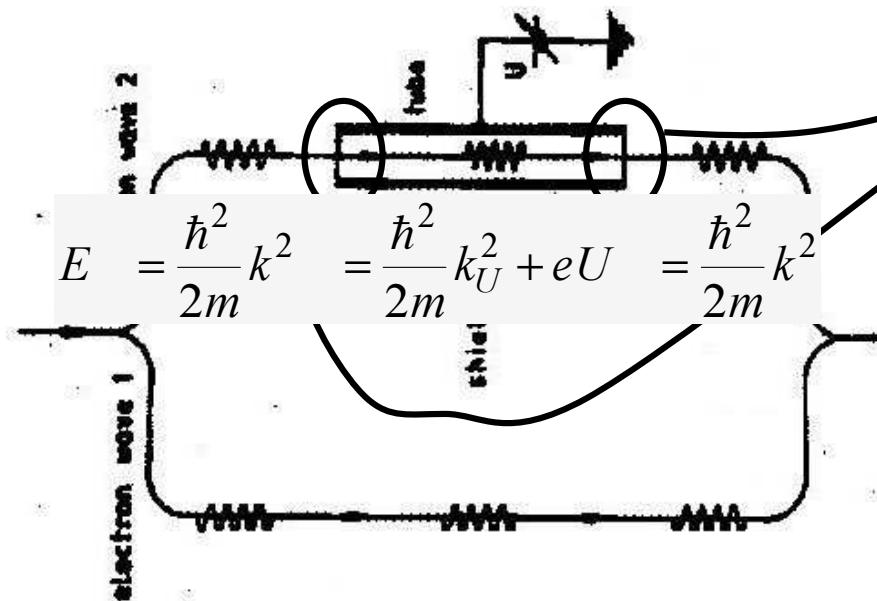
Pro dané parametry svazku jeden proužek odpovídá

$$\Delta \Phi = 2\pi \leftrightarrow U = 160 \mu\text{V}$$

Skutečně bylo pozorováno 70 000 proužků, takže

$$\ell_{\text{coh}} = 460 \text{ nm}$$

Funkce Wienova filtru



zrychlení a zpomalení probíhají jen na krajích trubičky, "skokem" a přece plyně; nedochází k odrazům

Pole jsou tu stacionární a můžeme pracovat v nečasovém formalismu bez klubek

Pro slabá pole dostáváme

$$\Delta k = -\frac{meU}{\hbar^2 k} = (-)\frac{eU}{\hbar v}$$

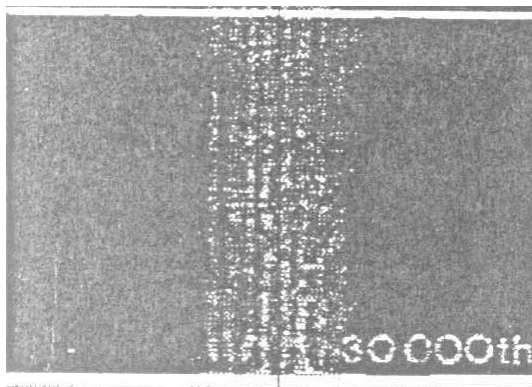
$$\Delta \Phi = \frac{eUL_W}{\hbar v}$$

Pro dané parametry svazku jeden proužek odpovídá

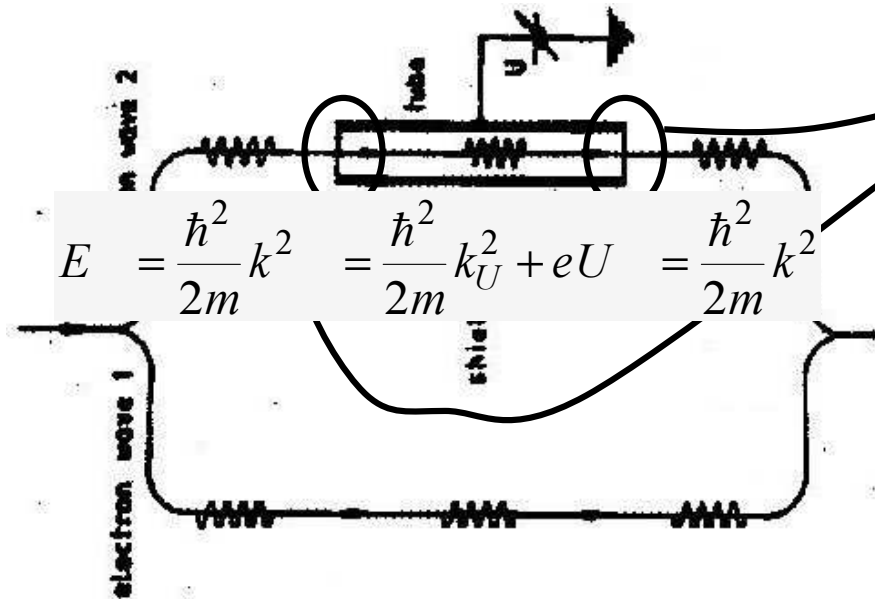
$$\Delta \Phi = 2\pi \leftrightarrow U = 160 \mu V$$

Skutečně bylo pozorováno 70 000 proužků, takže

$$l_{\text{coh}} = 460 \text{ nm}$$



Funkce Wienova filtru



$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k^2 = \frac{\hbar^2}{2m} k_U^2 + eU = \frac{\hbar^2}{2m} k^2$$

zrychlení a zpomalení probíhají jen na krajích trubičky, "skokem" a přece plyně; nedochází k odrazům

Pole jsou tu stacionární a můžeme pracovat v nečasovém formalismu bez klubek

Pro slabá pole dostáváme

$$\Delta k = -\frac{meU}{\hbar^2 k} = (-)\frac{eU}{\hbar v}$$

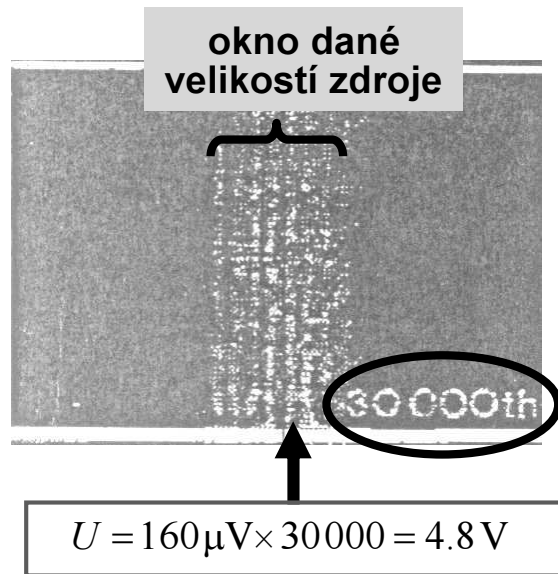
$$\Delta\Phi = \frac{eUL_W}{\hbar v}$$

Pro dané parametry svazku jeden proužek odpovídá

$$\Delta\Phi = 2\pi \leftrightarrow U = 160 \mu\text{V}$$

Skutečně bylo pozorováno 70 000 proužků, takže

$$\ell_{\text{coh}} = 460 \text{ nm}$$



Kalibrační invariance 1. druhu

Znovu o stavech v kvantové mechanice

základní korespondence

STAV \leftrightarrow VLNOVÁ FUNKCE

není tak zřejmá, jak by se zdálo

Problém 1. Čisté a smíšené stavy

Smíšenému stavu odpovídá více stavů čistých se statistickými vahami

Problém 2. Čisté "nevlastní" stavy

Nevlastní stavy nejsou normovatelné. Počítáme s nimi, ale co vlastně jsou?

Problém 3. Nejednoznačnost I.

Zhruba řečeno, stav je určen, známe-li střední hodnoty všech pozorovatelných. Vlnová funkce tak ale *není* určena jednoznačně. Skoro ano, jenže se k ní může přičíst libovolná funkce, jejíž kvadrát má integrál rovný nule. Stav, i čistý, tedy odpovídá jednomu reprezentantovi a celému roji maličko odlišných funkcí. Toto je spíš důležité v matematice, ale existuje to.

Znovu o stavech v kvantové mechanice

základní korespondence

STAV \leftrightarrow VLNOVÁ FUNKCE

není tak zřejmá, jak by se zdálo

Problém 1. Čisté a smíšené stavy

Smíšenému stavu odpovídá více stavů čistých se statistickými vahami

Problém 2. Čisté "nevlastní" stavy

Nevlastní stavy nejsou normovatelné. Počítáme s nimi, ale co vlastně je?

Problém 3. Nejednoznačnost I.

Zhruba řečeno, stav je určen, známe-li střední hodnoty všech pozorovatelných. Vlnová funkce tak ale *není* určena jednoznačně. Skoro ano, jenže se k ní může přičíst libovolná funkce, jejíž kvadrát má integrál rovný nule. Stav, i čistý, tedy odpovídá jednomu reprezentantovi a celému roji maličko odlišných funkcí. Toto je spíš důležité v matematice, ale existuje to.

... první dvě otázky jsou velmi důležité. Problému 1. jsme se již dotkli minule. Teď však přikročíme přímo k otázce poslední, pro nás přímo závažné

Znovu o stavech v kvantové mechanice

základní korespondence

STAV \leftrightarrow VLNOVÁ FUNKCE

není tak zřejmá, jak by se zdálo

Problém 1. Čisté a smíšené stavy

Smíšenému stavu odpovídá více stavů čistých se statistickými vahami

Problém 2. Čisté "nevlastní" stavy

Nevlastní stavy nejsou normovatelné. Počítáme s nimi, ale co vlastně je?

Problém 3. Nejednoznačnost I.

Zhruba řečeno, stav je určen, známe-li střední hodnoty všech pozorovatelných. Vlnová funkce tak ale *není* určena jednoznačně. Skoro ano, jenže se k ní může přičíst libovolná funkce, jejíž kvadrát má integrál rovný nule. Stav, i čistý, tedy odpovídá jednomu reprezentantovi a celému roji maličko odlišných funkcí. Toto je spíš důležité v matematice, ale existuje to.

Problém 4. Nejednoznačnost II.

Ta nás skutečně zajímá. Vlnová funkce může být komplexní. Proto může obsahovat i libovolný fázový faktor, tj. prostě libovolnou komplexní jednotku jako prefaktor. Také tento rozdíl vypadá bezvýznamně (*H. Weyl* stav je určen paprskem, 1D množinou všech $e^{i\alpha} \psi$, $\alpha \in \mathbb{R}$), pro nás však bude teď východiskem.

Kalibrační invariance 1. druhu

Složitý název pro jednoduchou věc. Má ale své oprávnění

Malé "matematické" intermezzo pro zájemce

Je jasné, že stavy $\psi, \psi' = e^{i\alpha} \psi, \alpha \in \mathbb{R}$ jsou fyzikálně rovnocenné, protože

$$\langle A \rangle \equiv \langle \psi | A | \psi \rangle = \langle A \rangle' \equiv \langle \psi' | A | \psi' \rangle$$

pro všechny pozorovatelné A .

Dá se to ale i obrátit: z rovnosti středních hodnot plyne $\psi' = e^{i\alpha} \psi$

Kalibrační invariance 1. druhu

Složitý název pro jednoduchou věc. Má ale své oprávnění

Malé "matematické" intermezzo pro zájemce

Je jasné, že stavy $\psi, \psi' = e^{i\alpha} \psi, \alpha \in \mathbb{R}$ jsou fyzikálně rovnocenné, protože

$$\langle A \rangle \equiv \langle \psi | A | \psi \rangle = \langle A \rangle' \equiv \langle \psi' | A | \psi' \rangle$$

pro všechny pozorovatelné A .

Dá se to ale i obrátit: z rovnosti středních hodnot plyne $\psi' = e^{i\alpha} \psi$

Fázový faktor může záviset i na čase. Máme tedy ekvivalentní popisy (ve smyslu rovnosti všech pozorovatelných hodnot)

$$\psi(t) \Leftrightarrow \psi'(t) = e^{-i\alpha(t)} \psi(t)$$

Tato transformace se nazývá **kalibrační transformací 1. druhu**.

Transformace Schrödingerovy rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi \rangle = H \psi \rangle \Rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi' \rangle = \left(H + \hbar \frac{\partial}{\partial t} \alpha \right) \psi \rangle$$

Kalibrační invariance 1. druhu

Složitý název pro jednoduchou věc. Má ale své oprávnění

Malé "matematické" intermezzo pro zájemce

Je jasné, že stavy $\psi, \psi' = e^{i\alpha} \psi, \alpha \in \mathbb{R}$ jsou fyzikálně rovnocenné, protože

$$\langle A \rangle \equiv \langle \psi | A | \psi \rangle = \langle A \rangle' \equiv \langle \psi' | A | \psi' \rangle$$

pro všechny pozorovatelné A .

Dá se to ale i obrátit: z rovnosti středních hodnot plyne $\psi' = e^{i\alpha} \psi$

Fázový faktor může záviset i na čase. Máme tedy ekvivalentní popisy (ve smyslu rovnosti všech pozorovatelných hodnot)

$$\psi(t) \Leftrightarrow \psi'(t) = e^{-i\alpha(t)} \psi(t)$$

Tato transformace se nazývá **kalibrační transformací 1. druhu**.

Transformace Schrödingerovy rovnice

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi \rangle = H \psi \rangle \Rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi' \rangle = \left(H + \underbrace{\hbar \frac{\partial}{\partial t} \alpha}_{\text{dodatečný člen}} \right) \psi' \rangle$$

V Hamiltoniánu se objevuje dodatečný člen závislý (jenom) na čase. **Dvě interpretace:**

plovoucí počátek energií # potenciální energie závislá na čase, ne však na poloze

Plovoucí počátek energií

Dvě úlohy, z nichž u jedné je počátek energií libovolně pohyblivý;
v čase t_0 obě řešení splývají (*počáteční podmínka*)

$$\left. \begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi \rangle &= H \psi \rangle \\ i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi' \rangle &= (H + V(t)) \psi' \rangle \end{aligned} \right\} \psi \rangle_{t_0} = \psi' \rangle_{t_0}$$

Pak řešení spolu souvisejí vztahem

$$\psi'(t) = e^{-\frac{i}{\hbar} \int_{t_0}^t d\bar{t} V(\bar{t})} \psi(t)$$

Liší se tedy právě jen fázovým faktorem, což souhlasí s tím, že fyzikální obsah teorie by na počátku energií neměl záviset.

Jev Aharonov-Bohm

Jev Aharonov-Bohm

Roku 1959 Aharonov a Bohm předpověděli zvláštní interferenční jev a tím odhalili novou vlastnost kvantového světa, která vlastně byla v teorii obsažena, ale skrytě. Toto je obrázek z původní práce

486

Y. AHARONOV AND D. BOHM

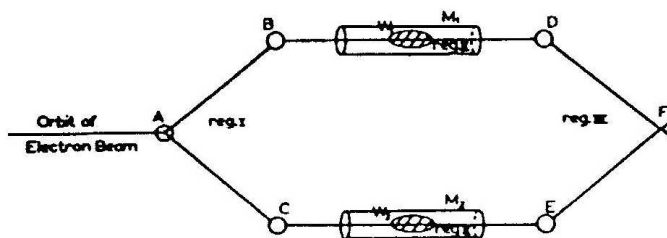


FIG. 1. Schematic experiment to demonstrate interference with time-dependent scalar potential. A, B, C, D, E : suitable devices to separate and divert beams. W_1, W_2 : wave packets. M_1, M_2 : cylindrical metal tubes. F : interference region.

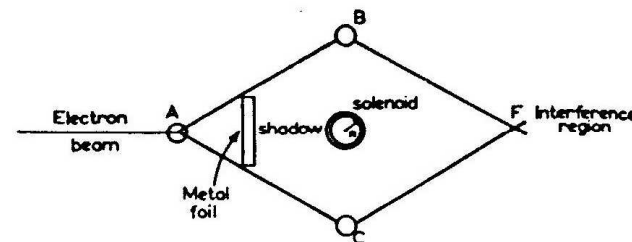


FIG. 2. Schematic experiment to demonstrate interference with time-independent vector potential.

verse elektrická

- Nezbytně interference prolétajících klubek
- Dva Wienovy filtry aktivujeme jen po dobu, co klubka jsou uvnitř
- Proto na ně nepůsobí elmg. síly a pohyb klubka (Ehrenfestovy teorémy) nejsou ovlivněny
- Vzniká však rozdíl fází a interference

verse magnetická

- Zde je možný i stacionární popis.
- Mezi svazky prochází magnetický tok, který se s nimi prostorově nepřekrývá
- Ehrenfest taktéž platí bez omezení
- Přesto i zde dojde k interferenci závislé na celkovém magnetickém toku

Jev Aharonov-Bohm

Roku 1959 Aharonov a Bohm předpověděli zvláštní interferenční jev a tím odhalili novou vlastnost kvantového světa, která vlastně byla předpovězena již předtím. Toto je obrázek z původního článku.

překresleno podle Feynmana

486

Y. AHARONOV AND D. BOHM

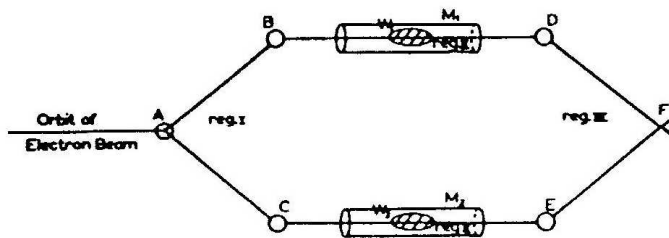
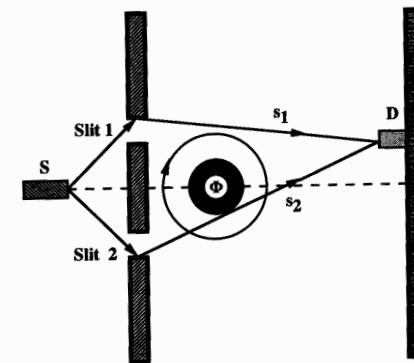
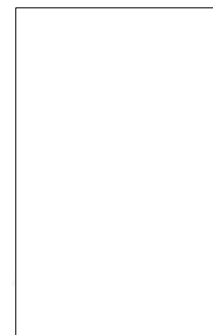


FIG. 1. Schematic experiment to demonstrate interference with time-dependent scalar potential. A, B, C, D, E : suitable devices to separate and divert beams. W_1, W_2 : wave packets. M_1, M_2 : cylindrical metal tubes. F : interference region.



verse elektrická

- Nezbytně interference prolétajících klubek
- Dva Wienovy filtry aktivujeme jen po dobu, co klubka jsou uvnitř
- Proto na ně nepůsobí elmg. síly a pohyb klubka (Ehrenfestovy teorémy) nejsou ovlivněny
- Vzniká však rozdíl fází a interference

verse magnetická

- Zde je možný i stacionární popis.
- Mezi svazky prochází magnetický tok, který se s nimi prostorově nepřekrývá
- Ehrenfest taktéž platí bez omezení
- Přesto i zde dojde k interferenci závislé na celkovém magnetickém toku

Jev Aharonov-Bohm: cesta k pochopení

AB efekt vyvolal šokovou reakci. Jasně bylo, že

- jde o specificky kvantový jev, který vymizí v limitě $\hbar \rightarrow 0$
- jeho podstatou je bezsilové ovlivnění částic; v magnetickém případě navíc na dálku

Jak tehda napsal Victor Weisskopf:

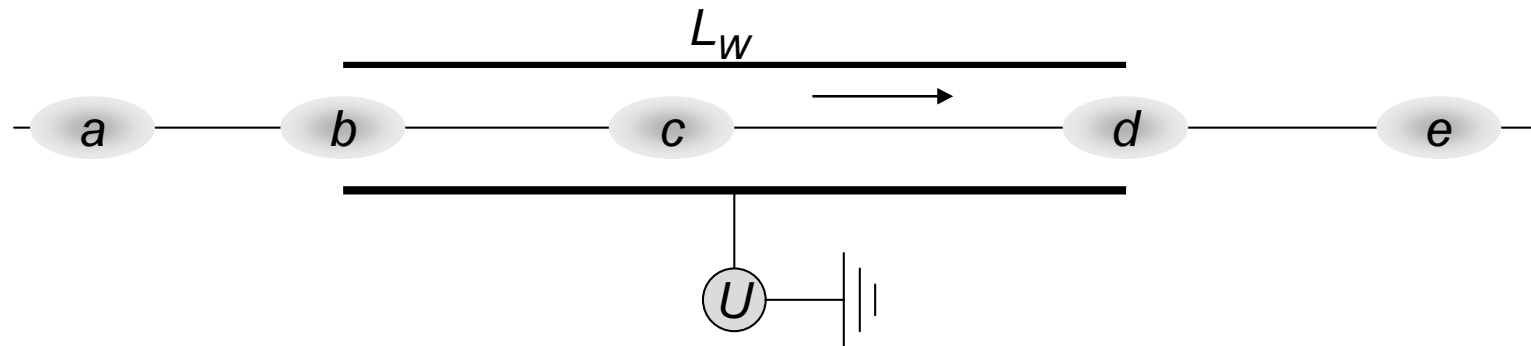
The first reaction to this work is that it is wrong; the second is that it is obvious.

Ani jedno nebyla pravda, jak ještě uvidíme.

Elektrický AB efekt umíme rozebrat s pomocí aparátu z dnešní přednášky. Jde v něm o časově závislý skalární potenciál. Vůbec z teoretického hlediska je jednodušší. O to víc vzdoruje experimentálnímu ověření.

Magnetický AB efekt souvisí s použitím jemnějších vlastností vektorového potenciálu. Nemáme proto zatím prostředky, jak jej důsledně pojednat a omezíme se na heuristické a kvalitativní poznámky. Tento jev byl postupem let pozorován a detailně zkoumán v mnoha případech.

Wienův filtr pomocí klubek



Pět stadií průletu klubka W.F. pro dva režimy jeho činnosti

stadium	statický režim	AB režim, časový
a volný let, <i>in</i> -dráha	Energie E , vln. vektor k	Energie E , vln. vektor k
b vstup do filtru	Akcelerace	Energie E , vln. vektor k
c průlet filtrem	Energie E , vln. vektor $k + \Delta k$	"Energie" $E + U$, vln. vektor k
d výstup z filtru	Zpomalení	Energie E , vln. vektor k
e volný let, <i>out</i> -dráha	Energie E , vln. vektor k	Energie E , vln. vektor k

Výsledky

statický režim

doba průletu

$$t = \frac{L}{v}, \quad \Delta t = \frac{L}{v + \Delta v} - \frac{L}{v} = t \cdot \frac{eU}{2E}$$

fázový posun

$$\Delta\Phi = \frac{eUL}{\hbar v}$$

dráhový posun

$$\frac{d\Delta\Phi}{dk} = -\frac{eUL}{\hbar^2 v^2}$$

Posunuje se těžiště klubka (pokus I.)
i fáze vlnové funkce (pokus II.)

AB režim

doba průletu

$$t = \frac{L}{v}, \quad \Delta t = 0$$

fázový posun

$$\Delta\Phi = \frac{eUL}{\hbar v}$$

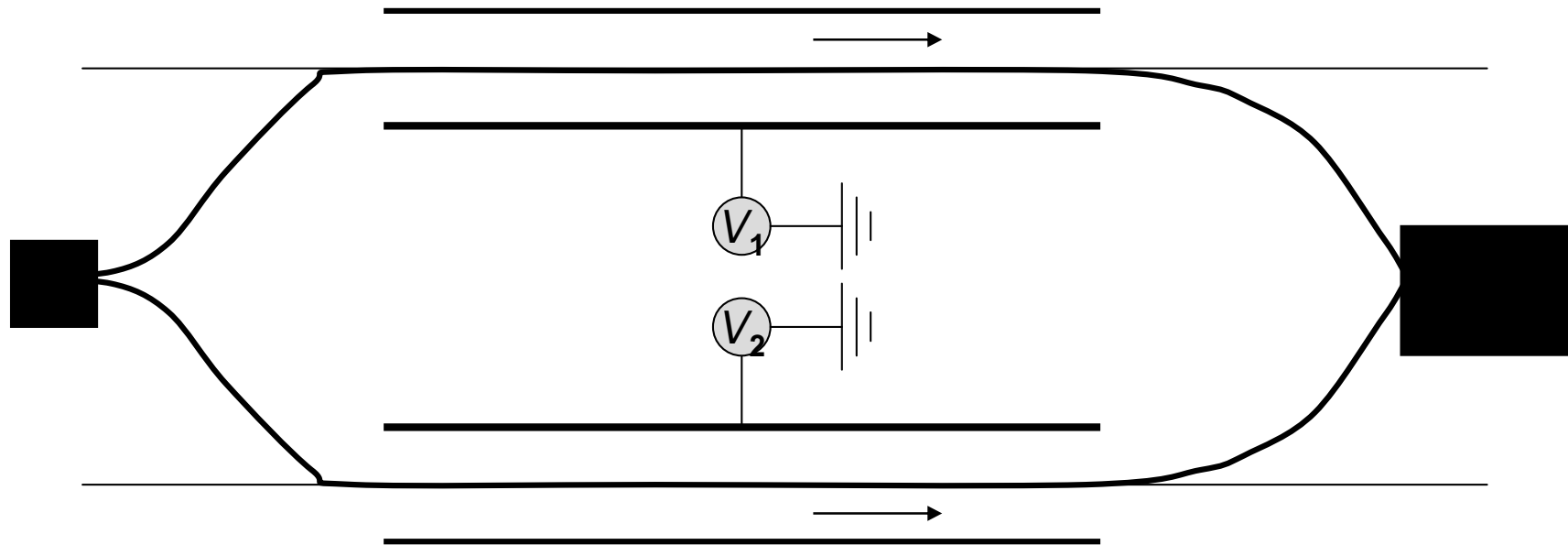
dráhový posun

$$\frac{d\Delta\Phi}{dk} = 0 \quad \text{bezdispersní fáze!}$$

Dochází pouze k fázovému posunu.

Ten, alespoň do 1. řádu, vychází stejně, jako ve statickém případě. Někdy se těžko rozpozná, zda v experimentu jde skutečně o AB posuvy, nebo o něco jiného, dávajícího stejná čísla

Elektrický AB efekt: interferenční funkce



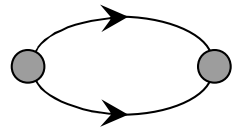
$$I(y) = I_0 (1 + G \cdot \cos \Delta\Phi)$$

$$\Delta\Phi = \frac{1}{\hbar} \int_{t_0}^t d\bar{t} (V_1(\bar{t}) - V_2(\bar{t}))$$

Heuristické náběhy na interpretaci

Sugestivní úprava fázového integrálu

$$\hbar\Delta\Phi = \Delta S = \int_{t_0}^t d\bar{t} (V_1(\bar{t}) - V_2(\bar{t}))$$

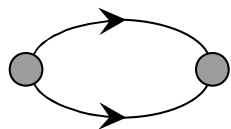


$$= \int_{t_0}^t d\bar{t} V_1(\bar{t}) - \int_{t_0}^t d\bar{t} V_2(\bar{t})$$

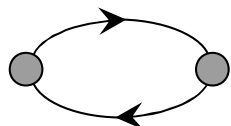
Heuristické náběhy na interpretaci

Sugestivní úprava fázového integrálu

$$\hbar\Delta\Phi = \Delta S = \int_{t_0}^t d\bar{t} (V_1(\bar{t}) - V_2(\bar{t}))$$



$$= \int_{t_0}^t d\bar{t} V_1(\bar{t}) - \int_{t_0}^t d\bar{t} V_2(\bar{t})$$

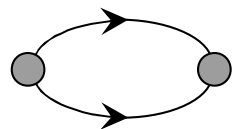


$$= \int_{t_0}^t d\bar{t} V_1(\bar{t}) + \int_t^{t_0} d\bar{t} V_2(\bar{t}) = \oint d\bar{t} V(\bar{t})$$

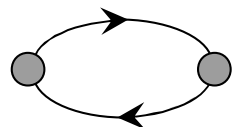
Heuristické náběhy na interpretaci

Sugestivní úprava fázového integrálu

$$\hbar \Delta \Phi = \Delta S = \int_{t_0}^t d\bar{t} (V_1(\bar{t}) - V_2(\bar{t}))$$



$$= \int_{t_0}^t d\bar{t} V_1(\bar{t}) - \int_{t_0}^t d\bar{t} V_2(\bar{t})$$

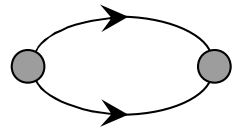


$$= \int_{t_0}^t d\bar{t} V_1(\bar{t}) + \int_t^{t_0} d\bar{t} V_2(\bar{t}) = \oint d\bar{t} V(\bar{t}) = -e \oint d\bar{t} \varphi(\bar{t})$$

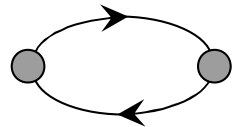
Heuristické náběhy na interpretaci

Sugestivní úprava fázového integrálu

$$\hbar\Delta\Phi = \Delta S = \int_{t_0}^t d\bar{t} (V_1(\bar{t}) - V_2(\bar{t}))$$



$$= \int_{t_0}^t d\bar{t} V_1(\bar{t}) - \int_{t_0}^t d\bar{t} V_2(\bar{t})$$



$$= \int_{t_0}^t d\bar{t} V_1(\bar{t}) + \int_t^{t_0} d\bar{t} V_2(\bar{t}) = \oint d\bar{t} V(\bar{t}) = -e \oint d\bar{t} \varphi(\bar{t})$$

1. Fázový posun nezávisí na detailech časového průběhu potenciálu. Rozhoduje jen výsledný integrál. Proto můžeme např. přičíst

$$\varphi(t) \rightarrow \varphi'(t) = \varphi(t) + \frac{d}{dt} \Lambda(t), \quad \Lambda \text{ libovolná funkce}$$

$$\hbar\Delta\Phi \equiv -e \oint d\bar{t} \varphi(\bar{t}) = \hbar\Delta\Phi' \equiv -e \oint d\bar{t} \varphi'(\bar{t})$$

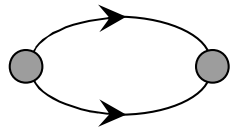
2. Interferenční kontrast závisí na kosinu fázového posunu. Tak se objevuje **kvantová podmínka**

$$\cos \Delta\Phi = 1 \Leftrightarrow \oint d\bar{t} \varphi(\bar{t}) = \frac{2\pi\hbar}{e} n, \quad n \text{ celé}$$

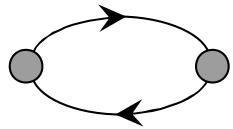
Heuristické náběhy na interpretaci

Sugestivní úprava fázového integrálu

$$\hbar \Delta \Phi = \Delta S = \int_{t_0}^t d\bar{t} (V_1(\bar{t}) - V_2(\bar{t}))$$



$$= \int_{t_0}^t d\bar{t} V_1(\bar{t}) - \int_{t_0}^t d\bar{t} V_2(\bar{t})$$



$$= \int_{t_0}^t d\bar{t} V_1(\bar{t}) + \int_t^{t_0} d\bar{t} V_2(\bar{t}) = \oint d\bar{t} V(\bar{t}) = -e \oint d\bar{t} \varphi(\bar{t})$$

elektromagnetické
potenciály

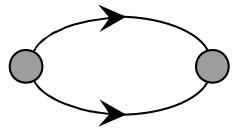
$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \partial_t \mathbf{A}$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

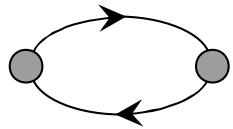
Heuristické náběhy na interpretaci

Sugestivní úprava fázového integrálu

$$\hbar \Delta \Phi = \Delta S = \int_{t_0}^t d\bar{t} (V_1(\bar{t}) - V_2(\bar{t}))$$



$$= \int_{t_0}^t d\bar{t} V_1(\bar{t}) - \int_{t_0}^t d\bar{t} V_1(\bar{t})$$



$$= \int_{t_0}^t d\bar{t} V_1(\bar{t}) + \int_t^{t_0} d\bar{t} V_1(\bar{t}) = \oint d\bar{t} V(\bar{t}) = -e \oint d\bar{t} \varphi(\bar{t})$$

elektromagnetické
potenciály

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \partial_t \mathbf{A}$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

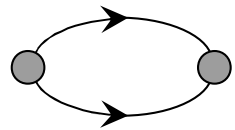
4 – zobecnění

$$\{\mathbf{r}, ct\} \leftrightarrow x^1, x^2, x^3, x^4 \quad \left\{ \mathbf{A}, \frac{\varphi}{c} \right\} \leftrightarrow A^1, A^2, A^3, A^4$$

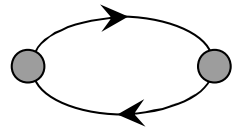
Heuristické náběhy na interpretaci

Sugestivní úprava fázového integrálu

$$\hbar \Delta \Phi = \Delta S = \int_{t_0}^t d\bar{t} (V_1(\bar{t}) - V_2(\bar{t}))$$



$$= \int_{t_0}^t d\bar{t} V_1(\bar{t}) - \int_{t_0}^t d\bar{t} V_1(\bar{t})$$



$$= \int_{t_0}^t d\bar{t} V_1(\bar{t}) + \int_t^{t_0} d\bar{t} V_1(\bar{t}) = \oint d\bar{t} V(\bar{t}) = -e \oint d\bar{t} \varphi(\bar{t})$$

elektromagnetické
potenciály

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \partial_t \mathbf{A}$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

4 – zobecnění

$$\{\mathbf{r}, ct\} \leftrightarrow x^1, x^2, x^3, x^4 \quad \left\{ \mathbf{A}, \frac{\varphi}{c} \right\} \leftrightarrow A^1, A^2, A^3, A^4$$

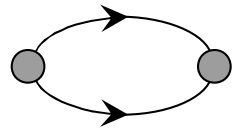
Obecný integrál téhož typu bude

$$\boxed{\text{magnetický BA}} \quad \int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r} - \varphi dt \quad \leftarrow \boxed{\text{elektrický BA}}$$

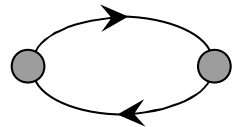
Heuristické náběhy na interpretaci

Sugestivní úprava fázového integrálu

$$\hbar \Delta \Phi = \Delta S = \int_{t_0}^t d\bar{t} (V_1(\bar{t}) - V_2(\bar{t}))$$



$$= \int_{t_0}^t d\bar{t} V_1(\bar{t}) - \int_{t_0}^t d\bar{t} V_1(\bar{t})$$



$$= \int_{t_0}^t d\bar{t} V_1(\bar{t}) + \int_t^{t_0} d\bar{t} V_1(\bar{t}) = \oint d\bar{t} V(\bar{t}) = -e \oint d\bar{t} \varphi(\bar{t})$$

elektromagnetické
potenciály

$$\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \partial_t \mathbf{A}$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

4 – zobecnění

$$\{\mathbf{r}, ct\} \leftrightarrow x^1, x^2, x^3, x^4 \quad \left\{ \mathbf{A}, \frac{\varphi}{c} \right\} \leftrightarrow A^1, A^2, A^3, A^4$$

Obecný integrál téhož typu bude

$$\boxed{\text{magnetický BA}} \quad \int \mathbf{A} \cdot d\mathbf{r} - \varphi dt \quad \boxed{\text{elektrický BA}}$$

prostorová
trajektorie

časová
trajektorie

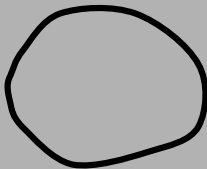
Poznámky k roli potenciálů v QM

V klasické fyzice je trajektorie částice určena Lorentzovou silou, tj. lokálními hodnotami polí v místě částice. Platí, že pozorovatelná jsou pole, nikoli však potenciály, protože ani nejsou určeny jednoznačně (tzv. kalibrační transformace).

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= -\nabla\Phi - \partial_t \mathbf{A} \\ \mathbf{B} &= \nabla \times \mathbf{A} \end{aligned}$$

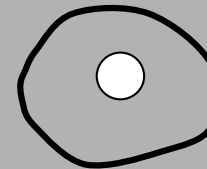
V kvantové fyzice totéž platí pro pohyb těžiště (klubka) ve smyslu Ehrenfestových teorémů. Ale pro fázi, koherenci a interference jsou důležité potenciály samotné. Přitom jejich cirkulace je kalibrační invariant, je tedy jednoznačná a pozorovatelná *topologická kvantová čísla*

jednoduše souvislá oblast



smyčku lze stáhnout do bodu

jednoduše souvislá oblast



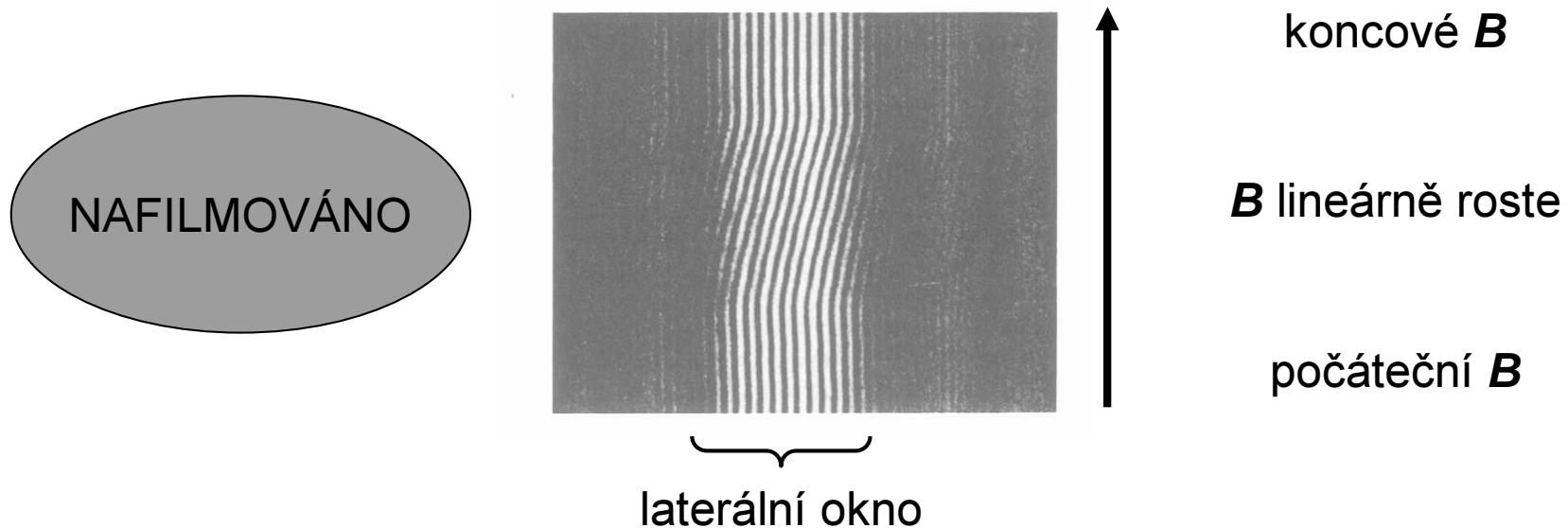
smyčka obepne díru v oblasti

Tři body k zapamatování

- bezsilové působení na dálku
- potenciály samy, ne jen pole (tedy jejich derivace) vedou k pozorovatelným efektům
- příslušné kvantování souvisí s topologií úlohy

Experiment s magnetickým AB efektem

Bayh 1962 uspořádání s 3 biprismaty, vložena cívečka 5mm x 20 μ m.
Svazky elektronů 40 keV vzdáleny 60 μ m.



Námítky

- s Faradayovým indukčním efektem ... nesprávná
- s parazitním magn. polem ... hůře vyvratitelná. Později supravodivé stínění magnetického pole, Faradayovo stínění proti pronikání elektronů

David Bohm



David Joseph Bohm
(December 20, 1917 - October 27, 1992)

http://en.wikipedia.org/wiki/David_Bohm



The end